

Control de nivel de tanques acoplados mediante GPC y control PI descentralizado

Tlachi Cuanenemi Enrique *

Muñoz Hernández German Ardul ** Maya Ramírez Lucio ***

* Benemérita Universidad Autónoma de Puebla, Puebla, México
(e-mail: lce_enriquetlachi@outlook.com)

** Benemérita Universidad Autónoma de Puebla, Puebla, México,
(e-mail: gmunoz64@yahoo.co.uk)

*** Benemérita Universidad Autónoma de Puebla, Puebla,
México, (e-mail: rmaya1@gmail.com)

Palabras clave Control Predictivo, linealización, GPC, MTF, RGA

Resumen El sistema de 4 tanques es representativo de sistemas multivariables y análogo a procesos industriales, que permite validar técnicas de control para el control de nivel de líquido. En este artículo se propone el control de nivel mediante la estructura de control predictivo generalizado (GPC) y control PI descentralizado, con el objetivo de controlar el nivel de los tanques 1 y 2, validando los resultados del diseño mediante simulación en Matlab y Simulink.

1. INTRODUCCIÓN

El sistema de 4 tanques es representativo de sistemas multivariables y análogo a procesos industriales los cuales en su mayoría están compuestos por subsistemas interconectados y dinámicas complejas con no linealidades en sus regiones de operación, es ideal para diseño de técnicas de control para la regulación de nivel y flujo, un problema básico en procesos industriales, sus aplicaciones están presentes en la industria farmacéutica, química, petroquímica, en procesos de generación de energía y en el tratamiento, distribución, purificación y filtración de agua entre otros [1]. se han aplicado al sistema de tanques técnicas de control clásico centralizado y descentralizado [2], técnicas basadas en control predictivo, adaptativo, robusto, controladores inteligentes de lógica difusa, redes neurales y algoritmos genéticos, estableciendo comparaciones en el rendimiento [3], buscando la estabilización del sistema y cubrir las necesidades de diseño y operación. Una de las estrategias más exitosas son las basadas en la metodología de control predictivo capaz de dar solución a sistemas con restricciones, perturbaciones, retardos y con un alto grado de interacción, se basan en una estrategia de diseño y metodología común de la cual derivan diferentes algoritmos de control, en su forma general acepta cualquier tipo de modelo, función objetivo y restricciones. De las múltiples técnicas de control predictivo destaca la técnica de control predictivo generalizado o GPC, que ha demostrado ser superior a muchas estrategias de control avanzado, adaptable, capaz de controlar de forma estable procesos con parámetros variables [4].

En este artículo se presenta la solución al control de nivel de líquido del sistema de 4 tanques mediante el control GPC con y sin restricciones y control PI descentra-

lizado, el presente artículo está organizado de la siguiente forma: En la sección 2 y 3 se da una descripción de la técnica de control GPC y el control PI descentralizado, en la sección 4 se describe el proceso y la obtención del modelo lineal y no lineal, en la sección 5 y 6 se muestran el diseño de los controladores y resultados obtenidos del diseño y por último se presentan las conclusiones obtenidas.

2. CONTROL GPC

El algoritmo GPC fue propuesto por D. W. Clarke, C. Mohtadi y P.S. Tuffs [5] y una extensión aplicable a sistemas multivariables en [6], mostrando sus beneficios en términos de robustez y simplificación de cálculos. El objetivo del GPC es aproximar las futuras predicciones de la planta cerca de una trayectoria de referencia, las señales de control futuras se obtienen mediante la minimización de una función objetivo (ecuación 1) sobre un horizonte de predicción que mide por un lado la distancia entre la salida predicha del sistema y una cierta trayectoria de referencia hasta el horizonte de predicción y por otro el esfuerzo de control necesario para obtener dicha salida [6].

$$J(N_1, N_2, N_u) = \sum_{j=N_1}^{N_2} [\hat{y}(t+j|t) - w(t+j)]^2 \tilde{Q} + \sum_{j=1}^{N_u} [\Delta u(t+j-1)]^2 \tilde{R} \quad (1)$$

$\hat{y}(t+j|t)$, N_1 , N_2 , N_u , $\tilde{Q}$, $\tilde{R}$, $w(t+j)$, son la salida del sistema j pasos después calculada en un tiempo t , el valor mínimo y máximo del horizonte de predicción, el horizonte de control, intervalo de variaciones en variable manipulada, las matrices de ponderación (matrices diagonales $\tilde{Q} = QI$ y $\tilde{R} = RI$ donde I representa la matriz identidad) y la trayectoria de referencia futura, para referencias constantes respectivamente. N_1 , N_2 , N_u , $\tilde{Q}$, $\tilde{R}$ son usados como parámetros de sintonización, dando un control estándar hasta una estrategia diseñada a medida para un proceso en par-

ticular. La estrategia de control hace uso de la estructura del modelo CARIMA (Controlled Auto-Regressive and Integrated Moving Average) representado por la ecuación (2) considerando el sistema MIMO, para representar el modelo de predicción de la planta basándose en valores pasados y actuales y las acciones futuras de control, mediante el uso de la función de transferencia discreta del sistema.

$$A(q^{-1})y(t) = q^{-d}B(q^{-1})u(t-1) + C(q^{-1})\frac{e(t)}{\Delta} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} A(q^{-1}) &= I_{n \times n} + A_1 q^{-1} + A_2 q^{-2} + \dots + A_{n_a} q^{-n_a} \\ B(q^{-1}) &= B_0 + B_1 q^{-1} + B_2 q^{-2} + \dots + B_{n_b} q^{-n_b} \\ C(q^{-1}) &= I_{n \times n} + C_1 q^{-1} + C_2 q^{-2} + \dots + C_{n_c} q^{-n_c} \end{aligned} \quad (3)$$

Donde A y B son polinomios de orden n y m respectivamente que representan la dinámica del sistema ($n \geq m$), $C(q^{-1})\frac{e(t)}{\Delta}$ son las perturbaciones y se considera con valor igual a 1. Los términos q^{-1} , $u(t)$, $y(t)$, $e(t)$, $\Delta = \Delta(q^{-1}) = 1 - q^{-1}$, t , son el operador de retardo unitario, el vector de entrada del proceso de dimensión $m \times 1$ retrasado por un retardo de tiempo supuesto d (tiempo muerto), el vector de salida de dimensiones $n \times 1$, el vector de ruido blanco de dimensión de $n \times 1$, el operador de diferencias (produce una ley de control incremental) y el intervalo de muestreo respectivamente. la predicción óptima de $y(t+j)$ se obtiene resolviendo la ecuación de diofantina en forma recursiva [6], permitiendo determinar la mejor predicción de $y(t+j)$ (ecuación 4), el conjunto de las j predicciones óptimas representadas en notación matricial está dado por la ecuación 5:

$$\hat{y}(t+j|t) = G_j(q^{-1})\Delta u(t+j-d-1) + F_j(q^{-1})y(t) \quad (4)$$

$$\begin{bmatrix} \hat{y}(t+1|t) \\ \hat{y}(t+2|t) \\ \vdots \\ \hat{y}(t+j|t) \\ \vdots \\ \hat{y}(t+N|t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_0 & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 \\ G_1 & G_0 & \dots & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ G_j & G_{j-1} & G_{j-2} & \dots & G_0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ G_N & G_{N-1} & G_{N-2} & \dots & \dots & G_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta u(t) \\ \Delta u(t+1) \\ \vdots \\ \Delta u(t+j-1) \\ \vdots \\ \Delta u(t+N-1) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ \vdots \\ f_j \\ \vdots \\ f \end{bmatrix} \quad (5)$$

Donde G_j es una matriz triangular de dimensión $N \times N$ ($N = N_2 - N_1$) y sus elementos son puntos de la respuesta al escalón de la planta, f es la respuesta libre de la planta, la cual es calculada de forma recursiva como se muestra en [6]. Tomando en cuenta que el valor del control para $j > N_u$ es fijo, la forma del modelo de predicción está dada por:

$$y_{N12} = [\hat{y}(t+N_1|t)^T, \hat{y}(t+N_1+1|t)^T, \dots, \hat{y}(t+N_2|t)^T] \quad (6)$$

Con la predicción de salida expresada por la ecuación (7):

$$y_{N12} = G_{N123} u_{N_u} + f_{N12} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} u_{N_u} &= [\Delta u(t), \dots, \Delta u(t+N_u-1)]^T \\ f_{N12} &= [f_{N1}, f_{N1+1}, \dots, f_{N2}]^T \\ G_{N123} &= \begin{bmatrix} G_{N_1-1} & G_{N_1-2} & \dots & G_{N_1} & N_u \\ G_{N_1} & G_{N_1-1} & \dots & G_{N_1+1} & N_u \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ G_{N_2-1} & G_{N_2-2} & \dots & G_{N_1} & N_u \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (8)$$

La ecuación (1) se puede reescribir como:

$$J = (G_{N123} u_{N_u} + f_{N12} - w)^T \tilde{R} (G_{N123} u_{N_u} + f_{N12} - w) + u_{N_u}^T \tilde{Q} u_{N_u} \quad (9)$$

Si las restricciones no son consideradas la señal de control óptimo puede ser calculada por

$$u = (G_{N123}^T \tilde{R} G_{N123} + \tilde{Q})^{-1} G_{N123}^T \tilde{R} (w - f_{N12}) \quad (10)$$

Si se consideran las restricciones en el sistema La formulación de control predictivo puede ser expresada como un problema de programación cuadrática, con:

$$J(u) = \frac{1}{2} u^T H u + b^T u \quad (11)$$

$$\begin{aligned} f_0 &= (f_{N12} - w)^T (f_{N12} - w) \\ b^T &= 2(f_{N12} - w)^T G_{N123} \\ H &= 2(G_{N123}^T G_{N123} + \lambda I) \end{aligned} \quad (12)$$

Como una función de optimización bajo las siguientes restricciones $A_{qp} u \leq b_c$.

$$A_{qp} = \begin{bmatrix} I \\ -I \\ I \\ -I \\ G_{N-123} \\ -G_{N123} \end{bmatrix} \quad b_c = \begin{bmatrix} 1(\bar{u} - u) \\ -1(\underline{u} + u) \\ 1\Delta u_{max} \\ -1\Delta u_{max} \\ 1\bar{y} - f \\ -1\underline{y} + f \end{bmatrix} \quad 1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ 1 \end{bmatrix} \quad (13)$$

3. CONTROL PI DESCENTRALIZADO

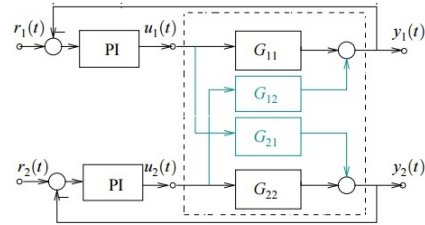


Figura 1. Estrategia de control PI descentralizado

Se realiza el diseño de controladores PI haciendo un emparejamiento entre $y_1 - u_1$ y el segundo controlador entre $y_2 - u_2$ al ignorar las funciones de transferencia G_{12}, G_{21} , considerándolas como perturbaciones al sistema, se considera planta como si fueran 2 sistemas SISO, ofreciendo un buen desempeño equivalente al de un controlador centralizado, dependiendo del grado de interacción entre las variables del sistema el cual es posible escalarlo a partir de la matriz de ganancia relativa (RGA), solo cuando los elementos diagonales de la (RGA) son positivos y no representan un grado de interacción alto, entonces el controlador descentralizado puede ser aplicado y por tanto el sistema controlado, si algún elemento de la diagonal de la RGA es negativa y se utiliza el controlador descentralizado, entonces el sistema en lazo cerrado es inestable. Este enfoque permite controlar sistemas multivariables despreciando los acoplamientos cruzados y tratando un bucle a la vez, los controladores se diseñan para que la señal de control se base solo en la señal medida y en su punto de consigna. La forma del controlador PI está dado por [8] donde k_{pj} y k_{ij} representan la ganancia proporcional y la ganancia integral respectivamente.

$$C_{PIj} = k_{pj} + \frac{k_{ij}}{s} \quad j = 1, 2 \quad (14)$$

4. DESCRIPCIÓN DEL SISTEMA

El sistema presenta una dinámica no lineal con interacción multivariable. consta de 4 tanques interconectados y 2 bombas como se muestra en la figura 2.

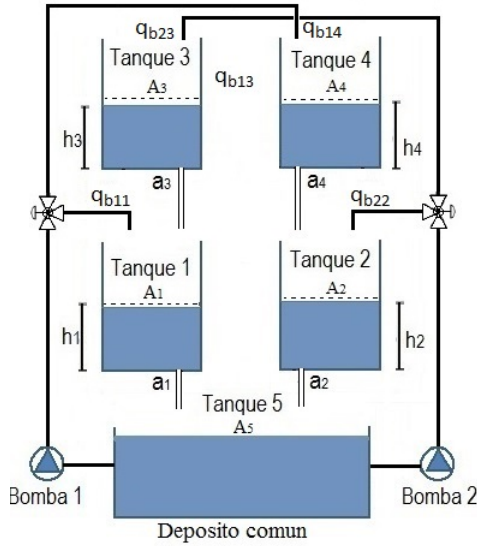


Figura 2. Proceso de 4 tanques acoplados

El modelo matemático se obtiene basándose en la ecuación de continuidad y la ecuación de Bernoulli [7], además de utilizar datos físicos de la geometría de las estructuras utilizadas y mediciones de entrada/salida, el modelo es determinado para relacionar el flujo dentro de cada tanque Q_t , con el flujo de entrada q_i y el flujo de salida q_o , en función de la altura del líquido en cada tanque.

$$A_i \frac{dh_i(t)}{dt} = q_i - q_o \quad (15)$$

Aplicando la ecuación 15 a cada uno de los tanques se obtiene:

$$\begin{aligned} A_1 \dot{h}_1 &= -q_{15} + q_{31} + q_{b11} \\ A_2 \dot{h}_2 &= -q_{25} + q_{45} + q_{b22} \\ A_3 \dot{h}_3 &= -q_{31} + q_{b23} \\ A_4 \dot{h}_4 &= -q_{42} + q_{b14} \end{aligned} \quad (16)$$

$\dot{h}_i$, A_i , q_{bij} , q_{ij} , son el nivel de líquido, el área seccional transversal de los tanques, el flujo de líquido de entrada proveniente de las bombas, y el flujo de salida de cada tanque respectivamente, el flujo de entrada (ecuación 17) dependen del voltaje de entrada v_{b1} , y v_{b2} , las constantes de las bombas k_1 y k_2 , y del radio de las válvulas γ_1 y γ_2 .

$$\begin{aligned} q_{b11} &= \gamma_1 k_1 v_{b1} \\ q_{b22} &= \gamma_2 k_2 v_{b2} \\ q_{b23} &= (1 - \gamma_2) k_2 v_{b2} \\ q_{b14} &= (1 - \gamma_1) k_1 v_{b1} \end{aligned} \quad (17)$$

El flujo de salida depende de la aceleración debido a la gravedad (g), la altura del nivel de líquido en cada tanque (h_i) y el área de la sección transversal de las salidas a_{ij} .

$$q_{ij} = a_{ij} \sqrt{2gh_i} \quad (18)$$

Despejando en la ecuación 16 en términos del nivel de líquido para cada uno de los tanques, el modelo matemático no lineal del sistema está definido por:

$$\begin{aligned} \dot{h}_1 &= -\frac{a_1}{A_1} \sqrt{2gh_1} + \frac{a_3}{A_1} \sqrt{2gh_3} + \frac{\gamma_1 k_1}{A_1} v_{b1} \\ \dot{h}_2 &= -\frac{a_2}{A_2} \sqrt{2gh_2} + \frac{a_4}{A_2} \sqrt{2gh_4} + \frac{\gamma_2 k_2}{A_2} v_{b2} \\ \dot{h}_3 &= -\frac{a_3}{A_3} \sqrt{2gh_3} + \frac{(1 - \gamma_2) k_2}{A_3} v_{b2} \\ \dot{h}_4 &= -\frac{a_4}{A_4} \sqrt{2gh_4} + \frac{(1 - \gamma_1) k_1}{A_4} v_{b1} \end{aligned} \quad (19)$$

Basándose en el modelo no lineal se obtienen las ecuaciones del modelo lineal usando expansión en series de Taylor, desarrollando la serie y conservando solo los términos de primer orden, los términos no lineales del sistema son linealizados con respecto a $h_i(t)$ donde $i = 1, 2, 3, 4$ y v_{bn} donde $n = 1, 2$ alrededor de los puntos de operación $\bar{h}_i(t)$, $\bar{v}_{bn}$ se consideran $\Delta H_i = h_i - \bar{h}_i$, $\Delta u_n = v_{bn} - \bar{v}_{bn}$ como las variables de desviación, Se obtiene la representación del modelo matemático lineal en forma de espacio de estados determinado por [2]:

$$\dot{H} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{T_1} & 0 & \frac{A_3}{A_1 T_3} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{T_2} & 0 & \frac{A_4}{A_2 T_4} \\ 0 & 0 & -\frac{1}{T_3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{T_4} \end{bmatrix} H + \begin{bmatrix} \frac{\gamma_1 k_1}{A_1} & 0 \\ 0 & \frac{\gamma_2 k_2}{A_2} \\ 0 & \frac{(1 - \gamma_2) k_2}{A_3} \\ \frac{(1 - \gamma_1) k_1}{A_4} & 0 \end{bmatrix} U \quad (20)$$

$$\dot{Y} = \begin{bmatrix} k_c & 0 & 0 & 0 \\ 0 & k_c & 0 & 0 \end{bmatrix} H \quad (21)$$

Para la representación del sistema se definen las constantes de tiempo T_i están definidas por:

$$T_i = \frac{A_i}{a_i} \sqrt{\frac{2\bar{h}_i}{g}} \quad i = 1, 2, 3, 4 \quad (22)$$

El sistema puede ser representado por $Y(s) = G_p(s)U(s)$, a partir de la idea extendida de una función de transferencia considerando la transformada de Laplace y la representación del sistema en espacio de estados, la matriz de función de transferencia (Matrix Transfer Function (MTF)) de la planta está dada por $G_p(s) \approx C(sI - A)^{-1}B + D$, aplicando la relación al sistema de tanques acoplados, la MTF del sistema está definida por la ecuación (23).

$$G_p(s) = \begin{bmatrix} \frac{T_1 k_1 k_c \gamma_1}{A_1 (T_1 s + 1)} & \frac{T_1 k_1 k_2 k_c (1 - \gamma_2)}{A_1 k_1 (T_1 s + 1) (T_3 s + 1)} \\ \frac{T_2 k_1 k_2 k_c (1 - \gamma_1)}{A_2 k_2 (T_2 s + 1) (T_4 s + 1)} & \frac{T_2 k_2 k_c \gamma_2}{A_2 (T_2 s + 1)} \end{bmatrix} \quad (23)$$

La MTF tiene 2 ceros finitos para $\gamma_1, \gamma_2 \in (0, 1)$, 1 ubicado en el semiplano izquierdo y el otro localizado en el semiplano derecho o izquierdo el cual tiene una interpretación física y una intuición del diseño del control, si el flujo de los tanques inferiores es mayor que el de los tanques superiores ($\gamma_1 + \gamma_2 > 1$) el sistema es de fase mínima, en caso contrario es de fase no mínima [2]. Una herramienta adicional que permite identificar el tipo de controlador a aplicar a un proceso multivariable es la matriz de ganancias relativas (Relative Gain Array (RGA)), permite decidir la estructura de control comparando el emparejamiento de entradas y salidas para el diseño de controladores descentralizados. Mc Avoy propone esforzarse en el diseño para que el emparejamiento entre variables (entradas-salidas) se encuentre en el rango $0.67 < \lambda < 1.5$, el sistema es particularmente difícil de controlar si $\lambda < 0$ [2].

5. DESARROLLO

Para validar las técnicas de control se considera el proceso en fase mínima y los valores mostrados en la tabla 1 reportados en [2] para cada uno de los parámetros del sistema. La identificación de la planta, diseño de controladores y simulación mostradas se realizan en Matlab, Simulink y Virtual Realm Builder.

Parámetros del modelo	Símbolo	Valores
Área seccional del tanque	A_1, A_3	$28,0 \text{ cm}^2$
Área seccional del tanque	A_2, A_4	$32,0 \text{ cm}^2$
Área seccional de salida	a_1, a_3	$,071 \text{ cm}^2$
Área seccional de salida	a_2, a_4	$,057 \text{ cm}^2$
Cte de gravedad	g	981 cm/s^2
Ajuste de salida	kc	.5
(P)		
Punto de operación	$\bar{h}_1$	$(12,4) \text{ cm}$
Punto de operación	$\bar{h}_2$	$(12,7) \text{ cm}$
Punto de operación	$\bar{h}_3$	$(1,80) \text{ cm}$
Punto de operación	$\bar{h}_4$	$(1,40) \text{ cm}$
Voltaje de operación	$\bar{v}_1, \bar{v}_2$	$(3,0), (3,0) \text{ volts}$
Cte. de bomba 1 y 2	k_1, k_2	$(3,33), (3,35) \text{ cm}^3/Vs$
Cte. válvula 1 y 2	γ_1, γ_2	$(,7), (,6)$

Tabla 1: Parámetros del modelo

El objetivo es realizar el control de nivel de líquido de los tanques 1 (h_1) y 2 (h_2), donde v_{b1} y v_{b2} son las entradas de control del sistema y las perturbaciones en el sistema son generadas por variaciones en el flujo causadas por las válvulas y perturbaciones externas. Se realiza la comparación de la respuesta del modelo matemático lineal y no lineal definido por las ecuaciones 19 y 20 para validar el modelo lineal a partir del cual se diseñan los controladores propuestos. La programación del algoritmo de control GPC y la identificación de la planta se realizan en Matlab y Simulink, se hace uso de los datos de entrada y salida de la planta, el ajuste previo de las restricciones y una señal de referencia que será el punto al cual la señal de salida de la planta se deberá ajustar. El cálculo de la respuesta de la planta es realizado de forma recursiva a partir del modelo CARIMA habiendo definido previamente los parámetros A y B calculados por la identificación de la planta (ecuación 24) y su representación en forma discreta (ecuación 25) con un periodo de muestreo $T_s = 1$ segundo.

$$G_p(s) = \begin{bmatrix} \frac{2,6}{(62s+1)} & \frac{1,5}{(23s+1)(62s+1)} \\ \frac{1,4}{(30s+1)(90s+1)} & \frac{2,8}{(90s+1)} \end{bmatrix} \quad (24)$$

$$G_p(z) = \begin{bmatrix} \frac{0,176z^{-1}}{1-0,904z^{-1}} & \frac{,00864z^{-1}+0,008z^{-2}}{1-1,77z^{-1}+0,782z^{-2}} \\ \frac{0,0029z^{-1}+0,0028z^{-2}}{1-1,924z^{-1}+0,925z^{-2}} & \frac{0,182z^{-1}}{1-0,968z^{-1}} \end{bmatrix} \quad (25)$$

Se realiza el cálculo de la trayectoria de referencia real de la planta y la respuesta libre considerando las condiciones iniciales, restricciones y parámetros de sintonización del controlador para la obtención de la ley de control. Los valores de los parámetros de sintonización del control GPC son $R = 80$ y $Q = 1$, con un horizonte de control $N_u = 10$ y

un horizonte de predicción $N = 10$, se limita el incremento de la señal de control para las 2 entradas de 0–6 volts (el valor máximo de tensión de las bombas es de 7 volts) y la salida de 0–14 cm buscando tener un comportamiento creciente o decreciente según sea el caso (válido para el sistema con restricciones) con la menor oscilación a la salida.

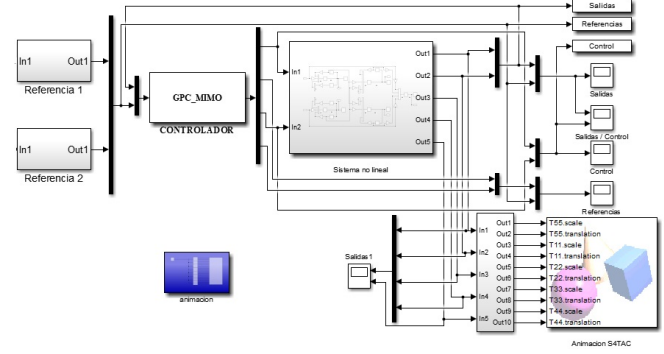


Figura 3. Diagrama a bloques del controlador GPC

Por último, se obtiene la predicción de la señal de control aplicada a la planta a partir de los datos de la señal de referencia y el ajuste de las especificaciones. Para el controlador GPC se realizan dos simulaciones considerando el control con y sin restricciones, se muestran las entradas que definen las referencias, el controlador, la planta y las señales de salida mediante bloques, adicionalmente se agrega un bloque de ajuste de escalas para simulación en 3D del sistema en la herramienta Virtual Realm Builder y un bloque de animación para los tanques y las conexiones del proceso mostrados en la figura 3.

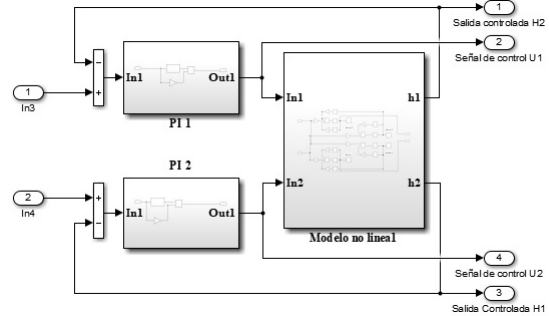


Figura 4. Control PI descentralizado en Simulink

El diseño del control PI descentralizado mostrado en la figura se realiza mediante el análisis de la MTF del sistema dada por la ecuación 24, se determina la ubicación de los ceros en $(-0,060)$, $(-0,018)$, a partir del análisis de la RGA para el sistema en fase mínima se obtiene que el valor de λ está dado por $\lambda = 1,4$, de acuerdo a la RGA para la configuración en fase mínima es posible aplicar técnicas de control descentralizado [2]. Se diseña el controlador PI descentralizado, obteniendo como ganancias para el controlador PI_1 un $(k_{p1}, k_{i1}) = (,42426, ,019407)$ y para el controlador PI_2 un $(k_{p2}, k_{i2}) = (,39395, ,01215)$, con un sobrepaso máximo del 13% y considerando como valor de referencia el establecido como punto de operación mostrado en la tabla 1.

6. RESULTADOS

En la figura 5 se muestran las curvas de respuesta del sistema a la entrada de control, comparando cada señal con las obtenidas por los controladores aquí mencionados, el sistema sin acción de control se simula previamente habiendo obtenido la estabilidad para el tanque 1 y 2 en $t = 475$ segundos y $t = 559$ segundos respectivamente, El control GPC sin restricciones se establece en el punto de referencia para el tanque 1 en $t = 275$ segundos y para el tanque 2 en $t = 290$ segundos en comparación con el control GPC con restricciones que alcanza el punto de consigna para el tanque 1 en $t = 150$ segundos, un 45 % más rápido en comparación con el GPC sin restricciones y para el tanque 2 en $t = 320$ segundos un 10 % más lento que el GPC sin restricciones. Sin embargo, en comparación con la señal de control mostrada en la figura 6 el GPC con restricciones presenta cambios suaves dentro de los límites establecidos para de la tensión de las bombas y el comportamiento mostrado en simulación teóricamente podría ser alcanzado en el proceso experimental.

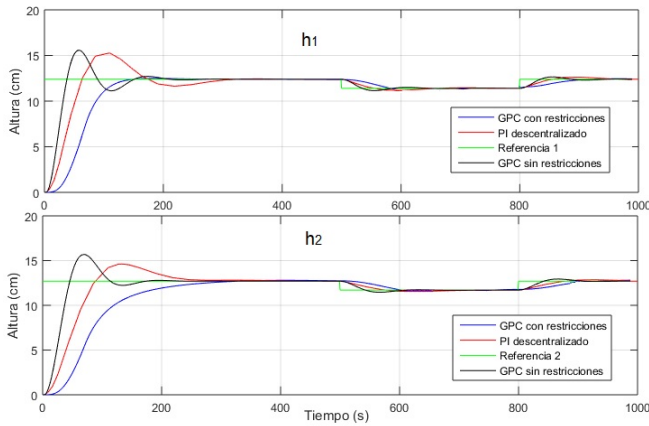


Figura 5. Curvas de respuesta del sistema de 4 tanques

En la figura 5 se muestra la respuesta del control PI descentralizado el cual alcanza el punto de referencia para el tanque 1 en $t = 300$ segundos y para el tanque 2 en $t = 380$ segundos con una señal de control mostrada en la figura 6 dentro de los límites del voltaje de las bombas, sin embargo, presenta oscilaciones a la entrada similares en magnitud a la del control GPC sin restricciones en comparación con el GPC con restricciones. En las curvas de la figura 5 y 6 también se muestra una comparación de la salida del sistema con cambios en la señal de referencia y los cambios en la señal de control respectivamente, la simulación se realiza sobre el sistema considerando 3 cambios en la señal de referencia en los intervalos de tiempo 0 a 500 segundos, de 501 a 800 segundos y de 801 a 1000 segundos para un nivel de referencia de 12,4 cm, 11,4 cm y 12,4 cm para el tanque 1 y de 12,7 cm, 11,7 cm y 12,7 cm para el tanque 2, comparando la respuesta obtenida el control GPC con restricciones permite alcanzar el punto de consigna si generar sobre impulsos manteniendo un comportamiento creciente o decreciente según sea el caso siguiendo de manera fiel la referencia a comparación del control GPC sin restricciones que se estabiliza rápido

pero presenta oscilaciones en cada cambio de la señal de referencia, al no contar con restricciones la salida de control se mantiene fuera de los límites como la mostrada en la figura 6 requiriendo de un ajuste de los parámetros de sintonización mayor y mayores recursos de cálculo para ajustar la señal de control al valor deseado, sin embargo el resultado obtenido puede ser comparado con resultados obtenidos en [8] donde se presenta una técnica de control predictivo descentralizado sin restricciones.

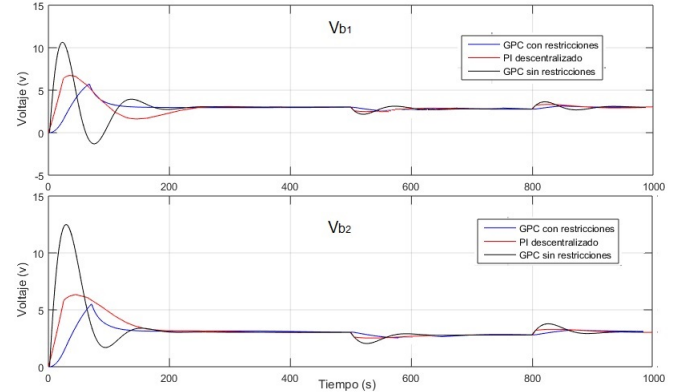


Figura 6. Comparación de curvas de señales de control del sistema

Por último en la figura 7 se muestra la construcción del sistema de 4 tanques para su animación en 3D el sistema realizado en V-Realm Builder como herramienta adicional de estudio y visualización del comportamiento del sistema.

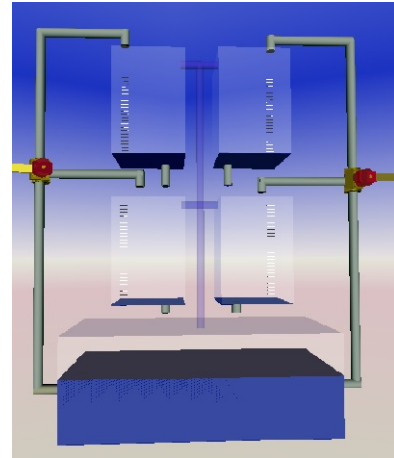


Figura 7. Animación 3D del sistema de 4 tanques en Virtual Realm Builder

7. CONCLUSIONES

Se realiza la comparación de 2 técnicas de control aplicadas al sistema de tanques acoplados (modelo no lineal), control centralizado (GPC) y descentralizado (control PI descentralizado), esto habiendo considerado la viabilidad

del control descentralizado a partir de la matriz de ganancias relativas (RGA), buscando comparar la respuesta del sistema, tiempo de respuesta y sobrepaso, en particular mostrar el seguimiento de referencias y la estabilización ante cambios constantes logrados por el controlador GPC con restricciones. La aportación de este trabajo es ofrecer una alternativa de control de nivel de tanques acoplados, mostrando sus beneficios comparada con una técnica de control clásico aplicadas a un sistema MIMO, permitiendo validar la diferencia en la reducción del tiempo para la estabilidad de sistemas de control de nivel. tiempos que en este tipo esquemas parecen no ser tan relevantes pero que a nivel industrial y en el funcionamiento conjunto de todos los subsistemas interconectados generan una gran diferencia en producción y el funcionamiento de los procesos, por tanto, en la productividad y eficiencia de la planta, adicionalmente se presenta una herramienta de visualización en 3d para apoyar el análisis de resultados gráficos.

8. BIBLIOGRAFÍA

- [1] MARCO ANTONIO PÉREZ CISNEROS y ELKE LAUBWALD “*Sistemas de depósitos acoplados*”, División de electrónica y computación, CUCEL, Universidad de Guadalajara, México
- [2] KARL HENRIK JOHANSSON, *The Quadruple - Tank Process: A Multivariable Laboratory Process with an Adjustable zero*, IEEE Transactions on control systems technology, Vol. 8, No. 3, May 2000
- [3] EDUARDO F. CAMACHO y CARLOS BORDONS “*Model Predictive Control*” (*Advanced Textbooks in control and signal processing*), editorial Springer, second edition, pp 1-6.
- [4] D. W. CLARKE, C. MOHTADI, P. S. TUFFS, *Generalized Predictive Control - part I. The basic algorithm*, International Federation Automatic Control. Automatica, Vol. 23, No. 2, pp 137 - 148, 1987.
- [5] D. W. CLARKE, C. MOHTADI, P. S. TUFFS, *Generalized Predictive Control - part II. Extensions and Interpretations.*, International Federation Automatic Control. Automatica, Vol. 23, No. 2, pp 149 - 160, 1987
- [6] GERMAN ARDUL MUÑOZ HERNANDEZ, SA'AD PETROUS MANSOOR, DEWI LEUAN JONES, *Modelling and controlling hidropower plants*, Advances in Industrial Control, Editorial Springer, 2013.
- [7] CLAYTON T. CROWE, DONALD F. ELGER, BARBARA C. WILLIAMS y JOHN A. ROBERSON, *Engineering fluid mechanics*, Editorial John Wiley and Sons, Inc. Novena edición
- [8] JAYAPRAKASH J., DAVIDSON D., SUBHA HENCY JOSE P, *Comparison of controller performance for MIMO process*, International Journal of Emerging Technology and Advanced Engineering, ISSN 2250-2459, Certified Journal, Volume 3, Issue 8, August 2013