

Diseño y Modelado de convertidor CD-CA de una sola etapa aplicado a transmisión inalámbrica ^{*}

Jesús Camacho Cabrera, Leobardo Hernández González,
Juan Francisco Márquez Rubio, Marco A. Carbajal Retana

*Instituto Politécnico Nacional (IPN), SEPI ESIME Culhuacan. Av.
Santa Ana No. 1000, 04430 Coyoacán, Ciudad de México, México.
(e-mail: jesuscamacho11@ieee.org, lhernandezg@ipn.mx),
jffcomr23@yahoo.com.mx, carbajalrmarco@gmail.com)*

Resumen

En este trabajo se presenta una propuesta de convertidor CD-CA basado en la topología Buck y medio puente integrado en una sola etapa con aplicación en transmisión inalámbrica. Debido a que los convertidores de potencia en general son muy susceptibles a las incertidumbres que se puedan presentar en el diseño de los mismos, es necesario implementar estrategias de control sobre estos sistemas. El diseño de un esquema de control en lazo cerrado requiere del conocimiento de la dinámica del sistema a controlar, por ello es necesario modelar y simular el convertidor propuesto y asegurar que se conoce una aproximación a la dinámica del sistema. Como un primer paso para el diseño de un controlador, en este trabajo se presenta el procedimiento seguido para encontrar una representación en variables de estado del convertidor propuesto llamado Buck-Simétrico. Se presentan gráficas comparativas del modelo del sistema y del sistema electrónico simulado en LTSPICE, que validan la metodología de modelado.

Keywords: Modeling and simulation of power systems, model validation, time-invariant system, wireless power.

1. INTRODUCCIÓN

El uso de tecnologías de transmisión inalámbrica de energía ha crecido mucho desde su llegada al comercio de consumo debido a su conveniencia, seguridad durante la carga de energía y habilidad de operar en ambientes hostiles [Chen (2017)].

Generalmente los sistemas de transmisión inalámbrica de energía se dividen en tres partes: un inversor, un elemento de acoplamiento y un rectificador. Uno de los métodos más utilizados para la realización de sistemas de transmisión inalámbrica de energía es el acoplamiento inductivo [Nagashima (2015)]. En un sistema que hace uso del acoplamiento inductivo, la energía eléctrica es transmitida por medio de un inductor que actúa como el lado primario de un transformador al lado secundario (un segundo inductor), a través del aire con separaciones relativamente grandes [Li (2016)]. El uso de esta tecnología

ha sido propuesto en diversas áreas tales como vehículos eléctricos y electrónica de consumo (dispositivos móviles). Una propuesta dada por [Kurs (2007)], analiza de forma experimental la viabilidad de transmisión inalámbrica de energía por medio de inductores altamente acoplados por resonancia magnética, logrando iluminar un foco de 60 watts a una distancia de 2 mts con una eficiencia del 40%. Una aplicación en vehículos eléctricos se discute en [Barzegaran (2016)], donde se pretende incrementar la eficiencia del sistema por medio de un brazo robótico que busca la posición más apropiada para recibir la mayor energía posible de la fuente de radiación.

En este trabajo se abordará una propuesta de convertidor CD-CA con la finalidad de aplicarla a un sistema de recarga inalámbrico, se encontrará una representación matemática del convertidor propuesto pensando en la implementación de un controlador en lazo cerrado como trabajo a futuro.

La organización del trabajo es la siguiente, en la Sección 2 se presenta la descripción y generalidades del convertidor CD-CA propuesto. La Sección 3 presenta el diseño del convertidor, en la Sección 4 se obtiene el modelo matemático del convertidor propuesto y en la Sección 5 se muestran algunos resultados en simulación para verificar

* Los autores agradecen al IPN y COFAA-IPN, por su apoyo a través del proyecto de investigación: "Desarrollo e implementación de protocolo de comunicación para escalamiento de potencia en sistema de recarga inalámbrica" SIP20160024 y "Diseño de prototipo de transmisión inalámbrica de energía para re-carga lenta de batería de mediana densidad de carga (Niquel-metal-hidruro, NiMh)" SIP20171147.

la exactitud del modelo matemático obtenido. Finalmente en la Sección 6 se presentan algunas conclusiones.

2. GENERALIDADES DEL CONVERTIDOR PROPUESTO

Esta propuesta de convertidor (Buck-Simétrico) se conforma por 3 etapas principales, como se puede ver en la Fig. 1. Esta propuesta de topología es llamada Buck-Simétrico ya que todos los parámetros de un convertidor Buck se replican para un segundo convertidor; donde el ciclo de trabajo D , los inductores L_{B1} y L_{B2} son valores lo más cercanos posibles uno de otro para asegurar que ambos convertidores proporcionen la misma corriente a la carga.

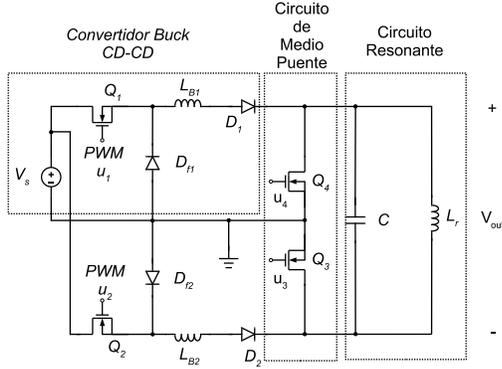


Figura 1. Etapas que componen la propuesta de convertidor Buck-Simétrico.

Etapa 1: Convertidor CD-CD topología Buck, la topología Buck permite aplicar un voltaje de entrada (V_s) y a la salida (V_{out}) obtener un voltaje menor que V_s con una relación de ganancia en estado estacionario igual a D [Erickson (2001)], es decir :

$$\frac{V_{out}}{V_s} = D \quad (1)$$

De (1) es fácil ver que si $0 < D < 1$, V_{out} no puede ser mayor que V_s .

Esta relación sólo se cumple cuando el convertidor se encuentra en el modo continuo de conducción. La principal característica del modo continuo de conducción es que la corriente que circula por el inductor es siempre mayor que cero (la Fig. 2 (a) muestra la corriente en el inductor i_L en Modo Continuo de Conducción, la Fig. 2 (b) muestra el Modo Discontinuo de Conducción).

Las ecuaciones de diseño obtenidas para el modo continuo de conducción para el convertidor Buck están dadas por [Erickson (2001)]:

$$L = \frac{(V_s - V_{out})D}{\Delta i_L f_s} \quad (2)$$

$$C = \frac{(V_s - V_{out})D}{8\Delta V_{out} L f_s^2} \quad (3)$$

Donde los parámetros deseados del convertidor son conocidos (V_s, V_{out}, I_{out}), Δi_L es la componente ondulatoria

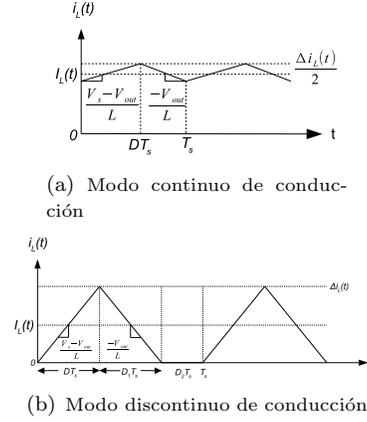


Figura 2. Diferencias entre los modos de conducción de corriente en el convertidor Buck.

de corriente y ΔV_{out} es el voltaje de rizo a la salida. Dichas ecuaciones de diseño permiten calcular los valores de inductancia y capacitancia, que minimizan la componente ondulatoria de corriente y el voltaje de rizo respectivamente, a los valores propuestos.

El convertidor Buck-Simétrico propuesto en la Fig. 1, consiste de dos convertidores tipo Buck operando de manera complementaria, de tal forma que se obtienen dos niveles de voltaje CD, permitiendo que uno de los convertidores suministre corriente a la etapa 3 durante la mitad de un ciclo y que el segundo convertidor suministre corriente en sentido opuesto en la siguiente mitad del ciclo, para la conmutación de los transistores se utilizan señales PWM tipo Burst.

Etapa 2: Circuito de Medio Puente, esta etapa está compuesta por dos transistores (MOSFETs) que son activados de forma alternada por señales complementarias aplicadas a las terminales *Compuerta* de los transistores, estos deben conmutar con una frecuencia mucho menor que la frecuencia a la que los convertidores Buck se encuentren operando, a su vez la frecuencia a la que conmutan estos transistores determinan la frecuencia de resonancia de la tercera etapa.

Etapa 3: Circuito resonante, este es un circuito compuesto por un inductor con alto factor de calidad ($Q > 10$), y un capacitor con baja ESR (Equivalent Series Resistance), el cual se sintonizará a la frecuencia de salida deseada f_r , permitiendo la conformación de una señal sinusoidal con mínima distorsión armónica.

3. DISEÑO DEL CONVERTIDOR PROPUESTO

Para evaluar el modelo del convertidor propuesto, se realizó el diseño de un prototipo con una potencia de salida propuesta de $P_{out} = 30$ watts.

El diseño del convertidor comienza con la propuesta del valor de inductancia resonante con la que se va a

trabajar, para este caso se seleccionó un inductor con los parámetros mostrados en la Tabla 1, este inductor es de núcleo de ferrita planar, esto permite obtener un alto factor de calidad (Q), y una mayor concentración del campo magnético en el eje vertical, por lo cual es apropiado para realizar transmisión inalámbrica de energía.

Tabla 1. Parámetros del inductor resonante.

Parámetro	Valor
L_r	$6.3 \mu H$
R_{L_r}	0.017Ω
Q	80

En la hoja de datos del inductor se recomienda utilizarlo a una frecuencia de $100KHz$, por lo que se decidió sintonizar el circuito resonante a este valor de frecuencia. El modelo del inductor utilizado es 760308111 de Würth Electronics.

Recordando que la frecuencia de resonancia de un circuito paralelo LC está dada por :

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad (4)$$

De (4) se puede conocer el valor de capacitor que permitirá entrar en resonancia al circuito, donde $\omega_0 = 2\pi f_r$, sustituyendo el valor del inductor que aparece en (4) como L_r entonces:

$$C = \frac{1}{(2\pi f_r)^2 L_r} \quad (5)$$

Es fácil resolver (5), realizando las sustituciones pertinentes ya que el resto de los valores son conocidos. En este caso se tiene:

$$C = \frac{1}{(2\pi(100KHz))^2(6,3\mu H)} = 0,402\mu F \quad (6)$$

De aquí en adelante se puede seguir la metodología para el diseño de un convertidor Buck básico, sabiendo que sólo se calcularán los parámetros de un convertidor ya que el segundo convertidor tomará los mismos parámetros que el primero, la única y gran diferencia es que no se calcula el capacitor que permita tener un rizo de voltaje deseado a la salida debido a que este queda impuesto ahora por los parámetros del inductor resonante y la frecuencia de resonancia.

En la Tabla 2 se muestran los parámetros para el diseño de los convertidores Buck. $\Delta i_{L_{B1}}$ se propone entre el 20-40% de la corriente promedio que circula a través del inductor de la topología Buck para imponer el modo de conducción continua, como la corriente promedio en el inductor (Buck1, mostrado en la Fig. 1 como Convertidor Buck CD-CD en líneas punteadas) es de $600mA$, se propone $\Delta i_{L_{B1}} = 0,3i_{L_{B1}}$, o el 30% de la corriente promedio en el inductor (Buck1), obteniéndose un valor de $200mA$ de componente ondulatoria de corriente deseada.

Tabla 2. Parametros de diseño para los convertidores Buck.

Parámetro	Valor
V_s	$15V$
V_{out}	$10V$
$\Delta i_{L_{B1}}$	$200mA$
F_s	$1MHz$

De (1) se puede calcular el ciclo de trabajo ya que las variables de esta ecuación son dados como parámetros de diseño en la Tabla 2.

$$D = \frac{V_{out}}{V_s} = \frac{10V}{15V} = 0,666 \quad (7)$$

De la ecuación (7) es fácil observar que si el ciclo de trabajo aumenta, el voltaje pico de la señal sinusoidal a la salida del convertidor aumentará proporcionalmente.

De (2) se puede conocer el valor de los inductores que permite obtener una componente ondulatoria de corriente como se especifica en el Tabla 2.

$$L_{B1} = L_{B2} = \frac{(15 - 10)V(0,666)}{(200mA)(1MHz)} = 16,65\mu H \quad (8)$$

A partir de la ecuación (3) se puede conocer el voltaje de rizo que se tendrá como consecuencia de fijar el valor del capacitor para entonar el circuito resonante.

$$\Delta V_{out} = \frac{(15 - 10)V(0,666)}{8(6,3\mu Hy)(0,4\mu F)(1MHz)} = 63mV \quad (9)$$

El diseño realizado anteriormente, será utilizado para la evaluación comparativa entre LTSPICE y un diagrama a bloques implementado en Simulink.

4. MODELO MATEMÁTICO

Los convertidores de potencia son diseñados bajo condiciones de operación nominales, por lo cual son muy sensibles a las variaciones que puedan presentarse. Es inevitable que estas perturbaciones o errores se presenten y desvien la operación del circuito de las condiciones de operación nominales, por lo que a menudo estas desviaciones son contrarrestadas a través de controladores propiamente diseñados para estos sistemas [Kassakian (1991)]. De no ser así se tendría que tomar en cuenta todos los escenarios posibles para garantizar la correcta operación del convertidor, entendiendo que el modelado sería exhaustivo pero a su vez más complejo.

El diseño de un controlador para cualquier sistema parte del conocimiento del comportamiento del mismo y de la capacidad de describirlo a partir de herramientas matemáticas. Partiendo de las ideas de control, surge la necesidad de encontrar un modelo matemático que represente la dinámica del sistema, en esta sección se describirá la metodología utilizada para encontrar una representación en variables de estado del convertidor propuesto.

4.1 Suposiciones

El análisis del convertidor comienza con las siguientes suposiciones [Kazimierzczuk (2008)]:

1. Los dispositivos semiconductores se comportan como interruptores ideales.
2. La capacitancia de salida de los transistores, la capacitancia de los diodos y las inductancias de cableado son cero.
3. Los componentes pasivos son lineales, invariantes en tiempo e independientes de la frecuencia.
4. La impedancia de salida de la fuente de voltaje de entrada (V_s) es cero para los componentes de CD y CA.
5. El convertidor se encuentra operando en estado estacionario.

Con las suposiciones planteadas, se presenta en la Fig. 3 el circuito eléctrico equivalente del convertidor propuesto, donde los dispositivos semiconductores han sido reemplazados por interruptores ideales, donde CC_1 a CC_4 representan celdas de conmutación como equivalentes eléctricos de los transistores y diodos.

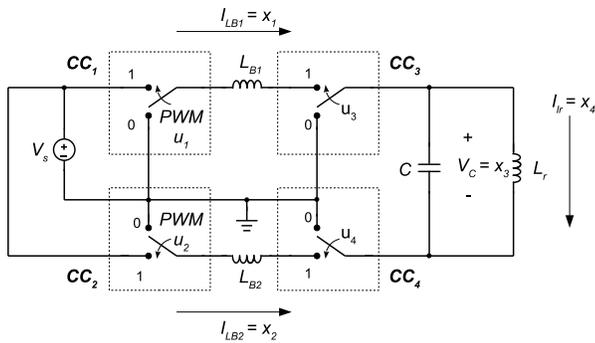


Figura 3. Circuito equivalente del convertidor Buck-Simétrico.

4.2 Procedimiento de modelado

La metodología utilizada para encontrar una representación en variables de estado, ha sido descrita por [Middlebrook (1976), Hosseini (2015)], los pasos a seguir aplicados al convertidor propuesto se enlistan a continuación :

1. Determinar las variables de estado del circuito de potencia para describir el modelo conmutado. En este caso las variables que permiten conocer el comportamiento del sistema son: las corrientes en los inductores y el voltaje en el capacitor.

$$\frac{di_L(t)}{dt} = \frac{v_L}{L} \quad (10)$$

$$\frac{dv_C(t)}{dt} = \frac{i_C}{C} \quad (11)$$

Donde v_L es la diferencia de potencial aplicada a los extremos de un inductor e i_C es la corriente que circula por el capacitor en cualquier instante. Por ello las variables de estado serán nombradas como :

- x_1 Corriente en el inductor del Buck 1 (i_{LB1}).

- x_2 Corriente en el inductor del Buck 2 (i_{LB2}).
- x_3 Voltaje en el capacitor (v_C).
- x_4 Corriente en el inductor Resonante (i_{Lr}).

2. Asignar variables discretas a los semiconductores para los estados: conducción (ON) y corte (OFF).
3. Determinar las condiciones que gobiernan los estados de los semiconductores o celdas de conmutación.

Para que la corriente pueda fluir sin que ocurran corto circuitos y la señal sinusoidal se construya de manera apropiada, se establecen las siguientes reglas:

- a) CC_1 Sólo permitirá el flujo de corriente a través de sus terminales cuando CC_3 también permita el flujo de corriente a través de las mismas terminales.
- b) CC_2 Sólo permitirá el flujo de corriente a través de sus terminales cuando CC_4 también permita el flujo de corriente a través de las mismas terminales.

Es decir sólo las celdas de conmutación impares podrán conducir de forma simultanea, de igual manera, sólo los celdas de conmutación pares podrán conducir de forma simultanea. En las Figs. 4 y 5 se presentan las formas de onda de las señales de conmutación para que se de el flujo de corriente de la forma indicada en el punto 3.

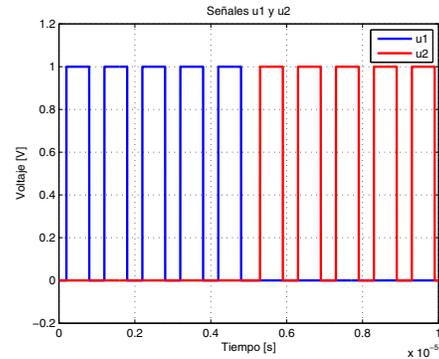


Figura 4. Señales de conmutación (Burst), u_1 y u_2 aplicadas a CC_1 y CC_2 respectivamente.

4. Definir el modo principal de operación del convertidor (continuo, discontinuo o ambos), aplicar las leyes de Kirchhoff y combinar todas las etapas requeridas en el modelo de espacio de estados conmutado, para obtener el modelo deseado.

Para considerar el punto anterior, se utiliza el circuito de la Fig. 3, los convertidores Buck operan en modo continuo de corriente, la posición de las celdas de conmutación está dada por el valor del conjunto u donde $u = \{u_1, u_2, u_3, u_4\} \in [0, 1]$, se comienza analizando el comportamiento de la corriente en el inductor Buck 1, es fácil ver que la diferencia de potencial aplicada al inductor Buck 1 es dependiente de la posición de las celdas CC_1 y CC_3 , por lo

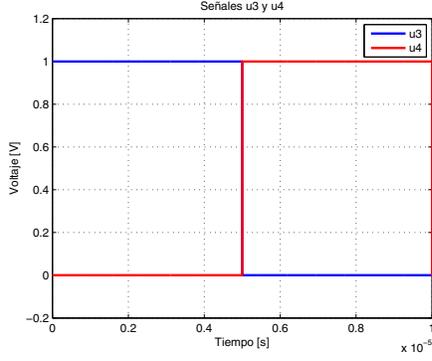


Figura 5. Señales de conmutación u_3 y u_4 aplicadas a CC_3 y CC_4 respectivamente.

que solamente cuando la posición de las celdas sea 1 existirá una diferencia de potencial, dada por el voltaje de entrada (V_s) multiplicado por el valor de u_1 (que da la posición de la celda de conmutación CC_1) y el voltaje de salida ($V_{out} = x_3$) multiplicado por el valor de u_3 . Por lo cual se obtiene :

$$\dot{x}_1 = \frac{u_1 V_s - u_3 x_3}{L_{B1}} \quad (12)$$

Debido a la simetría del circuito, el mismo análisis es aplicado al segundo estado, por ello se puede deducir la expresión:

$$\dot{x}_2 = \frac{u_2 V_s - u_4 x_3}{L_{B2}} \quad (13)$$

Se analiza ahora el voltaje en el capacitor, este debe ser expresado en términos de la corriente que circula por él, analizando el intervalo donde $u_1 = 1$ y $u_3 = 1$ (esto implica que $u_2 = 0$ y $u_4 = 0$) se observa que el capacitor queda conectado al inductor L_{B1} , al mismo tiempo el capacitor está conectado en paralelo con el inductor resonante formando un divisor de corriente, por lo que se puede deducir que la corriente que circula por el capacitor es la diferencia de la corriente que circula por los dos inductores (Buck 1 y resonante).

$$i_c = i_{LB1} - i_{Lr} \quad (14)$$

Extendiendo el análisis al segundo convertidor (en el tiempo donde $u_1 = 0$, $u_3 = 0$ y $u_2 = 1$, $u_4 = 1$) se llega a la expresión :

$$i_c = i_{LB2} - i_{Lr} \quad (15)$$

Sabiendo que $i_{Lr} = x_4$, se toman las expresiones (14) y (15) y se sustituyen en la expresión (11), se obtiene:

$$\dot{x}_3 = \frac{u_3 x_1 + u_4 x_2 - x_4}{C} \quad (16)$$

El cuarto estado queda expresado en términos de la diferencia de potencial aplicada a los extremos del inductor, debido a que el capacitor y el inductor resonante se encuentran en paralelo, la diferencia de potencial aplicada al inductor es la misma que la aplicada al capacitor.

$$\dot{x}_4 = \frac{x_3}{L_r} \quad (17)$$

Las expresiones (12), (13), (16) y (17) pueden ser expresadas también de la forma $\dot{x} = Ax + BV_s$.

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -\frac{u_3}{L_{B1}} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{u_4}{L_{B2}} & 0 \\ \frac{u_3}{C} & \frac{u_4}{C} & 0 & -\frac{1}{C} \\ 0 & 0 & \frac{1}{L_r} & 0 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} \frac{u_1}{L_{B1}} \\ \frac{u_2}{L_{B2}} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} V_s \quad (18)$$

5. A partir de las ecuaciones diferenciales obtenidas, escribir el modelo en un diagrama a bloques.

Para corroborar el modelo obtenido se utilizará "Simulink", el cual permitirá conocer la respuesta del sistema sin la necesidad de resolver las ecuaciones diferenciales de forma analítica.

5. RESULTADOS COMPARATIVOS

Para validar el modelo matemático obtenido en la sección anterior, se presenta la comparación entre los resultados obtenidos en Simulink y LTSPICE.

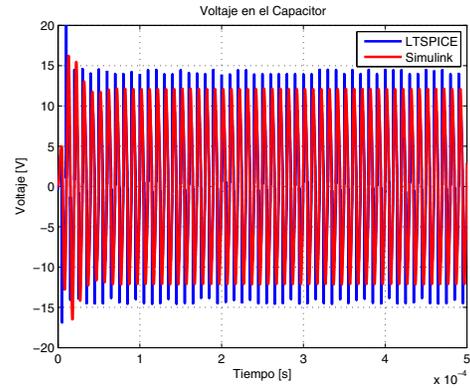


Figura 6. Voltaje en el capacitor o V_{out} .

En la Fig. 6 se presenta la dinámica encontrada en ambos ambientes de simulación hasta un tiempo suficiente para apreciar el estado estacionario de estas señales. La señal encontrada en LTSPICE presenta picos de voltaje debido a que en ese ambiente se pueden considerar muchas más incertidumbres en los elementos que conforman al circuito como son las caídas de tensión en los semiconductores, tiempos de subida y de bajada en los mismos elementos, ESR en el capacitor y el inductor.

Para apreciar mejor el estado transitorio de las señales, se realiza un acercamiento mostrado en la Fig. 7, en esta Fig. también se puede notar con mayor detalle la diferencia de potencial que se encuentra en cada uno de los ambientes de simulación.

El mismo análisis es presentado para la corriente en el inductor resonante, en la Fig. 8 se muestra la diferencia en corriente de las señales obtenidas en LTSPICE y Simulink.

Se realiza un acercamiento para poder distinguir el estado transitorio de las señales y las diferencias entre los resultados arrojados por los diferentes ambientes de simulación.

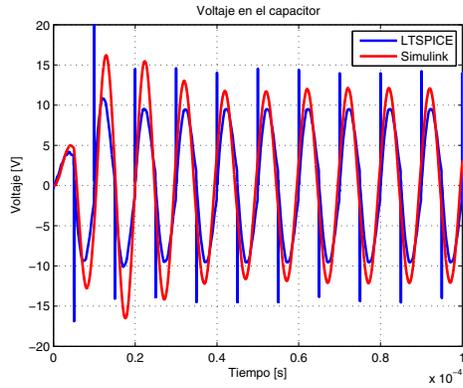


Figura 7. Acercamiento de las señales de voltaje en el capacitor.

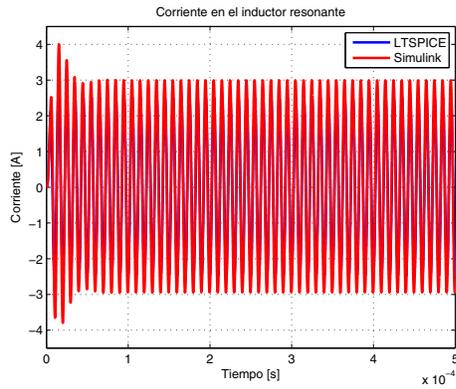


Figura 8. Corriente en el inductor resonante.

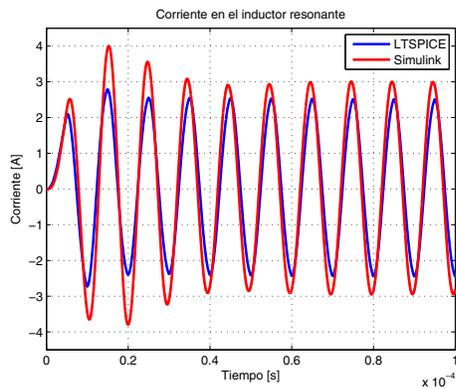


Figura 9. Acercamiento a las señales de corriente en el inductor.

Por simplicidad de la presentación, en este trabajo se ha mostrado el diseño de una nueva topología de convertidor (Buck-Simétrico) y a su vez se ha desarrollado un ejemplo numérico. Sin embargo, el procedimiento presentado para el diseño puede utilizarse para diseñar el convertidor considerando otras especificaciones de diseño diferentes a las consideradas en el desarrollo de este trabajo.

6. CONCLUSIÓN

El objetivo de este trabajo fue presentar el principio de modelado, simulación y validación de la propuesta de convertidor Buck-Simétrico, la metodología de modelado

permite obtener una representación matemática del convertidor, los resultados presentados a lo largo del artículo permiten comprobar o corroborar por medio de simulaciones numéricas (Matlab/Simulink) que el comportamiento que se describe por medio del modelo matemático obtenido es correcto y puede ser útil para diseñar un controlador en lazo cerrado tanto teórico como práctico en un trabajo a futuro.

Las diferencias mostradas en ambos ambientes de simulación, se deben a que desde el planteamiento del método de obtención del modelo matemático se proponen consideraciones ideales para el circuito, a diferencia de una simulación en LTSPICE en donde se pueden considerar elementos no ideales que reflejan más el comportamiento del circuito en una implementación práctica, algo que complicaría el modelo matemático si se hicieran estas consideraciones no ideales.

REFERENCIAS

- Chen X. *Modeling of Wireless Power System with Giant Magnetostrictive Material Load under Multi-field Coupling.*, 32nd Annual IEEE Applied Power Electronics Conference and Exposition, Vol. 1, pp 3100-3105.
- Nagashima T. *Analysis and Design of Loosely Inductive Coupled Wireless Power Transfer System Based on Class-E² DC-DC Converter for Efficiency Enhancement* (2015), IEEE Transactions on Circuits and Systems, Vol. 62, No. 11, pp 2781-2791.
- Li B. *Design of Constant Voltage Compensation Topology Applied to WPT System for Electrical Vehicles.*, IEEE VPPC, Vol. 1, pp 1-6.
- Kurs A. *Wireless Power Transfer via Strongly Coupled Magnetic Resonances.*, Science, Vol. 317, pp 83-86.
- Barzergaran M. *Wireless Power Transfer for Electric Vehicle using an Adaptive Robot.*, IEEE Transactions on Magnetics, Vol. 53, Online Publication.
- Erickson R. (2001), *Fundamentals of Power Electronics.*, Kluwer Academic Publishers, New York, 2nd Edition.
- Kassakian J. (1991), *Principles of Power Electronics.*, Adison-Wesley Publishing Company, Massachusetts.
- Kazimierczuk J. (2008), *Pulse Width Modulated DC-DC Power Converters.*, Wiley, Singapore.
- Middlebrook R. (1976), *A General Approach To Modelling Switching-Converter Power Stages.*, IEEE Power Electronics Specialists Conference, Vol. 1, pp 18-34.
- Hosseini E. (2015), *Modeling and Simulation of Choppers Switching via Matlab/Simulink.*, Petru Maior University Press, Vol. 12, pp 10-17.