

Modelado y estimación experimental de los parámetros dinámicos de un robot háptico *Geomagic Touch*

Amalinalli A. Ortíz-Espinoza* Javier Pliego-Jiménez**
Mauro López-Rodríguez**

* Facultad de Ingeniería, UNAM, Ciudad de México, México. C.P. 04510 (email: madchenschon_28@comunidad.unam.mx)

** Departamento de Control y Robótica, Facultad de Ingeniería, UNAM, Ciudad de México, México C.P. 04510 (email: mauro-gbto@hotmail.com)

Resumen: En este trabajo se presenta el modelo dinámico del robot háptico *Geomagic Touch* de *3D Systems*. Con el objetivo de realizar la estimación de los parámetros del robot *Geomagic Touch*, una parametrización es propuesta a partir del modelo obtenido. La estimación paramétrica se realizó fuera de línea empleando el método de mínimos cuadrados en conjunto con los algoritmos de control adaptable y PID. Finalmente, resultados vía simulación y experimentación son presentados para validar los parámetros obtenidos.

Palabras clave: Dispositivo háptico, estimación de parámetros, parámetros dinámicos.

1. INTRODUCCIÓN

En la comunidad de control ha tenido demasiado interés el conocimiento exacto del modelo por diferentes razones; para el diseño de algoritmos de control, el diseño de observadores de velocidad, el diseño de estimadores de perturbación, entre otras. Éstas pueden ser razones suficientes que motiven la idea de realizar la estimación del modelo.

El conocimiento de los parámetros dinámicos de un manipulador, pueden ser de utilidad en esquemas de control para sistemas de teleoperación. En este tipo de aplicaciones los principales objetivos son: seguimiento de trayectorias, telepresencia y transparencia. Un conocimiento inexacto de los parámetros dinámicos del robot maestro (*e.g.* fuerzas inerciales, fuerzas de gravedad, fuerzas de fricción, etc.), no permitiría una cancelación exacta de los mismos, lo que podría comprometer los objetivos mencionados.

En los sistemas de teleoperación y en ambientes virtuales, los dispositivos hápticos son ampliamente utilizados, a diferencia del uso de robots manipuladores en donde no existe información visual suficiente, los dispositivos hápticos se sobrepone a este problema (Elhajj et al., 2001). El uso de estos dispositivos ha mostrado buen desempeño para realizar tareas en cualquier tipo de ambientes (Birglen et al., 2002).

Los dispositivos hápticos son la interfaz entre un operador y un entorno remoto, sus funciones son capturar la posición comandada por el operador y recrear las fuerzas de contacto; éstos pueden tener un mecanismo serial o paralelo. Los dispositivos hápticos seriales son más compactos y sus eslabones se encuentran unidos uno respecto al otro, por lo tanto, la inercia total y la fricción se incre-

mentan (Merlet, 2006). Esto representa una desventaja para realizar tareas de teleoperación donde se requiera transparencia. Los dispositivos hápticos con mecanismo paralelo no presentan estos problemas (Lee et al., 2010); sin embargo, su análisis cinemático y dinámico se complica.

En este trabajo se utilizó un robot háptico serial *Geomagic Touch* de *3D Systems* para estimar sus parámetros dinámicos sin tomar en consideración a la fricción que se presenta en cada una de sus articulaciones actuadas. Para la estimación de los parámetros inerciales del mismo, se requirió de una trayectoria que cumpliera con la propiedad de excitación persistente Åström y Wittenmark (1989). Debido a la construcción mecánica, este robot háptico *Geomagic Touch* posee un espacio de trabajo limitado, lo que evita la existencia de singularidades tras la elección de la trayectoria.

En la literatura se pueden encontrar diversos trabajos en los que se han estimado los parámetros de manipuladores, tal es el caso de Cortesão et al. (2006), en donde se realizó una estimación de rigidez en línea, en la cual se implementaron nuevas técnicas que permiten identificar los parámetros dinámicos empleando ciertas trayectorias de excitación. En Swevers et al. (1997) se planteó utilizar series de Fourier finitas que permitieron el cálculo de la velocidad y la aceleración articular de forma analítica, lo que al mismo tiempo facilitó la estimación de forma exacta y rápida aún con la presencia de perturbaciones (como ruido en la medición y otras perturbaciones que pudiesen generar los actuadores). En Gautier y Khalil (1992) se presenta un método para generar trayectorias utilizando técnicas de optimización no lineales, dichas técnicas permiten la identificación de parámetros de inercia de un robot de 3 grados de libertad (GDL), empleando métodos de mínimos cuadrados en un modelo

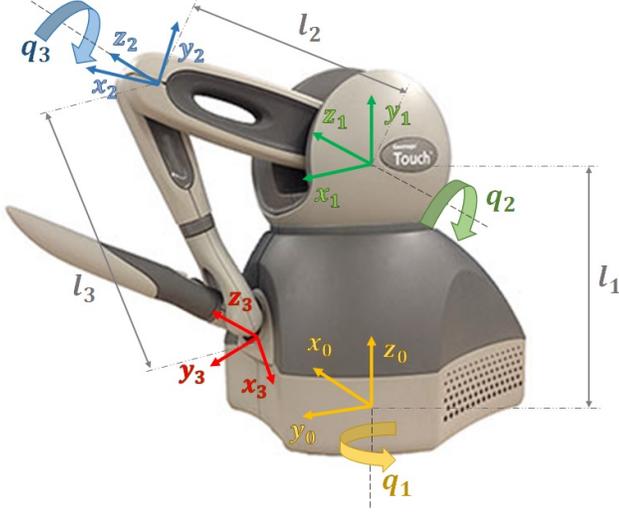


Fig. 1. Robot háptico *Geomagic Touch* con asignación de ejes coordenados

lineal con respecto a sus parámetros. En Martínez-Rosas et al. (2009) se analizó con detenimiento los efectos que tiene la fricción cuando se vuelve no lineal en un robot manipulador, debido a la complejidad de su análisis en algunos casos la fricción se suele despreciar.

Cabe mencionar que los parámetros dinámicos de cada robot, sin importar que sean del mismo modelo, varían de manera significativa, ya sea a causa del uso o la aplicación que cada uno haya tenido, este efecto se ve principalmente en los coeficientes de fricción. En la literatura se pueden encontrar diferentes metodologías para obtener una estimación de los parámetros de manipuladores, en este trabajo se toman algunas ideas con el propósito de ofrecer una metodología práctica y eficaz para la estimación paramétrica en dispositivos hápticos seriales.

Este trabajo está organizado de la siguiente manera: en la Sección 2 se presenta el modelo dinámico del dispositivo háptico *Geomagic Touch*, los algoritmos de estimación se muestran en la Sección 3. En la Sección 4 se presentan los resultados experimentales de la estimación y una validación de los resultados obtenidos. Finalmente en la Sección 5 se presentan las conclusiones.

2. DINÁMICA DEL ROBOT

El robot *Geomagic Touch* es un dispositivo háptico de 6 GDL con articulaciones de revolución, de las cuales las 3 primeras articulaciones están actuadas (*Geomagic Touch*, 2013). En este trabajo solo se utilizaron las 3 primeras articulaciones correspondientes a la posición del efector final, mientras que las 3 restantes correspondientes a la orientación del mismo se fijaron mecánicamente. Como resultado se tiene un robot antropomórfico de 3 GDL como se muestra en la Figura 1.

El robot háptico *Geomagic Touch* es descrito por las ecuaciones Euler-Lagrange de la siguiente forma

$$\mathbf{H}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{g}(\mathbf{q}) = \boldsymbol{\tau} \quad (1)$$

donde $\mathbf{H}(\mathbf{q})$ y $\mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \in \mathbb{R}^{n \times n}$ son la matriz de inercia y la matriz de fuerzas centrífugas y de Coriolis, respectiva-

mente, $\mathbf{g}(\mathbf{q}) \in \mathbb{R}^n$ es el vector de fuerzas gravitacionales y $\boldsymbol{\tau} \in \mathbb{R}^n$ es el par de entrada al sistema.

A continuación se presenta la forma en que se obtuvieron las matrices $\mathbf{H}(\mathbf{q})$, $\mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$ y $\mathbf{g}(\mathbf{q})$, además de la parametrización realizada sobre el sistema.

2.1 Matriz de inercia

De Spong y Vidyasagar (1989) se sabe que la matriz de inercia se puede calcular como

$$\mathbf{H}(\mathbf{q}) = \sum_{i=1}^n [m_i \mathbf{J}_{\mathbf{v}_{ci}}(\mathbf{q})^T \mathbf{J}_{\mathbf{v}_{ci}}(\mathbf{q}) + \mathbf{J}_{\boldsymbol{\omega}_i}(\mathbf{q})^T \mathbf{R}_i(\mathbf{q}) \mathbf{I}_i \mathbf{R}_i^T \mathbf{J}_{\boldsymbol{\omega}_i}(\mathbf{q})]. \quad (2)$$

De esta forma, los elementos de la matriz $\mathbf{H}(\mathbf{q})$ son

$$\begin{aligned} h_{11} &= \psi_1 c_2^2 + 2\psi_2 c_2 c_{23} + \psi_3 c_{23}^2 \\ h_{12} &= 0 \\ h_{13} &= 0 \\ h_{21} &= 0 \\ h_{22} &= \psi_1 + 2\psi_2 c_3 + \psi_3 \\ h_{23} &= \psi_2 c_3 + \psi_3 \\ h_{31} &= 0 \\ h_{32} &= \psi_2 c_3 + \psi_3 \\ h_{33} &= \psi_3, \end{aligned} \quad (3)$$

donde

$$\begin{aligned} \psi_1 &= m_2 l_{c2}^2 + I_{yy2} + m_3 l_2^2 \\ \psi_2 &= l_{c3} l_2 m_3 \\ \psi_3 &= m_3 l_{c3}^2 + I_{zz3}, \end{aligned} \quad (4)$$

con m_i la masa del eslabón i , I_{yy2} e I_{zz3} como los momentos de inercia del segundo eslabón respecto al eje y y el tercero con respecto al eje z respectivamente. Las longitudes de los centros de masa ($l_{c2} = l_2 - l_{c2}^*$ y $l_{c3} = l_3 - l_{c3}^*$) se muestran en la Figura 2. Asimismo, considérese las siguientes definiciones $c_1 = \cos(q_1)$, $s_1 = \sin(q_1)$, $c_2 = \cos(q_2)$, $s_2 = \sin(q_2)$, $c_3 = \cos(q_3)$ y $s_3 = \sin(q_3)$.

2.2 Vector de fuerzas gravitacionales

Para obtener el vector de fuerzas gravitacionales $\mathbf{g}(\mathbf{q})$, fue necesario calcular la energía potencial (Siciliano et al., 2009), *i.e.*

$$\mathcal{U} = - \sum_{i=1}^n m_i \mathbf{g}^T \mathbf{p}_{ci}(\mathbf{q}) \quad n = 1, 2, 3 \quad (5)$$

donde \mathbf{p}_{ci} es el vector de posición del centro de masa del i -ésimo eslabón (véase Figura 2) y el vector $\bar{\mathbf{g}}$ está dado por

$$\bar{\mathbf{g}} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -9.81 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \text{m} \\ \text{s}^2 \end{bmatrix}. \quad (6)$$

Obteniendo el gradiente de la energía potencial se tiene

$$\mathbf{g}(\mathbf{q}) = \frac{\partial \mathcal{U}(\mathbf{q})}{\partial \mathbf{q}} = g_0 \begin{bmatrix} 0 \\ \psi_4 c_2 + \psi_5 c_{23} \\ \psi_5 c_{23} \end{bmatrix} \quad (7)$$

donde

$$\begin{aligned} \psi_4 &= m_2 l_{c2} + m_3 l_2 \\ \psi_5 &= m_3 l_{c3}, \end{aligned} \quad (8)$$

con $g_0 = 9.81 \left[\frac{m}{s^2} \right]$ y $c_{23} = \cos(q_2 + q_3)$.

2.3 Matriz de fuerzas centrífugas y de Coriolis

La matriz $\mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$ se calculó de forma sistemática utilizando los símbolos de Christoffel de primer tipo dados por

$$c_{ijk} = \frac{1}{2} \left\{ \frac{\partial h_{kj}}{\partial q_i} + \frac{\partial h_{ki}}{\partial q_j} - \frac{\partial h_{ij}}{\partial q_k} \right\}. \quad (9)$$

De esta manera, los elementos de la matriz $\mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$ se pueden calcular de la siguiente manera (Siciliano et al., 2009)

$$\begin{aligned} c_{kj} &= \sum_{i=1}^n c_{ijk}(\mathbf{q}) \dot{q}_i \\ &= \sum_{i=1}^n \frac{1}{2} \left\{ \frac{\partial h_{kj}}{\partial q_i} + \frac{\partial h_{ki}}{\partial q_j} + \frac{\partial h_{ij}}{\partial q_k} \right\} \dot{q}_i, \end{aligned} \quad (10)$$

los cuales también están en función de los parámetros definidos en (4).

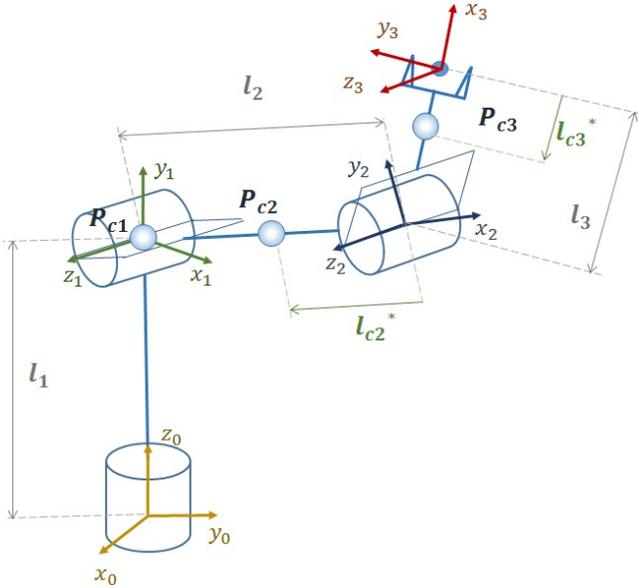


Fig. 2. Configuración del robot háptico *Geomagik Touch* con centros de masa.

3. ESTIMACIÓN DE PARÁMETROS DINÁMICOS

La estimación de los parámetros se realizó con dos algoritmos de control distintos en conjunto con el método de mínimos cuadrados.

Teorema 1. La función de pérdidas de mínimos cuadrados

$$V(\psi, t) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^T (y(i) - \phi^T(i)\psi)^2 \quad (11)$$

es mínima para los parámetros $\hat{\psi}$ tales que

$$\Phi^T \Phi \hat{\psi} = \Phi^T \mathbf{y}. \quad (12)$$

Si la matriz $\Phi^T \Phi$ es no singular, el mínimo es único y está dado por

$$\hat{\psi} = \left(\Phi^T \Phi \right)^{-1} \Phi^T \mathbf{y}. \quad (13)$$

La condición que hace a la matriz $\Phi^T \Phi$ invertible es conocida como *condición de excitación persistente* (Åström y Wittenmark, 1989).

De la ecuación (13), \mathbf{y} es la variable medida, ψ es el vector de parámetros del modelo a ser determinados y Φ se compone de variables conocidas llamadas *variables de regresión*.

Inicialmente se realizaron los experimentos con un control PID para estimar los parámetros correspondientes al vector de gravedad ψ_4 y ψ_5 que están descritos en (8). Posteriormente, con un control adaptable se efectuó la estimación de los parámetros de inercia definidos en (4).

3.1 Control PID

El algoritmo del control PID está dado por

$$\boldsymbol{\tau} = -\mathbf{K}_p \tilde{\mathbf{q}} - \mathbf{K}_v \dot{\tilde{\mathbf{q}}} - \mathbf{K}_i \boldsymbol{\sigma} \quad (14)$$

$$\dot{\boldsymbol{\sigma}} = \tilde{\mathbf{q}}$$

donde \mathbf{K}_p , \mathbf{K}_v , $\mathbf{K}_i \in \mathfrak{R}^{n \times n}$ son matrices simétricas positivas definidas, $\tilde{\mathbf{q}} = \mathbf{q} - \mathbf{q}_d$ es el error de posición y \mathbf{q}_d es la posición articular deseada constante. La dinámica en lazo cerrado es

$$\mathbf{H}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{g}(\mathbf{q}) = -\mathbf{K}_v \dot{\tilde{\mathbf{q}}} - \mathbf{K}_p \tilde{\mathbf{q}} - \mathbf{K}_i \boldsymbol{\sigma}, \quad (15)$$

y en estado estacionario ($\dot{\mathbf{q}} = \ddot{\mathbf{q}} = \mathbf{0}$) se tiene que

$$\mathbf{g}(\mathbf{q}) = -\mathbf{K}_p \tilde{\mathbf{q}} - \mathbf{K}_i \boldsymbol{\sigma}. \quad (16)$$

Nótese que el lado derecho de (16) está compuesto de variables conocidas y se puede reescribir de la siguiente forma

$$\mathbf{Y}_g(\mathbf{q})\boldsymbol{\psi}_g = -\mathbf{K}_p \tilde{\mathbf{q}} - \mathbf{K}_i \boldsymbol{\sigma}, \quad (17)$$

donde

$$\mathbf{Y}_g(\mathbf{q}) = g_0 \begin{bmatrix} c_2 & c_{23} \\ 0 & c_{23} \end{bmatrix} \quad (18)$$

y

$$\boldsymbol{\psi}_g^T = [\psi_4 \ \psi_5]. \quad (19)$$

Con el propósito de aplicar el método de mínimos cuadrados en la estimación del vector $\boldsymbol{\psi}_g$. Se definió a la variable observada de la ecuación (13) como $\mathbf{y} = -\mathbf{K}_p \tilde{\mathbf{q}} - \mathbf{K}_i \boldsymbol{\sigma}$ para poder realizar la estimación fuera de línea.

Se sabe que para una trayectoria deseada constante el algoritmo de control (14) satisface (Kelly y Santibáñez, 2005)

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \mathbf{q}(t) = \mathbf{q}_d. \quad (20)$$

3.2 Control adaptable

Para realizar la estimación de los parámetros restantes definidos en (4), se empleó el algoritmo presentado en Slotine y Li (1987).

El objetivo de este algoritmo es compensar la mayoría de las no linealidades del sistema que describe al robot y se puede representar como

$$\tau = \hat{H}(q)\ddot{q}_r + \hat{C}(q, \dot{q})\dot{q}_r + \hat{g}(q) + D\dot{q}_r - K_v s \quad (21)$$

con $K_v \in \mathbb{R}^{n \times n}$ simétrica positiva definida y $\dot{q}_r \in \mathbb{R}^n$ que es una señal de velocidad de referencia generalizada que debe de ser derivable al menos una vez, la cual se define como $\dot{q}_r = \dot{q}_d - \Lambda \tilde{q}$, donde q_d es la trayectoria deseada, además $\Lambda \in \mathbb{R}^{n \times n}$ es simétrica positiva definida. Esta ley de control adaptable se convierte en:

$$\tau = Y_r(q, \dot{q}, \ddot{q}_r)\hat{\psi} - K_v s \quad (22)$$

$$\dot{\hat{\psi}} = -\Gamma Y_r^T(q, \dot{q}, \ddot{q}_r)s$$

en donde $s = \dot{q} - \dot{q}_r$ es el error nominal de velocidad, pero tomando en cuenta la definición de \dot{q}_r se tiene que $s = \tilde{q} + \Lambda \tilde{q}$, donde \tilde{q} es el error de posición articular. $Y_r^T(q, \dot{q}, \ddot{q}_r)$ es el regresor dinámico de referencia que se define como

$$Y_r^T(q, \dot{q}, \ddot{q}_r)\hat{\psi} = H(q)\ddot{q}_r + C(q, \dot{q})\dot{q}_r + g(q) + D\dot{q}_r \quad (23)$$

De acuerdo con (22), la dinámica del sistema en lazo cerrado está dada por

$$H(q)\dot{s} + C(q, \dot{q})s + Ds + K_v s = -Y_r(q, \dot{q}, \ddot{q}_r)\hat{\psi}. \quad (24)$$

En Slotine y Li (1991) se muestra que es posible garantizar que la variable s está acotada y que decrece asintóticamente.

4. RESULTADOS EXPERIMENTALES

En esta sección se presentan los resultados que se obtuvieron en la estimación de los parámetros definidos en (4) y (8) con los algoritmos de control adaptable y PID respectivamente.

Primero se estimaron los parámetros que conforman al vector $g(q)$ con el propósito de que la trayectoria necesaria para estimar los parámetros inerciales cumplan con la condición de excitación persistente.

4.1 Estimación de parámetros con control PID

Como se mencionó en la sección anterior, se efectuaron repetidos experimentos a lo largo de todo el espacio de trabajo del *Geomagic Touch*, y debido a que el vector $g(q)$ no afectó a la primera articulación, el control de posición se efectuó únicamente sobre las articulaciones 2 y 3.

Tabla 1. Estimación de parámetros el robot háptico *Geomagic Touch* con control PID.

Posición articular deseada $q_d^T [^\circ]$	Parámetro estimado $\hat{\psi}_4 [kg\ m^2]$	Parámetro estimado $\hat{\psi}_5 [kg\ m^2]$
[0 20 - 70]	0.0064073	0.019260
[0 50 - 80]	0.009714	0.013549
[0 90 - 100]	0.005452	0.012749

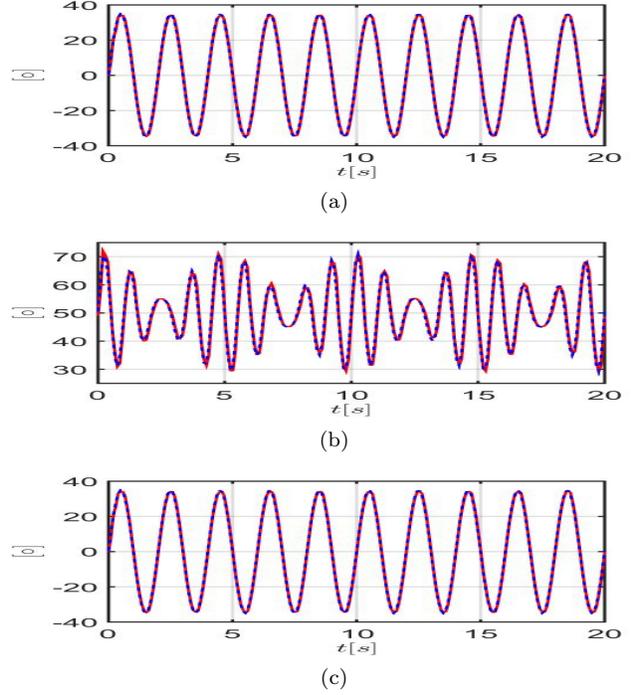


Fig. 3. Posición deseada vs posición medida en experimentos con control adaptable para $f = [0.5\ 0.9\ 1.1][Hz]$. a) $q_{d1}(t)$ (---) vs $q_1(t)$ (—) $[\circ]$. b) $q_{d2}(t)$ (---) vs $q_2(t)$ (—) $[\circ]$. c) $q_{d3}(t)$ (---) vs $q_3(t)$ (—) $[\circ]$.

En la Tabla 1 se muestran los resultados de la estimación en línea para tres posiciones articulares deseadas distintas. A causa de que estos valores cambian dependiendo del vector q_d , se hizo la estimación utilizando el método de mínimos cuadrados con todos los datos obtenidos resultando en los siguientes valores

$$\hat{\psi}_4 = 0.00857629668321 \quad (25)$$

$$\hat{\psi}_5 = 0.00799020783442.$$

Las matrices de ganancias fueron diagonales con los siguientes valores constantes para cada uno de los experimentos: $K_p = [3.0\ 3.5\ 3.5]$, $K_v = [0.03\ 0.03\ 0.03]$ y $K_i = [1.0\ 1.0\ 1.5]$.

4.2 Estimación de parámetros con control adaptable

Para el algoritmo de control descrito en la ecuación (24), la trayectoria deseada q_d propuesta fue la siguiente

$$q_d = \frac{\pi}{180} \begin{bmatrix} 35 \sin(2\pi f_1 t) \\ 50 + 13 \sin(2\pi f_2 t) + 8 \sin(2\pi f_3 t) \\ -90 + 8 \sin(2\pi f_2 t) + 12 \sin(2\pi f_3 t) \end{bmatrix}, \quad (26)$$

con $f = [f_1\ f_2\ f_3]$.

En la Figura 3 se muestra la trayectoria deseada q_d y la real q de cada articulación del robot para cuando la frecuencia en cada una estuvo descrita por el vector $f = [0.5\ 0.9\ 1.1]$. En la Figura 4 se muestran los resultados de la estimación en línea de los parámetros de inercia con dos vectores f distintos.

Como se puede observar, los valores no convergen e incluso se llegan a hacer negativos, por lo que fue necesario

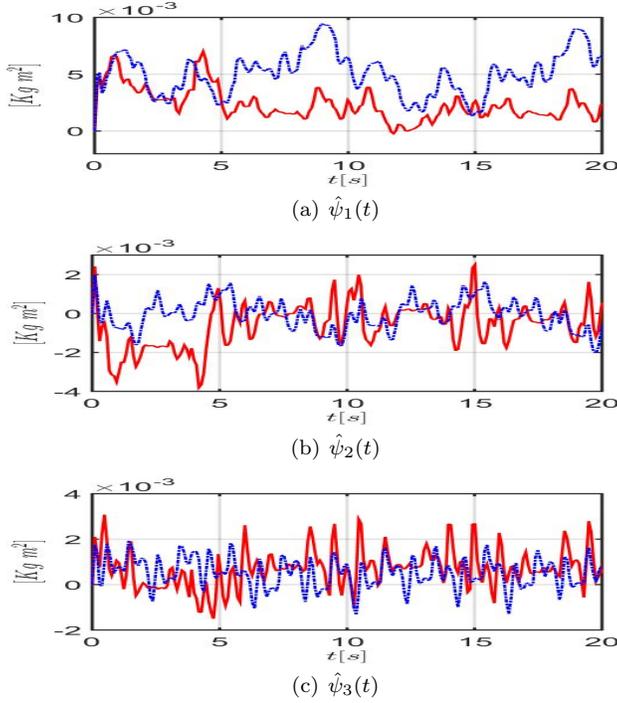


Fig. 4. Parámetros estimados en cada experimento utilizando el control adaptable para $\mathbf{f} = [0.5 \ 0.9 \ 1.1] [Hz]$ (—) vs $\mathbf{f} = [0.6 \ 0.1 \ 1.0] [Hz]$ (- - -).

utilizar nuevamente el método de mínimos cuadrados definido en la ecuación (13), con $\hat{\psi}_h = [\hat{\psi}_1 \ \hat{\psi}_2 \ \hat{\psi}_3]^T$, $\Phi_h = \mathbf{Y}_h$ el regresor que se obtiene de la matriz $\mathbf{H}(\mathbf{q}) + \mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$, y $\mathbf{y} = \boldsymbol{\tau}$ el par requerido para lograr que cada articulación siguiera la trayectoria descrita por el vector \mathbf{q}_d . De esta manera se obtuvieron los siguientes valores

$$\begin{aligned} \hat{\psi}_1 &= 0.002462222 & (27) \\ \hat{\psi}_2 &= 0.0007139 \\ \hat{\psi}_3 &= 0.0011178 \end{aligned}$$

4.3 Validación de parámetros

La suposición que se hace es que en el caso de que los parámetros estimados sean los reales, o muy cercanos a éstos, el comportamiento que tendrá el robot de forma experimental será el mismo que se obtenga en la simulación del sistema en lazo abierto.

Con este fin se hicieron algunas mediciones y se efectuaron aproximaciones para poder tener un valor nominal del vector de parámetros dinámicos $\boldsymbol{\psi}$, estos datos se encuentran en la Tabla 2.

Tabla 2. Datos nominales del robot háptico *Geomagic Touch*.

Eslabón i	Masa $m_i [Kg]$	Longitud $l_i [m]$	Centro de masa $l_{ci} [m]$
1	0.2	0.05	0.0
2	0.08	0.135	0.08
3	0.1	0.175	0.1

Con estos datos se pudo obtener el siguiente vector de parámetros nominal $\boldsymbol{\psi}_0$

$$\boldsymbol{\psi}_0 = \begin{bmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \\ \psi_3 \\ \psi_4 \\ \psi_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_2 l_{c2}^2 + I_{yy2} + m_3 l_2^2 \\ l_{c3} l_2 m_3 \\ m_3 l_{c3}^2 + I_{zz3} \\ m_2 g_0 l_{c2} + m_3 g_0 l_2 \\ m_3 g_0 l_{c3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.002144 \\ 0.001215 \\ 0.001065208 \\ 0.0175 \\ 0.0090 \end{bmatrix}$$

Se seleccionó el siguiente par de entrada (véase Figura 5) para no forzar al robot y evitar que se dañase alguna parte de éste a causa del movimiento

$$\boldsymbol{\tau} = \begin{bmatrix} 0.5 \sin(t) \\ 0.076 + 0.11 \sin(t) + 0.031 \sin(2t) \\ 0.04 + 0.05 \sin(t) + 0.03 \sin(0.5t) \end{bmatrix} [N \ m] \quad (28)$$

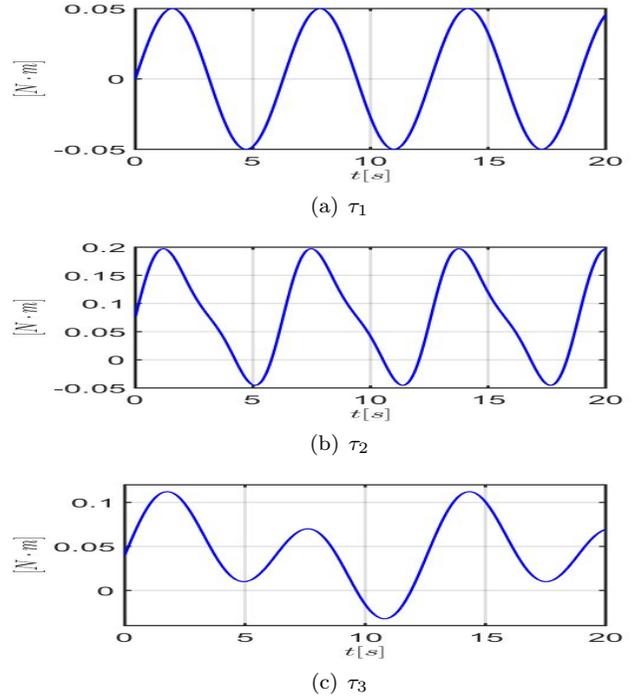


Fig. 5. Pares para cada articulación en experimento del sistema en lazo abierto para validación.

En la Figura 6 se muestra la trayectoria que siguió cada articulación en la simulación y en el experimento realizado. Para ello se llevó al efector final del dispositivo háptico a una posición inicial $\mathbf{q}_0 = [0 \ 50 \ -90]^T [^\circ]$ con el propósito de moverlo con libertad después de haberlo situado en el punto medio del espacio de trabajo. En estas gráficas se puede ver que la trayectoria en simulación difiere de la trayectoria real. Una posible causa es que se omitieron fenómenos físicos del sistema, tales como la fricción y la zona muerta que presentan los motores de cada articulación del robot.

La omisión de la fricción se efectuó para no aumentar el número de parámetros estimados y de este modo tener una trayectoria más simple que cumpla con la propiedad de excitación persistente. Se sabe que para poder estimar tan sólo dos parámetros en sistemas lineales, es necesario tener una función rica en frecuencia (Ioannou y Fidan, 2006). Se estimaron con el algoritmo de control adaptable 3 parámetros, lo cual resultó complicado por el hecho de que se tuvo que mantener dicha señal durante todo el tiempo en que se realizaron los experimentos.

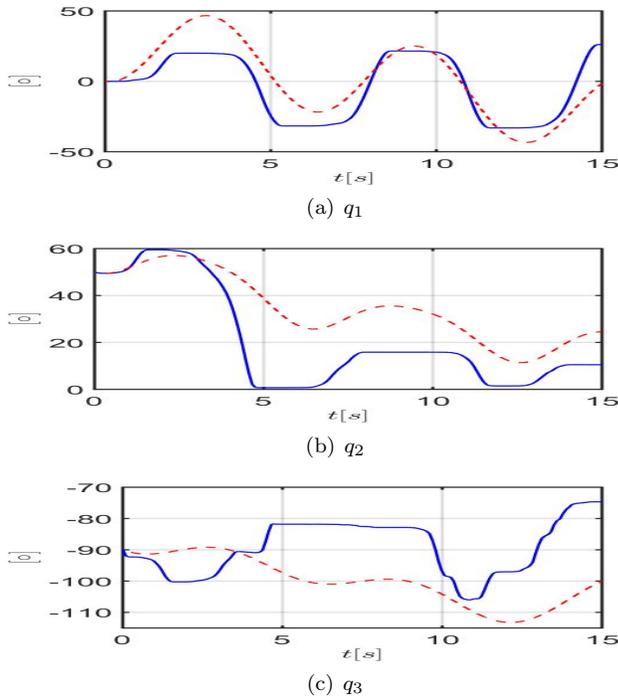


Fig. 6. Comparación de las trayectorias para cada articulación en el experimento (—) vs la simulación (- -).

5. CONCLUSIONES

En este trabajo se presentó el modelo dinámico y la estimación experimental de los parámetros dinámicos del robot háptico *Geomagic Touch* utilizando dos algoritmos de control. Para estimar los parámetros correspondientes al vector de fuerzas gravitacionales se empleó el algoritmo de mínimos cuadrados en conjunto con un control PID. Se obtuvieron buenos resultados tanto en la estimación como en el control de posición, ya que se pudo compensar el efecto del vector de gravedad durante los experimentos en los que se empleó el algoritmo de Slotine-Li para la estimación de los parámetros inerciales del robot, para ello fue necesario definir una trayectoria por articulación que cumpliera con la condición de excitación persistente con el objetivo de obtener un valor estimado que permitiese acotar los valores de los parámetros reales. Debido a que no se logró la convergencia en línea con el estimador de parámetros del algoritmo, se aplicó el método de mínimos cuadrados, con el cual se obtuvieron los valores que finalmente se sometieron a validación.

Los resultados obtenidos en la validación indicaron que la estimación no fue tan precisa como se deseaba, debido a que se desarrolló sin considerar la dinámica de los motores y se despreció la fricción en cada articulación por suponer estos valores muy pequeños y por la dificultad que se hubiera tenido al elegir una trayectoria deseada que satisficiera la condición de excitación persistente.

Además, otra causa de que los resultados de la validación no fueran los deseados es debido a que los controles que se emplearon en este trabajo aseguran el control de posición mas no la convergencia de los parámetros, esto se puede apreciar en la Figura 4, donde los valores de los parámetros en ciertos instantes de tiempo son negativos.. A pesar de esto, con el trabajo realizado se logró obtener

un rango de valores que podrían tomar los parámetros dinámicos durante el seguimiento de una trayectoria o en condiciones en las que se necesite de compensar la gravedad.

AGRADECIMIENTOS

Se agradece el apoyo recibido por el proyecto **PAPIIT IN114617**, *Diseño de observadores para la teleoperación bilateral de sistemas con retardo*.

REFERENCIAS

- Åström, K.J. y Wittenmark, B. (1989). *Adaptive Control*. Reading, Massachusetts.
- Birglen, L., Gosselin, C., Pouliot, N., Monsarrat, B., y Laliberté, T. (2002). Shade, a new 3-dof haptic device. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 18(2), 166–175.
- Cortese, R., Park, J., y Khatib, O. (2006). Real-time adaptive control for haptic telemanipulation with kalman active observers. *IEEE Transactions on Robotics*, 22(5), 987–999.
- Elhajj, I., Xi, N., Fung, W.K., Liu, Y.H., Li, W.J., Kaga, T., y Fukuda, T. (2001). Haptic information in internet-based teleoperation. *IEEE/ASME Transactions on mechatronics*, 6(3), 295–304.
- Gautier, M. y Khalil, W. (1992). Exciting trajectories for the identification of base inertial parameters of robots. *The International journal of robotics research*, 11(4), 362–375.
- Geomagic Touch, H.D. (2013). *Geomagic touch device guide*.
- Ioannou, P. y Fidan, B. (2006). *Adaptive control tutorial*. siam society for industrial & applied mathematics, tjt217. i628. Technical report, ISBN 0-89871-615-2.
- Kelly, R. y Santibáñez, V. (2005). *Control of Robot Manipulators in Joint Space*.
- Lee, L.F., Narayanan, M.S., Mendel, F., y Krovi, V.N. (2010). Kinematics analysis of in-parallel 5 dof haptic device. In *Advanced Intelligent Mechatronics (AIM), 2010 IEEE/ASME International Conference on*, 237–241. IEEE.
- Martinez-Rosas, J.C., Alvarez-Icaza, L., y Noriega-Pineda, D. (2009). Modelo dinámico de fricción: un enfoque para identificación y control.
- Merlet, J.P. (2006). *Parallel robots*, volume 128. Springer Science & Business Media.
- Siciliano, B., Sciavicco, L., Villani, L., y Oriolo, G. (2009). *Robotics: Modelling, Planning and Control*. Springer-Verlang.
- Slotine, J.J.E. y Li, W. (1991). *Applied Nonlinear Control*.
- Slotine, J.J.E. y Li, W. (1987). On the adaptive control of robot manipulators. *The international journal of robotics research*, 6(3), 49–59.
- Spong, M.W. y Vidyasagar, M. (1989). *Robot Dynamics and Control*.
- Swevers, J., Ganseman, C., Tukul, D.B., De Schutter, J., y Van Brussel, H. (1997). Optimal robot excitation and identification. *IEEE transactions on robotics and automation*, 13(5), 730–740.