Diagnóstico de fallas vía relaciones equivalentes para una central eléctrica de generación ⋆

A. Villanueva, * **C. Verde** *

* *Universidad Nacional Autónoma de México, Coyoacán DF 04510, México, jvillanuevap@iingen.unam.mx; verde@unam.mx*

Resumen: Se propone un algoritmo para obtener relaciones redundantes de sistemas de gran escala empleando herramientas de análisis estructural junto con el concepto de relación de equivalencia en un grafo. Como caso de estudio se considera una central eléctrica de generación de ciclo combinado CEGCC cuyo modelo no lineal está descrito por 37 ecuaciones algebraicas y dinámicas donde se suponen fallas en los actuadores. La principal ventaja del procedimiento es la obtención de subsistemas con capacidad de diagnóstico de fallas sin considerar funciones y parámetros específicos. Así, a partir de los subsistemas con redundancia, el diseñador tiene libertad para implementar los residuos.

Keywords: Diagnóstico de fallas, Análisis estructural, Sistemas de gran escala, Relaciones de equivalencia.

1. INTRODUCCIÓN

Los componentes de un sistema físico están sujetos a deterioros y alteraciones ocasionadas por diversos fenómenos no previstos y fuera del control de los operadores. Esta problemática ha motivado la necesidad de diseñar sistemas automáticos de monitoreo y diagnóstico que indiquen a los operadores dónde hay fallas y cuál es su magnitud (Isermann, 2006). El principio básico para detectar síntomas de fallas es la existencia de coherencia entre características del sistema bajo supervisión, sus estadísticas en condiciones nominales y la pérdida de dicha coherencia antes fallas (Chen y Patton, 1999).

Si se parte de modelos matemáticos de los sistemas a monitorear se habla de redundancia analítica, ya que los modelos permiten estimar variables y junto con mediciones del sistema tener redundancia. En general, se consideran modelos con variables dinámicas $x \in \Re^n$, y estáticas $x_s \in \Re^s$ descritos por medio de un conjunto de ecuaciones no lineales del tipo

$$\dot{x}(t) = f_m(x(t), u(t), x_s(t), f(t), \bar{f}(t)) \quad (1)$$

$$0_s = g(x(t), u(t), y(t), x_s(t), f(t), \bar{f}(t)) \quad (2)$$

$$y(t) = h(x(t), u(t), x_s(t), f(t), \bar{f}(t)) \quad (3)$$

asumiendo que el modelo está bien planteado, donde $u \in \Re^m$ es un vector de señales exógenas conocidas, y el vector $y \in \Re^p$ corresponde con las variables medibles. En este modelo los vectores $f(t) \in \Re^f$ y $\bar{f}(t) \in \Re^{\bar{f}}$ denotan las fallas de interés y de no interés respectivamente.

El elemento básico en la detección y aislamiento de fallas, FDI, es el residuo $r(t)$ el cual tiene un valor medio cero, en ausencia de fallas y éste se desvía de cero en condiciones de falla. Es decir:

- $\|r(t)\| = 0$, si el sistema opera en condiciones normales.
- $\|r(t)\| \neq 0$, si el sistema opera en condición anormales.

Para sistemas no lineales la herramienta más usada para generar residuos es el diseño de un observador. En este caso, la solución consiste en diseñar sistemas dinámicos sensibles a las fallas de interés $f(t)$ e insensibles a las de no interés $\bar{f}(t)$ con la estructura de un observador. Sin embargo, aún para fallas aditivas y suponiendo la ausencia de variables estáticas, las condiciones de detección reportadas por Hammouri et al. (1999) y De-Persis y Isidori (2001) son difíciles de verificar, y garantizar la existencia de una solución. Para sistemas de gran escala o modelos con parámetros genéricos el diseño de observadores a entradas desconocidas no es trivial. Edwards et al. (2000) propone el uso de observadores basados en modos deslizantes para entradas desconocidas y reconstruye directamente $f(t)$, sin generar residuos. Las condiciones de este tipo de observadores son difíciles de satisfacer para sistemas de gran escala. Staroswiecki y Varga (2001) abordan el problema de FDI de sistemas no lineales en el marco del espacio de paridad, con la desventaja de requerir diferenciadores e imponer la condición de estabilidad en el sistema a supervisar.

Existen varias alternativas para diseñar sistemas de FDI a través de herramientas de teoría de grafos (Verde et al., 2013) (Dion et al., 2003). Krysander et al. (2008) han simplificado la tarea, haciendo uso de relaciones de equivalencia. El presente trabajo formula el problema de residuos insensibles a una falla y utiliza también el concepto de relación equivalente. Como caso de estudio, se considera una central eléctrica de generación de ciclo combinado CEGCC descrita por 37 ecuaciones con fallas en el comportamiento de sus válvulas.

El trabajo está estructurado de la siguiente forma. La sección 2 describe los conceptos básicos de análisis estructural, SA y de relación de equivalencia. En la sección 3, se describe el algoritmo para la obtención de grafos con propiedades de diagnóstico. La sección 4 presenta el modelo de la central del caso de estudio, indicando las válvulas que se ven afectadas por las fallas. Además, se aplica el algoritmo al caso de estudio y se muestra el comportamiento de los residuos con datos simulados. Finalmente, las conclusiones del trabajo se presentan en la sección 5.

⋆ Financimiento: IT100716-DGAPA-UNAM, CALGARY-CONACyT

2. PRELIMINARES

La comunidad de FDI denota SA (*Structural Analysis*) al conjunto de herramientas y algoritmos para analizar el diagnóstico de fallas de un sistema a partir del grafo bipartita (Blanke et al., 2016).

2.1 Análisis estructural

Definición 1 (Blanke et al., 2016). El modelo estructural del sistema (1)-(3) se define como el grafo bipartita $\mathcal{G}(M,Z,\varepsilon)$ formado por los conjuntos de restricciones $M=\{c_1,c_2,\ldots\}$, de variables $Z=\{X\cup K\}$, formado con el conjunto de variables conocidas $K=\{k_1,k_2,\ldots\}$ y el de desconocidas $X=\{x_1,x_2,\ldots\}$. El conjunto de aristas $\varepsilon\subset M\times Z$ está formado por $(c_i,z_j)\in\varepsilon$ si la variable z_j está presente en c_i.

El punto clave del SA es la transformación de Dulmage-Mendelsohn DM (Dulmage y Mendelsohn, 1958). Esta transformación permite encontrar a partir de $\mathcal{G}$ su forma triangular, vía permutaciones de filas y columnas, de la cual se obtiene directamente el grafo sobredeterminado $\mathcal{G}^+(M^+\cup X^+,\varepsilon^+)$, el justodeterminado $\mathcal{G}^0(M^0\cup X^0,\varepsilon^0)$ y el subdeterminado $\mathcal{G}^-(M^-\cup X^-,\varepsilon^-)$, como se presenta en la fig. 1.

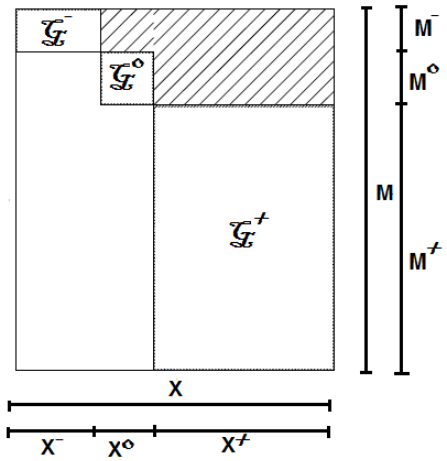

Figura 1. Matriz $\mathcal{G}(M,Z,\varepsilon)$ en la forma de DM

Los conceptos de aislabilidad y detectabilidad estructural de $\mathcal{G}^+$ fueron propuestos por Åslund et al. (2011).

Definición 2 (Åslund et al., 2011). Si la falla f_i está presente en el conjunto de restricciones $C_{f_i}=\{c_{1_{f_i}},c_{2_{f_i}},\ldots\}$, se dice que es estructuralmente detectable si

$$C_{f_i}\in M^+ \tag{4}$$

Definición 3 (Åslund et al., 2011). Si la falla f_i está presente en el conjunto de restricciones $C_{f_i}=\{c_{1_{f_i}},c_{2_{f_i}},\ldots\}$, y la falla f_j está presente en $C_{f_j}=\{c_{1_{f_j}},c_{2_{f_j}},\ldots\}$ con $C_{f_i}\cap C_{f_j}=\emptyset$, se dice que son estructuralmente aislables si se satisface

$$C_{f_i}\in(M\backslash\{C_{f_j}\})^+ \tag{5}$$

donde $(M\backslash\{c\})$ denota M menos c.

2.2 Conjunto equivalente

En el marco del *SA* una relación de equivalencia se define de la siguiente manera.

Definición 4 (Åslund et al., 2011). Dos restricciones $(c_i,c_j)\in M^+$ las cuales satisfacen las propiedades de

1. Reflexividad: Para toda $c\in M^+ : c_i\sim c_j$.
2. Simetría: Para toda $c_i,c_j\in M^+ : c_i\sim c_j\Rightarrow c_j\sim c_i$.
3. Transitividad: Para toda $c_i,c_j,c_k\in M^+ : c_i\sim c_j\wedge c_j\sim c_k\Rightarrow c_i\sim c_k$ (Munkres, 2000).

forman una relación de equivalencia en M^+ si

$$c_j\notin(M\backslash\{c_i\})^+. \tag{6}$$

Definición 5 (Krysander et al., 2008). Se define como subsistema $\mathcal{G}_{ei}$ equivalente, a todas las restricciones $M_i=c_i\cup c_j$ que satisfacen una misma relación de equivalencia. Es decir, el conjunto de las restricciones involucradas en el subsistema satisfacen una misma relación de equivalencia.

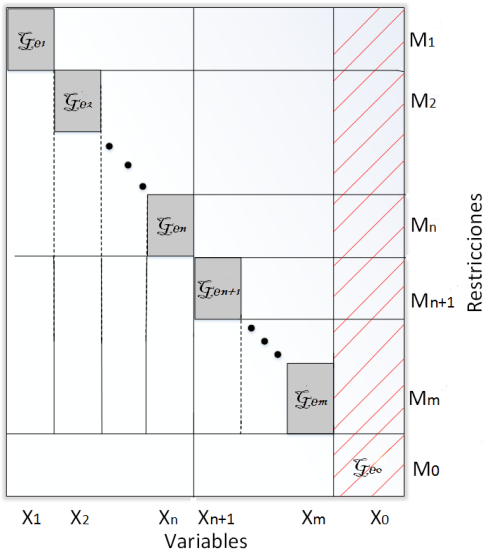

Figura 2. Matriz $\mathcal{G}_e^+$ expresada en clases equivalentes $\mathcal{G}_{ei}$

La matriz $\mathcal{G}^+$ puede transformarse en una matriz por bloques como la mostrada en la fig. 2 formada por m bloques semi-desacoplados $\mathcal{G}_{ei}(M_i,X_i,\varepsilon)$ asociados a m relaciones de equivalencia e_i donde cada conjunto X_i de variables desconocidas está asociada únicamente al conjunto de equivalencia M_i. En esta descripción, la matriz está constituida por $\mathcal{G}_e^+=\cup\mathcal{G}_{ei}$ y el conjunto X_0

$$X_0=X\backslash\left(\bigcup_{i=1}^{n}X_i\right). \tag{7}$$

se crea con todas las variables que acoplan los subsistemas $\mathcal{G}_{ei}$

Krysander et al. (2008) demostraron que cada conjunto equivalente de restricciones M_i para toda $1<i<m$, satisface la relación de redundancia

$$|M_i|=|X_i|+1 \tag{8}$$

en donde $|M_i|$ y $|X_i|$ representan las cardinalidades de los conjuntos respectivos. Además, el grafo $\mathcal{G}_{e_0}$ no es necesariamente sobredeterminado.

Considerando la forma de $\mathcal{G}_e^+$, se pueden particularizar las definiciones de detectabilidad y aislabilidad de fallas.

Definición 6. Si la falla f_i está presente en el conjunto de restricciones $C_{f_i} = \{c_{1_{f_i}}, c_{2_{f_i}}, \ldots\}$ se dice que es estructuralmente detectable en $\mathscr{G}_e^+$ si

$$C_f \in M_i. \tag{9}$$

Definición 7. Sean f_i y f_j dos fallas, donde cada una de ellas afecta su conjunto de restricciones $C_{f_k} = \{c_{1_{f_k}}, c_{2_{f_k}}, \ldots\}$ y su clase de equivalencia $\hat{M}_k = \cup M_k$ con $k = i, j$ respectivamente. Bajo estas condiciones, se dice que las fallas son estructuralmente aislables en $\mathscr{G}_e^+$ si

$$C_{f_i} \in \left(M_i \backslash \hat{M}_j\right)^+ \tag{10}$$

La idea de buscar en $\mathscr{G}_e^+$ la redundancia mínima del grafo, en vez de considerar $\mathscr{G}^+$, es reducir la multiplicidad de grafos equivalentes con redundancia y fue propuesta por Krysander et al. (2008).

3. ALGORITMO GENERADOR DE RELACIONES REDUNDANTES

La capacidad de diagnosticar de $\mathscr{G}_e^+$ depende del grado de redundancia del subsistema $\mathscr{G}_{e_0}$, el cual acopla a través del conjunto X_0 los subsistemas con redundancia uno. Por tanto, la búsqueda de subsistemas redundantes se inicia con el cálculo del grado de redundancia de $\mathscr{G}_{e_0}$ dado por el entero

$$\overline{\varphi}(\mathscr{G}_{e_0}) = |M_0| - |X_0| \tag{11}$$

el cual caracteriza tres escenarios posibles:

1. Si $\overline{\varphi}(\mathscr{G}_{e_0}) \geq 0$, y el grafo es insensible a fallas de no interés $\bar{f}$, es posible primero calcular X_0 y en una segunda etapa, desacoplar cada bloque $\mathscr{G}_{ei}$, estableciendo una grafo con redundancia uno para cada bloque.
2. Si $\overline{\varphi}(\mathscr{G}_{e_0}) \geq 0$ y el grafo incluye fallas de no interés $\bar{f}$, es necesario eliminar las restricciones donde $\bar{f}$ está presente, antes de aparejar el grafo. No suprimir dichas restricciones puede provocar que los grafos $\mathscr{G}_{ei}$ sean también sensibles a $\bar{f}$ debido al acoplamiento entre variables de $\mathscr{G}_{e_0}$.
3. Si $\overline{\varphi}(\mathscr{G}_0) < 0$, la redundancia en $\mathscr{G}_0$ es nula y ésta deberá incrementarse ayudándose de los m grafos $\mathscr{G}_{ei}$. Bajo esta condición el siguiente algoritmo busca compensar la ausencia de redundancia en $\mathscr{G}_0$ ante la presencia de una sola falla de no interés.

3.1 Algoritmo

Considerando el conjunto de fallas $F_l = \{f_1, f_2, \ldots, f_l\}$ en $\mathscr{G}_e^+$ con cardinalidad L, el siguiente algoritmo establece subsistemas equivalentes insensibles a una falla. Sin embargo si mas de dos fallas están presentes en un conjunto de equivalencia se generan relaciones redundantes repetidas como:

1. Inicializar el apuntador de la falla insensible $l = 1$
2. Aplicar un barrido de arriba hacia abajo en la matriz $\mathscr{G}_e^+$ eliminando todos los sistemas $\mathscr{G}_{ei}$ donde la falla f_l está presente denotado como $\hat{\mathscr{G}}_l$.
3. Calcular la descomposición DM a partir del grafo $(\mathscr{G}_e^+ \backslash (\hat{\mathscr{G}}_l))$.
4. Obtener los subsistemas equivalentes y formar la matriz reducida

$$\mathscr{G}_{rl}^*(M_{ei}^* \cup M_{e0}^*, X_{ei}^* \cup X_{e0}^*, \varepsilon) \tag{12}$$

   donde $*$ se usa para denotar reducción en el grafo.
5. Determinar el subconjunto de fallas F_{ei} a las que es sensible $\mathscr{G}_{rl}^*$.
6. Calcular el grado de redundancia de $\mathscr{G}_{rl}^*$

$$\overline{\varphi}(\mathscr{G}_{rl}^*) = |M_{ei}^* \cup M_{e0}^*| - |X_{ei}^* \cup X_{e0}^*|. \tag{13}$$

   - Si $\overline{\varphi}(\mathscr{G}_{rl}^*) < 1$, no existe un grafo insensible a la falla f_l, por tanto ir al paso 10.
   - Si $\overline{\varphi}(\mathscr{G}_{rl}^*) = 1$, ir al paso 8.
   - Si $\overline{\varphi}(\mathscr{G}_{rl}^*) > 1$, continuar.
7. Remover $(\overline{\varphi}(\mathscr{G}_{rl}^*) - 1)$ subsistemas dentro de $(\mathscr{G}_{rl}^* \backslash (M_{e0}^*, X_{e0}^*))$, considerando las combinaciones posibles de los subsistemas que permitan calcular el conjunto X_{e0}^*.
8. Aparejar variables con restricciones.
9. Incrementar el apuntador de fallas $l = l + 1$, y si $l \leq L$ regresar al paso 2, de lo contrario determinar la firma de fallas del conjunto F_l y finalizar.

El algoritmo se inicializa con el apuntador de fallas de no interés $l = 1$. El segundo paso, clave en el proceso, consiste en remover en $\mathscr{G}_e^+$ a todos los subsistemas equivalentes donde f_l está presente para insensibilizar la estructura. La remoción de los subsistemas equivalentes cambia la estructura del sistema por lo que en el paso tres se genera la nueva matriz de DM y la matriz de equivalencia respectiva. El cuarto y quinto pasos tienen como función generar el subconjunto de fallas a los que es sensible el grafo. El sexto paso tiene como objeto discernir, calculando el grado de redundancia de la matriz de equivalencia, los posibles escenarios para generar grafos con redundancia. El séptimo paso se ejecuta cuando el grado de redundancia del grafo reducido es mayor a uno removiendo $\overline{\varphi}(\mathscr{G}_{rl}^*) - 1$ restricciones. A continuación, se calculan las variables desconocidas mediante un algoritmo de propagación que apareja variables con restricciones (Blanke et al., 2016). Finalmente, la función del paso nueve es preparar el apuntador para generar el siguiente subsistema insensible; y una vez que se hayan establecido todas las relaciones redundantes asociadas a las fallas de no interés, construir la firma de fallas.

A modo de ejemplo, a continuación se presentan los pasos del algoritmo al aplicarlo al modelo estructural de una *CEGCC* con 37 restricciones considerando fallas en sus cuatro válvulas.

4. CASO DE ESTUDIO

La central genera electricidad con una configuración 2×1 de ciclo combinado, con dos turbinas de gas, dos recuperadores de calor y una turbina de vapor. Los principales componentes de la central son: compresor *C*, cámara de combustion *CC*, unidad de turbinas de gas *TG*, generador eléctrico *GE* y el recuperador de calor *RC*. La planta cuenta con cuatro válvulas, dos que regulan el combustible, y las que controlan el sangrado del compresor y el álabe guía. La interconexión de los componentes de la central y su modelo estructural se describen en la fig. 3 y en la tabla 1 respectivamente. Las restricciones sombreadas en la tabla están asociadas con las fallas. Los siguientes párrafos describen de forma breve cada componente de la central y el modelo detallado está reportado en Sanchez Parra y Verde (2006).

4.1 Compresor

La presión k_1 de descarga del C es función de la densidad del gas x_1 en la CC y de la temperatura del gas x_6 en la propia cámara; x_3 es el flujo de aire en su entrada y es función de k_1, de la velocidad del gas en la turbina k_2, de la presión atmosférica k_3 y de la posición del álabe guía k_5 de C; x_8 es la energía variable del C; x_{10} es el flujo de aire a la salida del C que es función del flujo de aire de sangrado x_9 y de x_3; k_6 es la temperatura del aire de descarga del C y depende de k_1, k_3 y de la temperatura exterior k_4; x_9 es función de valores medibles k_1, k_3, k_6 y la posición de la valvula de sangrado de aire del C k_7. La variable x_5 está asociada al cambio de posición del álabe

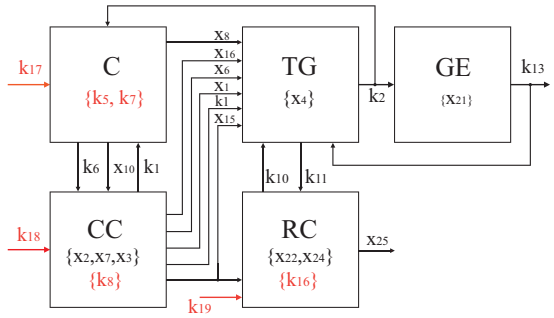

Figura 3. Interconexión de las componentes de la *CEGCC* marcando las variables asociadas a las fallas en rojo

del C y es función de la señal de control k_{17} y de k_5. Las fallas a diagnosticar en C son: a) errores en la señal de control k_{17} que alteran la restricción c_7; b) desviaciones en la posición k_5 de la válvula la cual modifica las restricciones c_2 y c_7; y c) fallas en la posición k_7 de la válvula de sangrado que afecta a c_5.

4.2 Cámara de combustión

El flujo de gas x_{12} en la CC es función de la presión k_1, de la presión de entrada a las válvulas de gas k_9 , de la temperatura x_6 y de la posición de la válvula de gas de la TG k_8; x_{14} es el flujo de gas a la entrada de la CC y x_{15} es el flujo de gas a la salida de la CC; x_7 es el cambio de temperatura de la CC y x_{13} es el cambio de la posición de la válvula de gas de la TG y es función de la señal de control del álabes guía k_{18} y de k_8. Las fallas de interés en este elemento son: a) errores en la señal de control k_{18} que alteran c_{16}; y b) desviaciones en la posición k_8 de la válvula de gas la cual modifica simultáneamente c_{16} y c_9.

4.3 Turbina de gas

La variable x_{16} es la entalpía del gas en la CC; x_{17} es la densidad de gases de escape de la TG que depende de k_1 y de la presión del RC k_{10}; x_{18} es la entalpía de los gases de escape de la TG; k_{12} es la temperatura del empaletado de la TG y es función de la medición de temperatura de los gases de escape k_{11}, de la temperatura x_6 y de la aceleración del rotor de la TG x_4.

4.4 Generador eléctrico

La potencia del generador eléctrico GE es función de x_{20} del ángulo de potencia y del voltaje de la terminal del generador, el cual es aproximado mediante una fórmula que considera la derivada de x_{20} y su valor absoluto. Además, la velocidad de cambio entre ángulo del rotor y el estátor es función de la diferencia entre la frecuencia del generador y la frecuencia de referencia.

4.5 Recuperador de calor

La presión del RC de calor k_{10} depende de la densidad del gas x_{23} y de su temperatura k_{14}; x_{25} es el flujo de gas a la salida RC k_{10}, de su temperatura k_{14} y la posición de la válvula de los quemadores posteriores k_{16}. Los cambios en la densidad x_{24} son producidos por x_{26}, x_{15} y x_{25}. La variable x_{22} describe el cambio en la temperatura y x_{27} es el cambio en la posición de la válvula de los quemadores posteriores. Las fallas que se consideren en el RC son: a) desviaciones en la señal de control k_{19}; y b) desviaciones de la posición k_{16} en la válvula la cual modifica de forma simultanea c_{28} y c_{29}.

Tabla 1. Modelo estructural de la CEGCC

Compresor, C	
c_1:	$0 = f(x_1, x_6, k_1, \theta_0)$
c_2:	$0 = f(x_3, k_1, k_2, k_3, k_5, \theta_1, \theta_2, \theta_3)$
c_3:	$0 = f(x_3, x_8, k_1, k_3, \theta_4, \theta_5)$
c_4:	$0 = f(k_1, k_3, x_{28}, x_{28}, \theta_5)$
c_5:	$0 = f(x_9, k_1, k_3, x_{28}, k_7, \theta_6)$
c_6:	$0 = f(x_3, x_9, x_{10})$
c_7:	$0 = f(x_5, k_5, k_{17}, \theta_{25})$
c_8:	$0 = x_5 - \dot{k}_5$
Cámara de combustión, CC	
c_9:	$0 = f(x_6, x_{12}, k_1, k_8, k_9, \theta_7)$
c_{10}:	$0 = f(x_{10}, x_{12}, x_{14})$
c_{11}:	$0 = f(x_6, x_{15}, k_1, \theta_{21})$
c_{12}:	$0 = f(x_1, x_2, x_{14}, x_{15}, \theta_{17})$
c_{13}:	$0 = x_2 - \dot{x}_1$
c_{14}:	$0 = f(x_1, x_6, x_7, x_{10}, x_{12}, x_{14}, x_{28}, \theta_8, \theta_9, \theta_{17}, \theta_{18}, \theta_{19})$
c_{15}:	$0 = x_7 - \dot{x}_6$
c_{16}:	$0 = f(x_{13}, k_8, k_{18}, \theta_{26})$
c_{17}:	$0 = x_{13} - \dot{k}_8$
Turbina de gas, TG	
c_{18}:	$0 = f(x_{10}, x_{12}, x_{16}, x_{28}, \theta_8, \theta_9, \theta_{18})$
c_{19}:	$0 = f(x_1, x_{17}, k_1, k_{10}, \theta_{10})$
c_{20}:	$0 = f(x_1, x_{16}, x_{17}, x_{18}, k_1, \theta_{10})$
c_{21}:	$0 = f(x_6, k_{11}, x_{29})$
c_{22}:	$0 = f(x_6, k_1, k_{10}, k_{11}, \theta_{10})$
c_{23}:	$0 = f(x_{19}, k_2, \theta_{11})$
c_{24}:	$0 = x_4 - \dot{k}_2$
c_{25}:	$0 = f(x_4, x_8, x_{11}, x_{15}, x_{16}, x_{18}, x_{19}, k_2, k_{13}, \theta_{20})$
Recuperador de calor, RC	
c_{26}:	$0 = f(x_{23}, k_{10}, k_{14}, \theta_0)$
c_{27}:	$0 = f(x_{25}, k_3, k_{10}, k_{15}, \theta_{23})$
c_{28}:	$0 = f(x_{26}, k_9, k_{10}, k_{14}, k_{16}, \theta_{24})$
c_{29}:	$0 = f(x_{15}, x_{23}, x_{24}, x_{25}, x_{26}, \theta_{16})$
c_{30}:	$0 = x_{24} - \dot{x}_{23}$
c_{31}:	$0 = f(x_{15}, x_{22}, x_{23}, x_{26}, k_{11}, k_{14}, \theta_9, \theta_{16}, \theta_{18}, \theta_{19})$
c_{32}:	$0 = f(x_{27}, k_{16}, k_{19}, \theta_{27})$
c_{33}:	$0 = x_{22} - \dot{k}_{14}$
c_{34}:	$0 = x_{27} - \dot{k}_{16}$
Generador eléctrico, GE	
c_{35}:	$0 = f(x_{20}, x_{21}, k_{13}, \theta_{12}, \theta_{13}, \theta_{14}, \theta_{15})$
c_{36}:	$0 = f(x_{20}, x_{21}, k_2, \theta_{22})$
c_{37}:	$0 = x_{21} - \dot{x}_{20}$

4.6 Análisis de Redundancia para la CEGCC

A partir del modelo estructural de la tabla 1, se observa que el grafo está formado por:

- El conjunto de variables conocidas de cardinalidad 19
$$K = \{k_1, k_2, \ldots, k_{19}\} \tag{14}$$
- El conjunto de restricciones de cardinalidad 37 con 19 relaciones estáticas y 18 asociadas a los estados
$$M = \{c_1, c_2, \ldots, c_{37}\} \tag{15}$$
- El conjunto de variables desconocidas de cardinalidad 29
$$X = \{x_1, x_2, \ldots, x_{29}\}. \tag{16}$$

Por lo que respecta a las fallas, las restricciones afectadas por éstas forman el conjunto

$$\{c_2, c_5, c_7, c_{16}, c_{28}, c_{32}\}. \tag{17}$$

El SA se inicia generando la matriz del grafo de dimensión (37×48) considerando (14-15-16-17) y la estructura de la tabla 1, omitida aquí por razones de espacio. A partir de dicha matriz

vía la transformación de DM se caracteriza el sistema sobre determinado $\mathscr{G}^+$ mostrado en la fig. 4a). En dicho matriz se observa que solamente cuatro de las restricciones afectadas por las fallas están presentes. Es decir, fallas en las señales de control no pueden ser identificadas, por tanto, únicamente pueden diagnosticarse desviaciones en las posiciones de las válvulas. Así, el conjunto de variables $\{k_5, k_7, k_8, k_{16}\}$ se asocia con el conjunto de fallas $F_4 = \{f_1, f_2, f_3, f_4\}$.

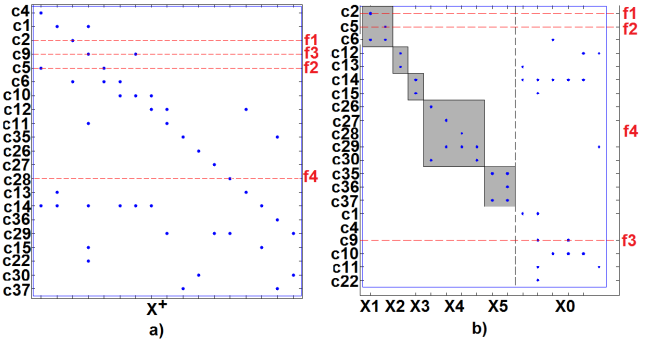

Figura 4. Matrices: a) $\mathscr{G}^+$ y b) $\mathscr{G}_e^+$ con cinco subsistemas $\mathscr{G}_{ei}$

La transformación $\mathscr{G}^+$ a la forma de bloques equivalentes $\mathscr{G}_e^+$, mostrada en la fig. 4b), arroga la existencia de cinco subsistemas equivalentes con los conjuntos de variables desconocidas respectivos: $X_1 = \{x_3, x_9\}$, $X_2 = \{x_2\}$, $X_3 = \{x_7\}$, $X_4 = \{x_{23}, x_{25}, x_{24}, x_{26}\}$, $X_5 = \{x_{20}, x_{21}\}$ y el conjunto de variables de acoplamiento $X_0 = \{x_1, x_6, x_{10}, x_{12}, x_{14}, x_{15}, x_{28}\}$. En el lado derecho de las matrices se indica las fallas que afectan a cada restricción y subsistema respectivo. Por tanto, el primer bloque equivalente es sensible a f_1 y f_2, el cuarto bloque es sensible sólo a f_4 y el subsistema de acoplamiento es sensible a f_3.

Debido a la ausencia de redundancia en $\mathscr{G}_{e_0}$, se deben considerar los subsistemas $\mathscr{G}_{ei}$ para ganar redundancia en $\mathscr{G}_{e_0}$. Esto se logra usando el algoritmo antes descrito para las cuatro fallas.

Grafo insensible a f_1

Consideré como punto de partida la matriz de bloques $\mathscr{G}_e^+$ con $l = 1$ de la fig. 4b), entonces de acuerdo al paso 2, se debe eliminar el bloque $\mathscr{G}_{e1}$ dado que f_1 está presente en dicho bloque. De acuerdo a los pasos 3 y 4, se debe generar la parte sobre restringida $(\mathscr{G}_e^+ \backslash (\mathscr{G}_{e_1}))$ y la forma equivalente respectiva. Así, se obtiene el subsistema reducido

$$\mathscr{G}_{r1}^* = \mathscr{G}_{e0}^* \cup \mathscr{G}_{e1}^* \cup \mathscr{G}_{e2}^* \cup \mathscr{G}_{e3}^* \tag{18}$$

mostrado en la fig. 5a), el cual es sensible a f_3 y f_4 con grado de redundancia tres. Por tanto, de acuerdo al paso 7 se deben remover dos elementos de $\mathscr{G}_{r1}^*$ para lograr redundancia uno. Los subsistemas que unidos con $\mathscr{G}_{e0}^*$ satisfacen lo anterior, son:

$$\mathscr{G}_{e0}^* \cup \mathscr{G}_{e1}^* \qquad \text{y} \qquad \mathscr{G}_{e0}^* \cup \mathscr{G}_{e2}^*$$

De acuerdo con el paso 8, el subsistema con redundancia uno y sensible a f_3 es:

$$\mathscr{G}_{e0}^* \cup \mathscr{G}_{e1}^*$$

es candidato para obtener redundancia. Si se elige como nodo de partida k_{11}, el proceso de aparejamiento arroja la relación redundante

$$RR_1(c_1, c_4, c_9, c_{10}, c_{11}, c_{12}, c_{13}, c_{14}, c_{15}, c_{22}, k_1, k_3, k_8, k_9, k_{10}, k_{11})$$

insensible a las fallas f_1, f_2 y f_4.

Si se selecciona el segundo subsistema candidato se tiene

$$\mathscr{G}_{e0}^* \cup \mathscr{G}_{e2}^*$$

que es sensible a f_4 y al elegir como nodo de partida k_{11} el proceso de aparejamiento arroja la relación redundante

$$RR_2(c_{11}, c_{22}, c_{26}, c_{27}, c_{28}, c_{29}, c_{30}, k_1, k_3, k_8, k_9, k_{10}, k_{11}).$$

insensible a las fallas f_1, f_2 y f_3.

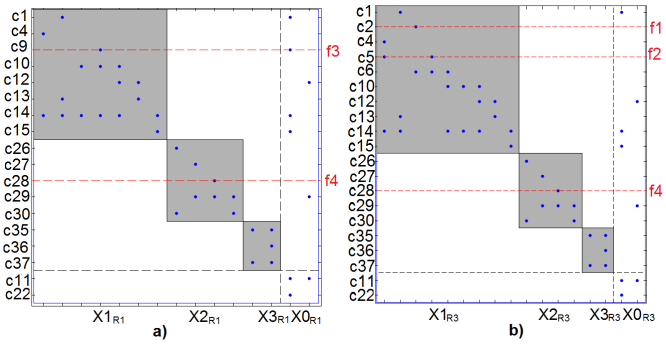

Figura 5. Grafos reducidos a) $\mathscr{G}_{r1}^*$ y b) $\mathscr{G}_{r3}^*$

Grafo insensible a f_2

Considerando la matriz $\mathscr{G}_e^+$ ahora con f_2 el conjunto equivalente que se debe eliminar, es el mismo que en el caso de la falla f_1 y el subsistema reducido coincide con (18). Este resultado era de esperarse, debido a que ambas fallas están presentes en el mismo conjunto de restricciones equivalentes, y no existe otro subsistema insensible a f_2.

Grafo insensible a f_3

Considerando $\mathscr{G}_e^+$ con $l = 3$, de acuerdo con el paso 2, la única restricción que hay que eliminar del sistema es c_9. De acuerdo con los pasos 3 y 4, se genera entonces la matriz mostrada en la fig. 5b), correspondiente a la forma equivalente de $(\mathscr{G}_e^+ \backslash (c_9))$ dada por

$$\mathscr{G}_{r3}^* = \mathscr{G}_{e_0}^* \cup \mathscr{G}_{e_1}^* \cup \mathscr{G}_{e_2}^* \cup \mathscr{G}_{e_3}^*, \tag{19}$$

sensible a f_1, f_2 y f_4 y con grado de redundancia tres. De acuerdo al paso 7, se deben remover dos elementos de $\mathscr{G}_{r3}^*$ para lograr redundancia uno. El subsistema que unido con $\mathscr{G}_{e_0}^*$ satisface esta condición es:

$$\mathscr{G}_0^* \cup \mathscr{G}_{e_1}^*$$

siendo sensible a f_1 y f_2. Así que eligiendo como nodo de partida k_{11}, el subsistema se puede aparejar obteniendo la relación redundante

$$RR_3(c_1, c_2, c_4, c_5, c_6, c_{10}, c_{11}, c_{12}, c_{13}, c_{14}, c_{15}, c_{22}, k_1, k_2, k_3, k_5, k_7, k_9, k_{10}, k_{11})$$

Grafo insensible a f_4

Considerando $\mathscr{G}_e^+$ y $l = 4$, de acuerdo a los primeros cuatro pasos del algoritmo, se debe eliminar el bloque $\mathscr{G}_{e4}$ dado que es sensible a f_4 y a partir del grafo $(\mathscr{G}_e^+ \backslash (\mathscr{G}_{e4}))$ generar la parte sobre restringida y su forma equivalente. Así, se obtiene el subsistema reducido

$$\mathscr{G}_{r4}^* = \mathscr{G}_{e_0}^* \cup \mathscr{G}_{e_1}^* \cup \mathscr{G}_{e_2}^* \cup \mathscr{G}_{e_3}^* \cup \mathscr{G}_{e_4}^* \tag{20}$$

mostrado en la fig. 6, el cual es sensible a f_1, f_2 y f_3 con grado de redundancia tres. De acuerdo al paso 7, removiendo dos subsistemas de $\mathscr{G}_{r4}^*$ para lograr redundancia uno, se obtiene el único subsistema candidato

$$\mathscr{G}_0^* \cup \mathscr{G}_{e_1}^* \cup \mathscr{G}_{e_2}^*,$$

siendo sensible a f_1, f_2 y f_3. Por tanto, eligiendo como nodo de partida k_{11} en este subsistema el proceso de aparejamiento genera la relación redundante

$$RR_4(c_1,c_2,c_4,c_5,c_6,c_{10},c_{11},c_{12},c_{13},c_{14},c_{15},c_{22},k_1,k_2,k_3,k_5,k_7,k_9,k_{10},k_{11})$$

Finalmente, de acuerdo con el paso 9, se genera la firma de fallas mostrada en la tabla 2 con las cuatro relaciones redundantes obtenidas.

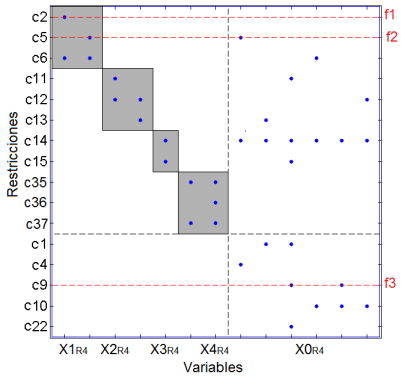

Figura 6. Grafo reducido $\mathscr{G}^*_{r4}$

Tabla 2. Firma de fallas

\	f_1	f_2	f_3	f_4
RR_1			•	
RR_2				•
RR_3	•	•		
RR_4	•	•	•	

La verificación de las relaciones de redundancia se realizó con un experimento en simulación activando una falla cada $50[s]$ de forma secuencial y manteniéndolas el resto del experimento. Los residuos resultantes se muestran en la fig. 7.

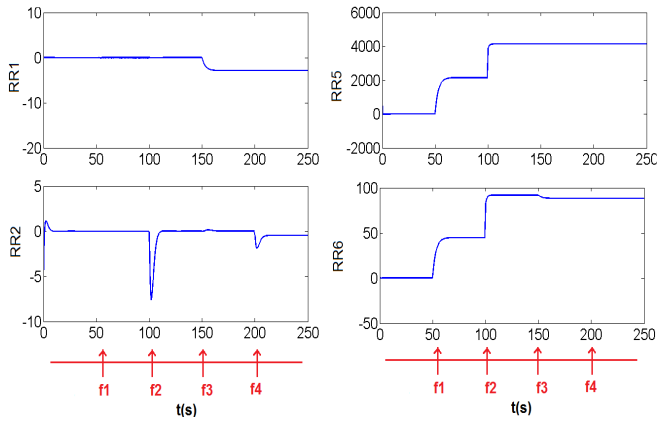

Figura 7. Evolución de los residuos ante la secuencia de fallas

5. CONCLUSIONES

Este trabajo emplea el concepto de clases de equivalencia con objeto de buscar relaciones de redundancia favorables para diagnóstico de fallas. En particular, se presenta un algoritmo que determina relaciones insensibles a una falla y se demuestra su utilidad con un modelo estructural de una central eléctrica. Se hace notar que más de dos fallas presentes en un mismo bloque equivalente crean relaciones redundantes equivalentes como se presentó en las fallas f_1 y f_2. Una ventaja del algoritmo propuesto es que el SA se realiza considerando solamente la parte sobre determinada de un grafo. Comparando con otros algoritmos que buscan las relaciones de redundancia incluyendo el sistema justo determinado, el aquí reportado demanda un costo computacional menor, lo cual para sistemas de gran escala puede ser una ventaja.

REFERENCIAS

Åslund, J., Bregon, A., Krysander, M., Frisk, E., Pulido, B., y Biswas, G. (2011). Structural diagnosability analysis of dynamic models. *IFAC Proceedings Volumes*, 44(1), 4082 – 4088.

Blanke, M., Kinnaert, M., Lunze, J., y Staroswiecki, M. (2016). *Diagnosis and Fault-Tolerant Control*. Springer.

Chen, J. y Patton, R.J. (1999). *Robust Model-based Fault Diagnosis for Dynamic Systems*. Kluwer Academic Publishers, Norwell, MA, USA.

De-Persis, C. y Isidori, A. (2001). A geometric approach to nonlinear fault detection and isolation. *IEEE Trans Aut. Control*, 46-6, 853–866.

Dion, J.M., Commault, C., y Vander Woudeb, J. (2003). Generic properties and control of linear structured systems: a survey. *Automatica*, 39, 1124–1144.

Dulmage, A. y Mendelsohn, N. (1958). Coverings of bipartite graphs. *Canadian Journal of Mathematics*, 10, 517 – 538.

Edwards, C., Spurgeon, S.K., y Patton, R. (2000). Sliding mode observers for fault detection and isolation. *Automatica*, 36, 541–553.

Hammouri, H., Kinnaert, M., y Yaagoubi, E.H. (1999). *New Directons in Nonlinear Observer Design*, chapter III-4. Application of Nonlinear Observers to Fault Detection and Isolation, 423–443. Springer.

Isermann, R. (2006). *Fault-Diagnosis Systems*. Springer.

Krysander, M., Åslund, J., y Nyberg, M. (2008). An efficient algorithm for finding minimal overconstrained subsystems for model-based diagnosis. *Systems, Man and Cybernetics, Part A: Systems and Humans, IEEE Transactions on*, 38(1), 197–206.

Munkres, J. (2000). *Topology*. Prentice Hall, Upper Saddle River, (N.J.).

Sanchez Parra, M. y Verde, C. (2006). Analytical redundancy for a gas turbine of a combined cycle power plant. In *2006 American Control Conference*, 6 pp.

Staroswiecki, M. y Varga, C. (2001). Analytical redundancy relations for fault detections and isolation in algebraic dynamical systems. *Automatica*, 37, 687–699.

Verde, C., Gentil, S., y Morales, R. (2013). *Monitoreo y Diagnóstico Automático de Fallas en Sistemas Dinámicos*. Trillas-UNAM.