

Control predictivo óptimo distribuido aplicado a un sistema de cuatro tanques acoplados.

F. J. Pereyra-Pitta* G. Valencia-Palomo**
N. R. Cazarez-Castro*

* *Tecnológico Nacional de México / Instituto Tecnológico de Tijuana
Calzada Del Tecnológico S/N, Tijuana, B.C., 22414.*

** *Tecnológico Nacional de México / Instituto Tecnológico de
Hermosillo Ave. Tecnológico y Periférico Poniente S/N, Hermosillo,
Son., 83170.*

Resumen: Se presenta el desarrollo de un controlador predictivo óptimo distribuido (DOMPC) aplicado a un sistema de cuatro tanques acoplados. El DOMPC se basa en el control predictivo óptimo (OMPC), pero dividido en un número s de subsistemas. Los controladores se comunican por medio de una red local, se asume que ésta solo introduce un retardo de un instante de muestreo. Se desarrolla una plataforma en LabVIEW que permite implementar y configurar controladores OMPC y DOMPC para simular y analizar mediante una interfaz gráfica los resultados obtenidos, todo esto aplicado a un sistema de cuatro tanques acoplados.

Keywords: Control Predictivo, Control Distribuido

1. INTRODUCCIÓN

Los sistemas a gran escala (Negenborn et al. (2009) Tarau et al. (2010)) están formados por varios elementos que interactúan entre sí. Cada elemento tiene un controlador local encargado de decidir las acciones de locales de control que se aplicarán con el fin de alcanzar el objetivo de control global. Por lo general, las acciones de control son tomadas sin tener en cuenta su efecto en el comportamiento de los demás elementos, ni en el desempeño global del sistema. Este comportamiento puede llevar al sistema a un rendimiento pobre. Con el objeto de resolver este problema, el control de sistemas a gran escala se formula como un problema de optimización con restricciones, siendo el control predictivo (MPC) una estrategia de control prometedora.

El control predictivo basado en modelo (MPC) es una técnica de control avanzado aplicada exitosamente en procesos industriales desde finales de los 70s y con el avance tecnológico cada vez toma más fuerza. El MPC trata de todo un conjunto de técnicas que utilizan el modelo del sistema y la optimización de una función costo para predecir el comportamiento de las variables basados en un horizonte de predicción. Al tratarse el MPC de una estrategia basada en optimización, tiene muchas restricciones prácticas en su aplicación directa a sistemas de gran escala ya que si se implementa de forma centralizada se requiere el manejo de grandes volúmenes de datos junto a un alto poder de cómputo. Contrario al esquema centralizado, se encuentra el esquema distribuido, el cual considera al sistema global como un conjunto de subsistemas locales con un controlador para cada subsistema. Los controladores se comunican con los demás para tomar

en cuenta la interacción de las variables del sistema. Los primeros trabajos con algoritmos distribuidos fueron presentados por Jia and Krogh (2001) y Camponogara et al. (2002), donde presentaron un algoritmo de control que considera interacciones en las entradas. El desarrollo de algoritmos se ha vuelto extenso en la última década, permitiendo la presentación de investigaciones como lo es el control predictivo distribuido no-lineal en Liu et al. (2009) y Stewart et al. (2011) donde abordan mejoras en términos de los objetivos óptimos globales. Por otro lado tenemos una técnica de seguimiento de Ferramosca et al. (2013) donde ofrece una nueva formulación de regulación enfocada al origen. También Farina et al. (2010) presenta un preliminar de una estimación distribuida que considera restricciones. Alessio et al. (2011) propone una técnica de control distribuido con seguimiento y rechazo a perturbaciones. Más adelante se realizó una revisión de controladores MPC distribuido en Christofides et al. (2013) y Negenborn and Maestre (2014).

El objetivo de este artículo es diseñar e implementar un controlador predictivo distribuido para un sistema de cuatro tanques acoplados. El experimento fue propuesto en Johansson (2000) y desde entonces se ha convertido en un sistema de gran interés en el área de investigación debido a que es altamente acoplado, la dinámica es no lineal, además los estados y la entrada cuentan con restricciones.

El artículo está dividido de la siguiente forma: en la Sección 2 se presentan las bases teóricas del control predictivo óptimo (OMPC); en la Sección 3 se presenta el control predictivo óptimo distribuido; la Sección 4 describe el sistema de cuatro tanques acoplados; la Sección 5 describe la implementación en Labview del controlador y

los resultados obtenidos; finalmente, la Sección 6 presenta las conclusiones.

2. CONTROL PREDICTIVO ÓPTIMO (OMPC)

El control predictivo óptimo se basa en los conceptos de paradigma de lazo cerrado y control en modo dual, abordado por Rossiter (2003).

El control predictivo óptimo utiliza una representación en espacio de estado del proceso, inicia con la forma (1):

$$\begin{aligned} x_{k+1} &= Ax_k + Bu_k, \\ y_k &= Cx_k, \end{aligned} \quad (1)$$

donde $x \in \mathbb{R}^n$, $u \in \mathbb{R}^m$ y $y \in \mathbb{R}^p$ son el estado, entradas y salidas de control del sistema.

El sistema estabilizará en el origen, por tanto para regular a una referencia deseada es necesario calcular el estado estable Muske and Rawlings (1993) Rossiter et al. (1998) Rossiter (2003). La ley de control estabilizante se basa en una ganancia de retroalimentación LQ, de modo que para cada instante de muestreo se obtiene:

$$u_{k+i} - u_{ss} = \begin{cases} -K(x_{k+i} - x_{ss}) + c_{k+i}, & i \in \{0, \dots, n_c - 1\} \\ -K(x_{k+i} - x_{ss}), & i \in \{n_c, n_c + 1, \dots\} \end{cases} \quad (2)$$

donde x_{ss} y u_{ss} son los valores de estado estable del sistema, los cuales se obtienen mediante:

$$x_{ss} = P_x r_k \quad \text{y} \quad u_{ss} = P_u r_k. \quad (3)$$

En Muske and Rawlings (1993) se dan detalles para la obtención de P_x y P_u . c_k es una señal de compensación que garantiza el cumplimiento de las restricciones. n_c es el horizonte de control.

Las ecuaciones de predicción tienen la siguiente forma:

$$x_{k+i,k} = Ax_{k+i} + Bu_{k+i}; \quad u_{k+i} = -Kx_{k+i} + c_{k+i}. \quad (4)$$

Sustituyendo la ecuación de control en la ecuación de estado se tiene el siguiente modelo de predicción en lazo cerrado

$$x_{k+i,k} = \Phi x_{k+i} + Bc_{k+i}; \quad u_{k+i} = -Kx_{k+i} + c_{k+i}, \quad (5)$$

donde $\Phi = A - BK$. Utilizando el modelo se obtiene las ecuaciones de predicción:

$$\begin{aligned} \vec{x}_k &= P_{cl}x_k + H_c \vec{c}_{k-1}, \\ \vec{y}_k &= P_{cly}x_k + H_{cy} \vec{c}_{k-1}, \\ \vec{u}_k &= P_{clu}x_k + H_{cu} \vec{c}_{k-1}, \\ \vec{\Delta u}_{k-1} &= P\Delta u \vec{u}_{k-1} - Pu(k-1)u_{k-1}. \end{aligned} \quad (6)$$

Los vectores de predicción tienen las siguientes dimensiones $\vec{x}_k \in \mathbb{R}^{n \times n_p}$, $\vec{y}_k \in \mathbb{R}^{p \times n_p}$ y $\vec{u}_k, \vec{\Delta u}_k \in \mathbb{R}^{n \times n_p}$, donde n_p es el horizonte de predicción.

2.1 Función de costo

Asumiendo que K es una ganancia de retroalimentación de estado óptima LQ, se define la siguiente función costo en términos de la señal de compensación $\vec{c}_{k-1}$:

$$\begin{aligned} J &= z_k^T P z_k + \sum_{i=0}^{n_c-1} \vec{c}_{k+i}^T [B^T P B + R] \vec{c}_{k+i} \\ &= \|z_k\|_P^2 + \|\vec{c}_{k-1}\|_W^2, \end{aligned} \quad (7)$$

donde $z_k = x_k - x_{ss}$, $W = \text{diag}(B^T P B + R)$, con $R > 0$, $B^T P B > 0 \Rightarrow W > 0$. El término $\|z_k\|_P^2$ no depende de la variable de decisión, y puede ignorarse en la minimización de la función costo (7), lo que da:

$$J_c = \|\vec{c}_{k-1}\|_W^2. \quad (8)$$

P se obtiene de la siguiente ecuación Lyapunov:

$$\Phi^T P \Phi = P - \Phi^T P \Phi - K^T R K, \quad (9)$$

con $P \geq 0$ y $P = P^T$.

Una vez definida la función costo se procede a definir las restricciones, lo cual se realiza en el punto siguiente.

2.2 Restricciones

Las restricciones son cotas que ayudan a mantener el proceso dentro de ciertos límites de operación deseados. Las cotas tienen la siguiente forma general:

$$\begin{aligned} \mathcal{X} &= x : A_x x \leq b_x, \\ \mathcal{Y} &= y : A_y y \leq b_y, \\ \mathcal{U} &= u : A_u u \leq b_u, \\ \Delta \mathcal{U} &= \Delta u : A_{\Delta u} \Delta u \leq b_{\Delta u}. \end{aligned} \quad (10)$$

Al sustituir las ecuaciones de predicción (4) en las restricciones de la forma (10) se obtiene la restricción de la siguiente forma:

$$M_c \vec{c}_{k-1} \leq q_c(x_k, u_{k-1}). \quad (11)$$

Con la función de costo (8) y restricciones (11) se obtiene el siguiente problema de programación cuadrática

$$\begin{aligned} \vec{c}_{k-1}^* &= \arg \min_{\vec{c}_{k-1}} J_c \\ \text{s.a. } M_c \vec{c}_k^* &\leq q_c(x_k, u_{k-1}, r_k). \end{aligned} \quad (12)$$

La ley de control del esquema óptimo esta dada por:

$$u_{k+i} = -Kx_{k+i} + c_{k+i}^* + P_r r_{k+i}, \quad (13)$$

donde el término c_{k+i}^* es el primer elemento del vector $\vec{c}_{k+i}^*$.

El control OMPC al ser un controlador centralizado toma en cuenta el comportamiento de los demás elementos del sistema, sin embargo, en plantas de gran tamaño requiere un alto poder computacional y cualquier fallo repercute

de forma significativa en el desempeño de la planta y podría originar el paro total de la planta.

3. CONTROL PREDICTIVO ÓPTIMO DISTRIBUIDO (DOMPC)

Una forma de solucionar la desventaja de los controladores centralizados es desarrollar un esquema, el cual permita manejar varios sub-procesos, pero, cada uno de ellos con un sub-controlador asociado, además los subsistemas compartirán información de sus variables para tomar en cuenta sus interacciones.

El desarrollo del control predictivo distribuido (DOMPC) parte del modelo centralizado; dicho modelo está compuesto por s subsistemas y se obtiene el modelo distribuido para cada uno de ellos, el cual incluye un vector de compensación y un vector regulación con referencia al origen. Para el diseño, se toman las siguientes suposiciones:

1. Los controladores son síncronos.
2. Los controladores están conectados a una red local que introduce un retardo de un instante de muestreo.
3. Los horizontes de control y predicción son iguales para cada subsistema.

$$\begin{bmatrix} x_{1k+1} \\ \vdots \\ x_{sk+1} \\ y_{1k+1} \\ \vdots \\ y_{sk+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & \cdots & A_{1s} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ A_{s1} & \cdots & A_{sk} \\ C_{11} & \cdots & C_{1s} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ C_{s1} & \cdots & C_{sk} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{1k} \\ \vdots \\ x_{sk} \\ x_{1k} \\ \vdots \\ x_{sk} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_{11} & \cdots & B_{1s} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ B_{s1} & \cdots & B_{sk} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{1k} \\ \vdots \\ u_{sk} \end{bmatrix}, \quad (14)$$

$$\begin{aligned} x_{ik+1} &= \Phi_{ii}x_{ik} + B_{ii}c_{ik} + BP_{rDii}r_{ik} + w_{ik}, \\ y_{ik} &= C_{ii} + v_{ik}, \\ u_{ik} &= -K_{ii}x_{ik} + c_{ik} + P_{rii}r_{ik} + h_{ik}, \end{aligned} \quad (15)$$

donde $\Phi_{ii} = A_{ii} - BK_{Dii}$, $BK_{Dii} = \sum_{p=1}^s B_{ip}K_{pi}$, $BP_{rDii} = \sum_{p=1}^s B_{ip}P_{rpi}$, $i = 1, \dots, s$, donde s representa al número de subsistemas que componen el proceso. $x_{ik} \in \mathbb{R}^n$, $u_{ik} \in \mathbb{R}^m$ y $y_{ik} \in \mathbb{R}$ son el estado, entradas y salidas de control del sistema.

El modelo de interacción para cada subsistema está descrito por

$$\begin{aligned} w_{ik} &= \sum_{j=1; j \neq i}^s \Phi_{ij}x_{jk} + \sum_{j=1; j \neq i}^s B_{ij}c_{jk} + \sum_{j=1; j \neq i}^s BP_{rDij}r_{jk}, \\ v_{ik} &= \sum_{j=1; j \neq i}^s C_{ij}x_{jk}, \\ h_{ik} &= \sum_{j=1; j \neq i}^s -K_{ij}x_{jk} + \sum_{j=1; j \neq i}^s P_{rij}r_{jk}, \end{aligned} \quad (16)$$

donde $\Phi_{ij} = A_{ij} - BK_{Dij}$, $BK_{Dij} = \sum_{p=1}^s B_{ip}K_{pj}$, $BP_{rDij} = \sum_{p=1}^s B_{ip}P_{rjp}$.

Iterando el modelo distribuido (15) se generan las siguientes ecuaciones de predicción:

$$\begin{aligned} \vec{x}_{ik} &= P_{cli}x_{ik} + H_{ci}\vec{c}_{ik} + BP_{rxi}r_{ik} + W_{cli}\vec{w}_{ik}, \\ \vec{y}_{ik} &= P_{cyyi}x_{ik} + H_{cyyi}\vec{c}_{ik} + BP_{ryi}r_{ik} + W_{cyyi}\vec{w}_{ik} + \vec{v}_{ik}, \\ \vec{u}_{ik} &= P_{clui}x_{ik} + H_{cui}\vec{c}_{ik} + P_{ruyi}r_{ik} + W_{clui}\vec{w}_{ik} + \vec{h}_{ik}. \end{aligned} \quad (17)$$

3.1 Definición de la función costo distribuida

La función de costo a optimizar se plantea de manera similar al caso centralizado, ésta se define en términos de c_k como:

$$\begin{aligned} J_i &= z_{ik}^T P_{ii} z_{ik} + \sum_{j=0}^{n_{ic}-1} \vec{c}_{i(k+j)}^T [B_{ii}^T P_{ii} B_{ii} + R_{ii}] \vec{c}_{i(k+j)} \\ &= \|z_{ik}\|_{P_{ii}}^2 + \|\vec{c}_{i(k-1)}\|_{W_{ii}}^2, \end{aligned} \quad (18)$$

donde $z_{ik} = x_{ik} - x_{iss}$, $W_{ii} = \text{diag}(B_{ii}^T P_{ii} B_{ii} + R_{ii})$, con $R_{ii} > 0$, $B_{ii}^T P_{ii} B_{ii} > 0 \Rightarrow W_{ii} > 0$. Al igual que en el caso centralizado, el término $\|z_{ik}\|_{P_{ii}}^2$ no se toma en cuenta ya que no depende de la variable de decisión, al quitarlo en la minimización de la de la función costo (18), se tiene que:

$$J_{ci} = \|\vec{c}_{i(k-1)}\|_{W_{ii}}^2. \quad (19)$$

Con la función costo ya definida, en el punto siguiente se definen las restricciones del DOMPC.

3.2 Restricciones

Las restricciones para el esquema DOMPC se definen de manera similar que en el caso centralizado. Obviamente no serán iguales, debido a que las ecuaciones de predicción del DOMPC dependen de la información de los estados y de las entradas de los demás subsistemas. Partiendo de las restricciones descritas por (10), cada subsistema tendrá un conjunto de restricciones de la forma:

$$\begin{aligned} \mathcal{X}_i &= x_i : A_{x_i} x_i \leq b_{x_i}, \\ \mathcal{Y}_i &= y_i : A_{y_i} y_i \leq b_{y_i}, \\ \mathcal{U}_i &= u_i : A_{u_i} u_i \leq b_{u_i}, \\ \Delta \mathcal{U}_i &= \Delta u_i : A_{\Delta u_i} \Delta u_i \leq b_{\Delta u_i}, \end{aligned} \quad (20)$$

por tanto, las restricciones tendrán la forma

$$M_{ci} \vec{c}_{i(k-1)} \leq q_{ci}(x_{ik}, u_{i(k-1)}, r_{ik}, \vec{X}_{k|k-1}, \vec{C}_{k|k-1}, \vec{R}_{k|k-1}), \quad (21)$$

donde $\vec{X}$, $\vec{C}$ y $\vec{R}$ son los vectores totales, formados por la concatenación de los estados $\vec{x}_{ik|k-1}$, compensación $\vec{c}_{ik|k-1}$ y regulación $\vec{r}_{ik|k-1}$ provenientes de la interacción de los otros subcontroladores.

Con la función costo (19) y las restricciones (21) se obtiene el siguiente problema de programación cuadrática para cada subsistema considerando las interacciones:

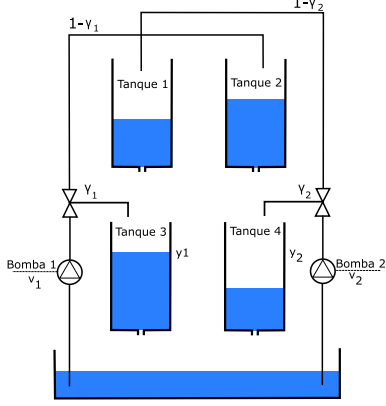


Figura 1. Sistema de cuatro tanques acoplados.

$$\begin{aligned} \vec{c}_{i(k-1)}^* &= \arg \min_{\vec{c}_{k-1}} J_{c_i} \\ s.t. \quad M_{c_i} \vec{c}_{i(k-1)} &\leq q_{c_i}(x_{ik}, u_{i(k-1)}, r_{ik}, \vec{X}_{k|k-1}, \vec{C}_{k|k-1}, \vec{R}_{k|k-1}) \end{aligned} \quad (22)$$

La ley de control para cada subcontrolador está dada por:

$$u_{ik} = -K_{ii}x_{ik} + c_{ik}^* + P_{rii}r_{ik} + h_{ik}, \quad (23)$$

donde el término c_{ik+i}^* es el primer elemento del vector $\vec{c}_{ik+i}^*$.

Los términos de la función costo y la matriz M_{c_i} , al igual que en el caso centralizado, se pueden calcular fuera de línea, mientras que la matriz q_{c_i} deberá ser actualizada por el estado actual, la entrada de control del instante anterior, la referencia del subsistema, el vector de interacción de estados, el vector de perturbaciones óptimas y las referencias de los demás subsistemas.

4. SISTEMA DE CUATRO TANQUES ACOPLADOS

El sistema de cuatro tanques acoplados (SCTA) mostrado en la figura 1 fue propuesto por Johansson (2000), es un sistema multivariable, cuenta con 2 válvulas con las cuales se tiene un cero ajustable que puede presentarse en el semiplano derecho o izquierdo. Se utiliza la mecánica de fluido y la ley de conservación de la masa para obtener el modelo. El objetivo del experimento es controlar el nivel de los dos tanques inferiores. Existen dos entradas (voltaje en bombas) y dos salidas (voltaje en sensores de presión). Las válvulas cuentan con un los parámetros γ_1 y γ_2 mediante los cuales se puede tener un cero a la derecha, esto es cuando $(\gamma_1 + \gamma_2) \leq 1$, para el sistema no lineal. El flujo del tanque 1 es $\gamma_1 K_1 V_1$, y el flujo del tanque 4 es $(1 - \gamma_1) K_1 V_1$. Similar con el tanque 2 $\gamma_2 K_2 V_2$ y para el tanque 3 es $(1 - \gamma_2) K_2 V_2$.

Con las ecuaciones de conservación de la masa y la relación de flujo de entradas y salidas se construye el modelo

Tabla 1. Parámetros del sistema de cuatro tanques.

Parámetro	Variable	Valor	Unidades
Alturas 1 y 2	(h_1^0, h_2^0)	(12,4, 1,8)	[cm]
Alturas 3 y 4	(h_3^0, h_4^0)	(1,4, 12,7)	[cm]
Voltaje de las bombas	(v_1^0, v_2^0)	(3, 3)	[V]
Ganancias de las bombas	(k_1, k_2)	(3,33, 3,35)	[cm ³ /Vs]
Grado de apertura de las válvulas	(γ_1, γ_2)	(0,7, 0,6)	
Área tanques 1 y 2	(A_1, A_2)	28	[cm ²]
Área tanques 3 y 4	(A_3, A_4)	32	[cm ²]
Restricciones flujo de salida tanques 1 y 2	(a_1, a_2)	0,071	[cm ²]
Restricciones flujo de salida tanques 3 y 4	(a_3, a_4)	0,057	[cm ²]
Ganancia de los sensores de nivel	k_c	0.5	[V/cm]
Constante gravitacional	g	981	[cm/s ²]

$$\begin{aligned} \frac{dh_1}{dt} &= -\frac{a_1}{A_1} \sqrt{2gh_1} + \frac{a_2}{A_1} \sqrt{2gh_2} + \frac{\gamma_1 k_1 v_1}{A_1}, \\ \frac{dh_2}{dt} &= -\frac{a_2}{A_2} \sqrt{2gh_2} + \frac{(1 - \gamma_2) k_2 v_2}{A_2}, \\ \frac{dh_3}{dt} &= -\frac{a_3}{A_3} \sqrt{2gh_3} + \frac{(1 - \gamma_1) k_1 v_1}{A_3}, \\ \frac{dh_4}{dt} &= -\frac{a_4}{A_4} \sqrt{2gh_4} + \frac{a_4}{A_4} \sqrt{2gh_3} + \frac{\gamma_2 k_2 v_2}{A_4}, \end{aligned} \quad (24)$$

donde $A_i, \forall i = 1, \dots, 4$ es el área transversal del tanque i , $a_i, \forall i = 1, \dots, 4$ es el área transversal del orificio de salida i , $h_i, \forall i = 1, \dots, 4$ es el nivel de líquido en tanque i , g es la gravedad $9,8m/s^2$, γ_1, γ_2 es el valor de apertura de cada válvula.

Utilizando series de Taylor y con el cálculo de los Jacobianos $\delta f_i / \delta h_i$ y $\delta f_i / \delta v_i$, se obtiene la aproximación lineal:

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{T_1} & \frac{A_2}{A_1 T_2} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{T_2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{T_3} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{A_3}{A_4 T_3} & -\frac{1}{T_4} \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} \frac{\gamma_1 k_1}{A_1} & 0 \\ 0 & \frac{(1 - \gamma_2) k_2}{A_2} \\ \frac{(1 - \gamma_1) k_1}{A_3} & 0 \\ 0 & \frac{\gamma_2 k_2}{A_4} \end{bmatrix} u(t). \quad (25)$$

$$y(t) = \begin{bmatrix} k_c & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & k_c \end{bmatrix} x(t), \quad (26)$$

donde $T_i = \sqrt{2h_i^0}(A_i/a_i), \forall i = 1, \dots, 4$ y k_c es la ganancia del sensor de nivel.

Utilizando los parámetros del sistema de cuatro tanques acoplados de la tabla 1 se realiza la discretización con un periodo de muestreo de 3seg.

El sistema de 4 tanques puede dividirse en dos subprocesos (figura 2), tomando en consideración los siguientes tipos de acoplamiento:

- Interacción de entradas: El subsistema 1 consta del tanque 1 y 3 y subsistema 2 de los tanques 2 y 4.
- Interacción de estados: El subsistema 1 consta del tanque 1 y 4 y el subsistema 2 de los tanques 2 y 3.

La interacción de entradas es la mejor opción, debido a que se consigue una mejor relación de sensibilidad de entrada-salida. La entrada u_1 está ligada a los tanques 1 y 3; la entrada u_2 a 2 y 4, el objetivo es determinar el nivel y_1 y y_2 los procesos interactúan mediante el flujo en las entradas.

Con la información anterior el modelo se divide:

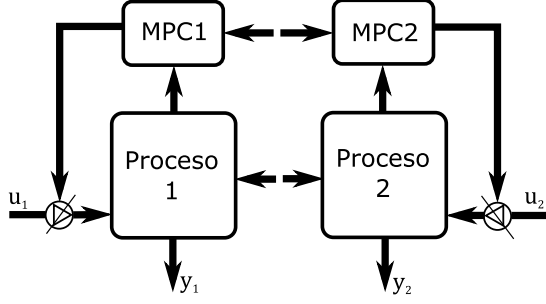


Figura 2. División del sistema de cuatro tanques acoplados.

$$A_{11} = \begin{bmatrix} 0,9533 & 0,1152 \\ 0 & 0,8820 \end{bmatrix} \quad A_{22} = \begin{bmatrix} 0,9048 & 0 \\ 0,0936 & 0,9673 \end{bmatrix} \quad B_{11} = \begin{bmatrix} 0,2439 \\ 0 \end{bmatrix} \quad B_{12} = \begin{bmatrix} 0,0085 \\ 0,1349 \end{bmatrix} \quad B_{21} = \begin{bmatrix} 0,0891 \\ 0,0045 \end{bmatrix} \quad B_{22} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0,1853 \end{bmatrix} \quad (27)$$

$$A_{12} = A_{21} = 0_{2 \times 2} \quad C_{22} = [0 \ k_c] \quad C_{11} = [k_c \ 0] \quad C_{12} = C_{21} = 0_{1 \times 2} \quad (28)$$

5. IMPLEMENTACIÓN Y RESULTADOS

La implementación de los esquemas de control, se realiza en la plataforma de programación LabVIEW, esto con el objeto de diseñar una herramienta que cuente con los esquemas OMPC y DOMPC para realizar diversos experimentos. Para el desarrollo de la plataforma se utiliza la información de cada controlador y las variables asociadas al SCTA.

El sistema general cuenta con dos entradas representadas por voltaje de control de bomba; y dos salidas las cuales son los voltajes de dos sensores de presión hidrostática. Esto se realiza con fuente y tarjeta de adquisición de datos Q2-USB de la empresa Quanser.

Debido a los límites físicos en la bomba y actuadores se utilizan restricciones de entrada de bomba de 0 a 10Volts y en la salida el nivel máximo de 20cm, tomando como mínimo el valor de 0.

Consideramos las siguientes restricciones para el sistema de tanques acoplados,

$$\begin{aligned} 0 \leq u_1 \leq 10 \quad 0 \leq u_2 \leq 10, \\ 0 \leq y_1 \leq 19,9 \quad 0 \leq y_2 \leq 19,9. \end{aligned} \quad (29)$$

También se utilizan las siguientes matrices de ponderación

$$Q = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, R = 1 \times 10^{-4} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (30)$$

La figura 3 muestra el panel frontal de la plataforma, se observa la pantalla con la representación en espacio de estado discreto del sistema de lado izquierdo y del derecho la gráfica de nivel de los tanques inferiores, junto a las señales de control.

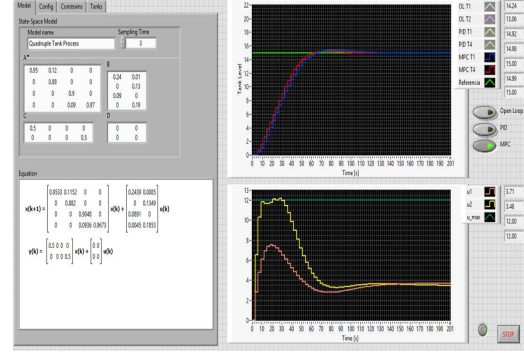


Figura 3. Panel frontal de plataforma en LabVIEW.

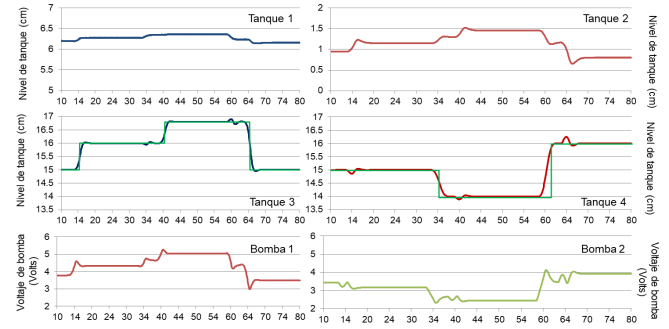


Figura 4. Resultado de simulación controlador OMPC.

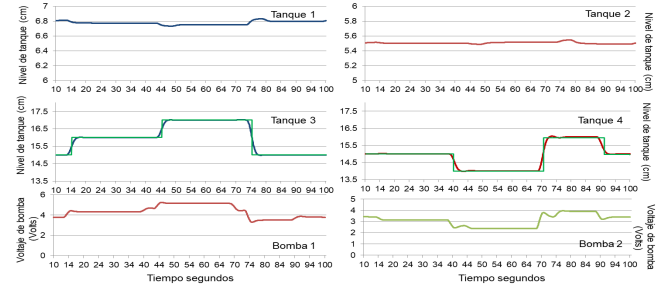


Figura 5. Resultado de simulación controlador DOMPC.

La figura 4 muestra los resultados obtenidos en la plataforma de simulación, del esquema OMPC aplicado al modelo de cuatro tanques acoplados. La gráfica muestra la señal de los tanques superiores los cuales solamente se visualiza el nivel de ellos, debido a que no es tarea del controlador ejercer su acción en estos tanques. El área de interés son los niveles de los tanques inferiores marcados como tanque 3 y tanque 4. La línea verde representa la entrada de la referencia del sistema.

La figura 5 muestra la respuesta del control DOMPC. Se realiza la simulación mediante el servicio OPC, se instala un controlador en una computadora independiente y mediante una red local se comparte la información.

Para la evaluación del desempeño de los esquemas OMPC y DOMPC en relación al costo, se utiliza la ecuación siguiente:

$$J = \|y_k - r_k\|_Q^2 + \|u_k\|_R^2, \quad (31)$$

Tabla 2. Costos de los esquemas OMPC y DOMPC.

	J_{OMPC}	J_{DOMPC}
Error	20.01	53.03
Control	23.58	24.06
Total	43.60	77.09

de esta manera se obtiene los costos para el error ($\|y_k - r_k\|_Q^2$) y el control ($\|u_k\|_R^2$) dando lugar a lo mostrado en la tabla 2. Estos resultados muestran un mayor costo total en el esquema DOMPC, algo que se esperaba para el sistema distribuido, sin embargo, el beneficio de la independencia de un control centralizado compensa el aumento en el costo total.

6. CONCLUSIONES

Se desarrolló un esquema de control predictivo distribuido basado en el control óptimo, se realizó la simulación y estimación de costos en cada uno de los esquemas. Con base en ello se puede confirmar la factibilidad de la implementación del DOMPC en el sistema de cuatro tanques acoplados. En el diseño del esquema DOMPC solo se considera que la red induce un retardo de un instante de muestreo y seguimiento a una referencia.

Junto con el diseño del controlador, se realizó la implementación de los controladores OMPC y DOMPC en una plataforma desarrollada en LabVIEW, la cual se planea en un futuro utilizarla para experimentos en el área de control predictivo distribuido mediante simulación e implementación física en el sistema de cuatro tanques acoplados. También se considera expandir la plataforma añadiendo otros esquemas.

REFERENCIAS

- Alessio, A., Barcelli, D., and Bemporad, A. (2011). Decentralized model predictive control of dynamically coupled linear systems. *Journal of Process Control*, 21(5), 705–714.
- Camponogara, E., Jia, D., Krogh, B.H., and Talukdar, S. (2002). Distributed model predictive control. *IEEE Control System Magazine*, 22, 44–52.
- Christofides, P.D., Scattolini, R., de la Pena, D.M., and Liu, J. (2013). Distributed model predictive control: A tutorial review and future research directions. *Computers & Chemical Engineering*, 51, 21–41.
- Farina, M., Ferrari-Trecate, G., and Scattolini, R. (2010). Distributed moving horizon estimation for linear constrained systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 55(11), 2462–2475.
- Ferramosca, A., Limón, D., Alvarado, I., and Camacho, E.F. (2013). Cooperative distributed mpc for tracking. *Automatica*, 49(4), 906–914.
- Jia, D. and Krogh, B.H. (2001). Distributed model predictive control. In *IEEE American Control Conference*, 2767–2771. Arlington, VA.
- Johansson, K.H. (2000). The quadruple-tank process: A multivariable laboratory with an adjustable zero. *IEEE Transaction on Control Systems Technology*, 8(3), 456–465.
- Liu, J., Muñoz de la Peña, D., and Christofides, P.D. (2009). Distributed model predictive control of non-

- linear process systems. *AIChE Journal*, 55(5), 1171–1184.
- Muske, K.R. and Rawlings, J.B. (1993). Model predictive control with linear models. *American Institute of Chemical Engineers (AIChE) Journal*, 39(2), 262–287.
- Negenborn, R. and Maestre, J. (2014). Distributed model predictive control: An overview and roadmap of future research opportunities. *IEEE Control Systems*, 34(4), 87–97.
- Negenborn, R.R., van Overloop, P.J., Keviczky, T., De Schutter, B., et al. (2009). Distributed model predictive control of irrigation canals. *NHM*, 4(2), 359–380.
- Rossiter, J.A. (2003). *Model-Based Predictive Control: A Practical Approach*. CRC PRESS.
- Rossiter, J.A., Kouvaritakis, B., and Price, M.J. (1998). A numerically robust state-space approach to stable-predictive control strategies. *Automatica*, 83(4), 789–797.
- Stewart, B.T., Wright, S.J., and Rawlings, J.B. (2011). Cooperative distributed model predictive control for nonlinear systems. *Journal of Process Control*, 21(5), 698–704.
- Tarau, A.N., De Schutter, B., and Hellendoorn, H. (2010). Model-based control for route choice in automated baggage handling systems. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part C (Applications and Reviews)*, 40(3), 341–351.