

Control robusto de un digestor anaerobio para la degradación de la fracción orgánica soluble de residuos sólidos urbanos.

Flores-Estrella R. A.^{*a,b} Alcaraz-González V.^a

^a Departamento de Ingeniería Química, CUCEI-Universidad de Guadalajara, Blvd. M. García Barragán 1451, C.P. 44430, Guadalajara, Jalisco, México.

^b Departamento de Procesos Tecnológicos e Industriales, ITESO-Universidad Jesuita de Guadalajara, Periférico Sur Manuel Gómez Morín 8585, C.P. 45604 Tlaquepaque, Jalisco, México.
 (e-mail: flores.estrella.ra@gmail.com).

Abstract: El trabajo describe la síntesis de un controlador H_∞ clásico para el control de un digestor anaerobio para el tratamiento de la fracción orgánica soluble de residuos sólidos municipales. El controlador propuesto asegura la regulación robusta de la concentración de la materia orgánica soluble a pesar de variaciones en la concentración en la alimentación.

Keywords: Control robusto, digestión anaerobia, fracción orgánica soluble de residuos sólidos urbanos.

1. INTRODUCTION

La digestión anaerobia (DA) es el proceso mediante el cual es posible tratar materia orgánica proveniente de desechos agroindustriales y efluentes del tipo municipal. Durante la última década, la DA a ganado interés en su aplicación a la fracción orgánica soluble de residuos sólidos urbanos (FOSRSU). La DA es una tecnología atractiva en el sentido de una opción eficiente para el tratamiento de la FOSRSU mientras es posible producir de manera simultánea una fuente de energía renovable como biogás (Mata-Alvarez *et al.* (2000)).

La aplicación de la DA a procesos de la FOSRSU es limitada principalmente por dos factores: complejidad del proceso y la dificultad de alcanzar y mantener un punto de operación deseable. Dichas limitaciones pueden ser superadas mediante el desarrollo y mejora de sistemas de instrumentación y control (Jimenez *et al.* (2015), Méndez-Acosta *et al.* (2008)). Algunas de las contribuciones en el área de la FOSRSU incluyen modelado, identificación, diseño, optimización y monitoreo en línea (Mata-Alvarez *et al.* (2000), Moletta *et al.* (1986), Pavan *et al.* (2000), Esposito *et al.* (2011a), Esposito *et al.* (2011b), Fernández *et al.* (2010), Fernández *et al.* (2011), Bolzonella *et al.* (2003)). A conocimiento de los autores, pocas han sido las contribuciones en el área de control aplicadas a la FOSRSU (Flores-Estrella *et al.* (2016)).

2. MODELO DINÁMICO

Basados en trabajos previos (Hill and Barth (1977), Moletta *et al.* (1986), Kiely *et al.* (1997)) Flores-Estrella y colaboradores propusieron el siguiente modelo orientado a un problema de control (ver Flores-Estrella *et al.* (2016)).

$$\begin{aligned} \dot{X}_1 &= (\mu_1 - K_{D1} - D)X_1 \\ \dot{X}_2 &= (\mu_2 - K_{D2} - D)X_2 \\ \dot{S}_O &= (S_{O,in} - S_O)D - \frac{\mu_1 X_1}{Y_{X1}} + \frac{\mu_1 X_1}{Y_{X1S_O}} \\ \dot{V}_A &= (V_{A,in} - V_A)D + \frac{\mu_1 X_1}{Y_{X1V_A}} - \frac{\mu_2 X_2}{Y_{X2V_A}} \\ \dot{NH}_4 &= (NH_{4,in} - NH_4)D + \frac{\mu_1 X_1}{Y_{NH4}} \end{aligned} \quad (1)$$

donde X_1 y X_2 (mg/l) es la concentración de biomasa acidogénica y metanogénica activa respectivamente; S_O (mg/l) es la concentración de materia orgánica soluble soluble; V_A (mg/l) es la concentración de ácidos grasos volátiles (AGV); y NH_4 (mg/l) es la concentración de amonio. La cinética de la biomasa acidogénica y metanogénica activa esta representada por:

$$\begin{aligned} \mu_1 &= \frac{\mu_{1,max}}{1 + \frac{K_{S1}}{S_O} + \frac{V_A}{K_{Ia1}}} \\ \mu_2 &= \frac{\mu_{2,max}}{1 + \frac{K_{S2}}{V_A} + \frac{V_A}{K_{Im1}} + \frac{NH_3}{K_{Im2}}} \end{aligned} \quad (2)$$

Note que la cinética del consorcio de microorganismos acidogénicos incluye inhibición por AGV, mientras que la cinética del consorcio de microorganismos metanogénicos incluye inhibición tanto por AGV como por NH_3 . Adicionalmente, dos ecuaciones complementan el sistema. La relación entre el NH_4 y NH_3 ; y la producción de metano ($(l_{CH4}/l_{reactor})d^{-1}$). Ambas ecuaciones estan definidas como:

$$\begin{aligned} NH_3 &= NH_4 K_{NH4} = NH_4 \frac{K_{iNH4}}{H^+} \frac{M_{NH3}}{M_{NH4}} \\ Q_{CH4} &= \mu_2 X_2 Y_{CH4X2} \frac{S_V}{M_{X2}} \end{aligned} \quad (3)$$

Note que la producción de metano no esta en función de V_A . Se asume que existe una concentración de AGV tal que

la producción de metano por parte de los microorganismos metanogénicos es proporcional a una constante $Y_{CH_4X_2}$.

El sistema de DA para la FOSRSU puede definirse como:

$$\dot{\Phi} = f(\Phi, \Pi), \quad \Phi(t_0) = \Phi_0 \quad (4)$$

donde los estados son $\Phi = [X_1, X_2, S_O, V_A, NH_4]$ y los parámetros $\Pi = \{\mu_{1\max}, \mu_{2\max}, K_{D1}, K_{D2}, Y_{X1}, Y_{X1SO}, Y_{X1VA}, Y_{X2VA}, Y_{NH_4}, K_{S1}, K_{S2}, K_{Ia1}, K_{Im1}, K_{Im2}, K_{NH_4}\}$. Los valores nominales $\pi_0 \in \Pi$ se muestran en la Tabla 1.

De acuerdo a los resultados obtenidos por Flores-Estrella

Table 1. Parámetros utilizados en modelo dinámico (Flores-Estrella *et al.* (2016)).

Simbolo	Valor	Unidad
Valores nominales $\pi_0 \in \Pi$		
$\mu_{1\max}$	0.4	d^{-1}
$\mu_{2\max}$	0.4	d^{-1}
K_{D1}	0.025	d^{-1}
K_{D2}	0.04	d^{-1}
Y_{X1}	0.2	$mg X_1/mg S_O$
Y_{X1SO}	0.243	$mg X_1/mg S_O$
Y_{X1VA}	2.45	$mg X_1/mg V_A$
Y_{X2VA}	0.06	$mg X_2/mg V_A$
Y_{NH_4}	0.1212	$mg NH_4/mg X_1$
$Y_{CH_4X_2}$	80	$gmol CH_4/gmol org$
K_{S1}	25	mg/l
K_{S2}	150	mg/l
K_{Ia1}	1000	mg/l
K_{Im1}	300	mg/l
K_{Im2}	5	mg/l
K_{iNH_4}	5.3×10^{-10}	@ 35 °C
Parámetros adicionales		
M_{NH_3}	17.03	$g/g mol$
M_{NH_4}	18.05	$g/g mol$
M_{X_2}	111300	$mg org/mol org$
S_v	25.4	$l/mol @ 35 °C$
K_{NH_4}	0.005	@ 35 °C
pH	7.0	
Parámetros operativos		
$S_{O,in}$	1500.0	mg/l
$V_{A,in}$	500.0	mg/l
$NH_{4,in}$	500.0	mg/l
\bar{D}	0.0372	d^{-1}
D^*	0.01	d^{-1}
\underline{D}	0.0001	d^{-1}

y colaboradores (Flores-Estrella *et al.* (2016)), el modelo (4) tiene un punto de equilibrio ($x^* \in R_+^5$) tal que $X_1, X_2 \neq 0, x_{j,in} > x_j > 0, j = 3, 4$ para todo $t \geq 0$ y condiciones iniciales dentro del dominio físicamente realizable. La siguiente proposición resume algunos resultados importantes:

Conjetura 1. Considere el modelo (1). Asuma que la composición de alimentación $S_{O,in}, V_{A,in}$ y $NH_{4,in}$ es constante por pedazos, Entonces el sistema (4) tiene un punto de equilibrio localmente estable Φ_{CNO}^* para una $D^* \in [\underline{D}, \bar{D}]$ bajo condiciones normales de operación ($X_1 > 0, X_2 > 0, S_O < S_{O,in}, V_A < V_{A,in}$). Dicho punto pertenece a un conjunto cerrado $\Omega_{CNO} = \{\psi_{CNO}^* \in R_+^5 | \psi_{CNO,min}^* \leq \psi_{CNO}^* \leq \psi_{CNO,max}^*; \psi_{CNO,min}^* > 0 \text{ y } \psi_{CNO,max}^* < \infty\} \subset R_+^5$ la cual contiene todas las condiciones normales de operación (CNO); en donde $\psi_{CNO,min}^*$

se obtiene para \underline{D}^* y $\psi_{CNO,max}^*$ para \bar{D}^* respectivamente.

3. FORMULACIÓN DEL PROBLEMA DE CONTROL

Dado un modelo dinámico que describa el proceso de DA aplicado al tratamiento de la FOSRSU es posible diseñar un controlador tal que mantenga las trayectorias cercanas a un punto de operación deseado (CNO). Una alternativa sería variando el factor de dilución (D) mediante una ley de control a fin de regular la V_A en la vecindad de un valor deseado. Es decir, D es la variable manipulada o de entrada representada por u y la variable de salida esta relacionada con los AGVs y es representada por y (Flores-Estrella *et al.* (2016)). El controlador propuesto debe afrontar las siguientes situaciones: dinámica no lineal del proceso, incertidumbre paramétrica, restricción en los actuadores, error y ruido en mediciones. Es importante agregar que en el problema de regulación se incluya la presencia de perturbaciones tales como la variación en la concentración de la DQO en la entrada del proceso de DA aplicado al tratamiento de la FOSRSU.

4. SÍNTESIS DEL CONTROLADOR VÍA H_∞ .

El problema de control de regulación de V_A en un DA para el tratamiento de la FOSRSU puede ser abordado mediante la metodología estándar de control clásico H_∞ . Dado que el sistema (4) tiene un punto localmente estable X^* , es necesario calcular la entrada de control $u = D - D^*$ a fin de obtener un valor deseado de V_A^{ref} tal que se preserve la condición normal de operación $\psi_{CNO}^* \in R_+^5$. A fin de obtener una ley de control, las siguientes suposiciones son consideradas:

1. La variable V_A se encuentra disponible para mediciones en línea.
2. La concentración del influente $S_{O,in}, V_{A,in}$ y $NH_{4,in}$ son constantes por pedazos, acotadas pero inciertas.
3. La cinética de crecimiento de las bacterias acidogénicas y metanogénicas son funciones: suaves, acotadas e inciertas.
4. El factor de dilución esta restringida a una función de saturación:

$$sat(D) = \begin{cases} \bar{D} & \text{si } D \geq \bar{D} \\ D & \text{si } \underline{D} < D < \bar{D} \\ \underline{D} & \text{si } D \leq \underline{D} \end{cases} \quad (5)$$

donde \underline{D} y \bar{D} son conocidos (Flores-Estrella *et al.* (2016)), $D \in R_+$ y $D_{sat} = sat(D)$.

Básicamente la metodología de síntesis del controlador esta descrita los siguientes pasos: (i) linealización del modelo no lineal (4), (ii) describir los requerimientos de la variación paramétrica y las señales contempladas mediante funciones de peso descritas en términos de magnitud y frecuencia, (iii) encontrar un controlador tal que cumpla con los requerimientos a lazo cerrado del sistema en cuestión.

4.1 Planta nominal.

El modelo (4) fue linealizado mediante el cálculo del jacobiano $J_{i,k}$ para $i, k = 1, 2, 3, 4, 5$ en el punto de equilibrio X^* . De esta forma el sistema lineal es representado por:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu; & x(t_0) &= x_0 \\ y &= Cx \end{aligned} \quad (6)$$

donde $A = \partial f_i / \partial x_k$, $B = \partial f_i / \partial D^T$, and $C = [0, 0, 0, 1, 0]$. De esta forma la variable de entrada $u = D - D^*$, y la variable de salida $y = V_A$ quedan definidas. En la Fig. 1 puede observarse P_{nom} la cual es la función de transferencia asociada a (6).

4.2 Funciones de peso.

Las funciones de transferencia con información en magnitud y frecuencia fueron diseñadas tomando en cuenta requerimientos en señales como: (i) W_e el error tolerado en la medición, (ii) W_u la acción de la señal de control, (iii) W_n el ruido asociado a la medición. Dado el criterio de robustez asociado al problema de atenuación de perturbaciones a lazo cerrado, la función de transferencia de sensibilidad es incluido en la construcción de funciones de peso bajo los siguientes criterios (Zhou (1997)):

$$\begin{aligned} \|W_e(I + P_{nom}K_2)^{-1}\| &\leq 1 \\ \|W_uK_2(I + P_{nom}K_2)^{-1}\| &\leq 1 \end{aligned} \quad (7)$$

Las funciones de peso propuestas son las siguientes:

$$\begin{aligned} W_e &= \frac{(s/1.0) + 1000}{s + (1000)(0.001)} \\ W_u &= \frac{s + 1000/1.0}{0.001s + 10000} \\ W_n &= \frac{s + (10000)(0.01)}{(s/0.1) + 10000} \end{aligned} \quad (8)$$

En la Fig. 1 se puede observar las funciones de peso dentro del diagrama de bloques asociado al problema de control. Cabe mencionar que dichas funciones de peso fueron construidas basadas en la metodología presentada por Flores-Estrella y colaboradores (2013).

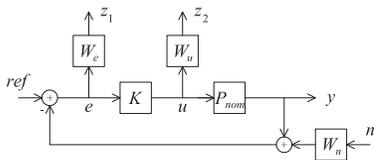


Fig. 1. Diagrama de bloques asociado al problema de control.

4.3 Cálculo del controlador.

En la Fig. 1 se ilustra el diagrama de bloques del problema de control. Dado que el sistema (4) tiene un único punto de equilibrio (x^*), el cual es localmente estable, es posible diseñar un controlador tal que calcule una entrada de control (u) la cual mantenga las condiciones normales de operación a pesar de perturbaciones en la concentración de DQO en el flujo de alimentación ($S_{O,in}$). Los elementos más importantes del diagrama de control

son: la entrada de control $u = D - D^*$, ruido n y la concentración de DQO en la alimentación al bioreactor $S_{O,in}$. Se puede observar en el diagrama las señales asociadas con el error z_1 , señal de control z_2 , así como la asociada a la medición de AGV $y = V_A$. Adicionalmente, P_{nom} representa la planta nominal. Finalmente, se tienen las funciones de peso W_e , W_u y W_n las cuales son descritas en (8). Basados en la Fig. 1 es posible describir la relación de las señales de entrada $z = [z_1 \ z_2 \ | \ e]^T$ y salida $d = [n \ | \ u]^T$ mediante la planta generalizada $z = Gd$ tal que G esta definida como:

$$G(s) = \left[\begin{array}{c|c} W_e W_n & -W_e P_{nom} \\ \hline 0 & W_u \\ \hline -W_n & -P_{nom} \end{array} \right] \quad (9)$$

De este modo, es posible encontrar un controlador, si existe uno, el cual minimiza la norma infinito de la función de transferencia a lazo cerrado entre el controlador y la planta generalizada descrita como una transformación lineal fraccionada $T_{zd} = \mathfrak{S}_l(G, K)$. Dicha norma es descrita como:

$$\begin{aligned} \|T_{zd}\|_\infty &= \max_\omega \sigma[\mathfrak{S}_l(G, K)] \\ \mathfrak{S}_l(G, K) &= G_{1,1} + G_{1,2}K(I - G_{2,2}K)^{-1}G_{2,1} \\ \left[\begin{array}{c} z_1 \\ z_2 \\ e \end{array} \right] &= \left[\begin{array}{cc} G_{1,1} & G_{1,2} \\ G_{2,1} & G_{2,2} \end{array} \right] \left[\begin{array}{c} [n] \\ u \end{array} \right] \end{aligned} \quad (10)$$

El problema de control subóptimo fue resuelto numéricamente mediante la solución de la ecuación estándar de Riccati (Zhou (1997)). Esto se realizó mediante el uso del programa Matlab utilizando el comando *hinfsyn*. El controlador $K(s)$ fue obtenido con $\gamma = 0.0962$. El controlador obtenido fue $K(s) = K_N(s)/K_D(s)$, donde: $K_N(s) = 1.25s^6 + 1.25 \times 10^6 s^5 + 6.62 \times 10^4 s^4 + 3.41 \times 10^{10} s^3 + 3.52 \times 10^{10} s^2 + 2.87 \times 10^9 s + 5.89 \times 10^7$ y $K_D(s) = s^7 + 4517s^6 + 8.42 \times 10^6 s^5 + 7.33 \times 10^9 s^4 + 2.40 \times 10^{12} s^3 + 2.50 \times 10^{12} s^2 + 1.08 \times 10^{11} s + 8.39 \times 10^8$.

5. RESULTADOS NUMÉRICOS

En la Fig. 2 se puede observar la respuesta de la variable de salida bajo la acción de la ley de control propuesta. El controlador regula satisfactoriamente la salida a pesar en cambios en escalón (Fig. 2A) mientras se atenúan las perturbaciones debidas a la variación de la DQO de alimentación (Fig. 3).

Note que a los tiempos $t = 1 [d]$ y $t = 3 [d]$ se observa una posible acción de control que pudiera no ser físicamente realizable. Sin embargo, apesar de que el controlador nominal no incluye una prueba de robustez, dicho comportamiento únicamente se presenta en los cambios en escalón y no debidas a perturbaciones en la concentración de alimentación. De hecho, la acción de control se realiza sin saturaciones y de una manera suave (Fig. 2B).

6. CONCLUSIÓN

En este trabajo se aborda el problema de control H_{inf} aplicado al modelo dinámico no lineal de DA para el tratamiento de la FOSRSU. El controlador propuesto es capaz de lograr la regulación robusta de AGV en el modelo

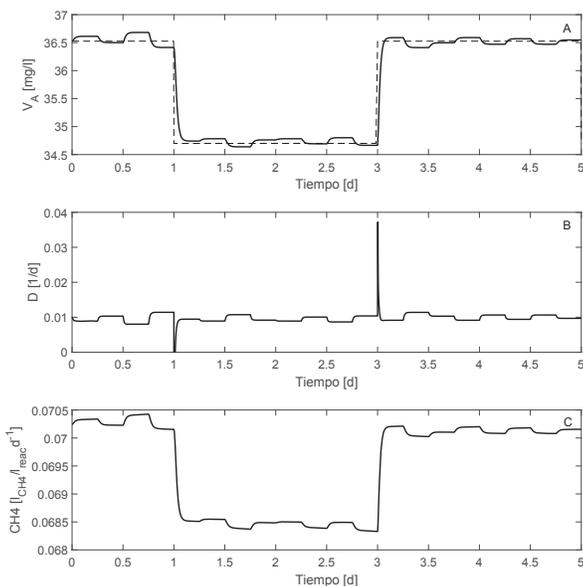


Fig. 2. Resultados de la simulación para la evaluación del controlador. A) Concentración de AGV a la salida del digestor. B) Factor de dilución, la cual esta relacionada con la entrada de control calculada por la ley de control. C) Producción de biogás.

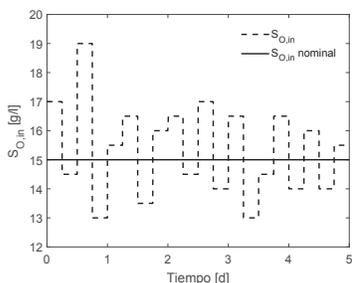


Fig. 3. Concentración de la DQO a la entrada del digestor ($S_{O,in}$).

no lineal a lazo cerrado incluso ante cambios en escalón en el set point y ante perturbaciones en la DQO de alimentación.

REFERENCES

D. Bolzonella, P. Battistoni, J. Mata-Alvarez, F. Cecchi. Anaerobic digestion of organic solid wastes: process behaviour in transient conditions. *Water Science and Technology*, 48, 1–8, 2003.

G. Esposito, L. Frunzo, A. Panico, G. d'Antonio. Model calibration and validation for OFMSW and sewage sludge co-digestion reactors. *Waste Management*, 31, 2527–2535, 2011a.

G. Esposito, L. Frunzo, A. Panico, G. d'Antonio. Modelling the effect of the OLR and OFMSW particle size on the performances of an anaerobic co-digestion reactor. *Process Biochemistry*, 46, 557–565, 2011b.

J. Fernández, M. Pérez, L. I. Romero. Kinetics of mesophilic anaerobic digestion of the organic fraction

of municipal solid waste: Influence of initial total solid concentration. *Bioresource Technology*, 101, 6322–6328, 2010.

L. A. Fernández-Güelfo, C. Alvarez-Gallego, D. S. Marquez, L. I. Garcia. Biological pretreatment applied to industrial organic fraction of municipal solid wastes (OFMSW): Effect on anaerobic digestion. *Chemical Engineering Journal*, 172, 321–325, 2011.

R. A. Flores-Estrella, A. Estrada-Baltazar, R. Femat. A mathematical model and dynamic analysis of anaerobic digestion of soluble organic fraction of municipal solid waste towards control design. *Revista Mexicana de Ingeniería Química* Vol 15, No 1, 243–258, 2016.

D. T. Hill, C. L. Barth. A Dynamic Model for Simulation of Animal Waste Digestion. *Water Pollution Control Federation*, 49, 2129–2143, 1977.

J. Jimenez, E. Latrille, J. Harmand, A. Robles, J. Ferrer, D. Gaida, C. Wolf, F. Mairet, O. Bernard, A. Alcaraz-Gonzalez, H. O. Mendez-Acosta, D. Zitomer, D. Totzke, H. Spanjers, F. Jacobi, A. Guwy, R. Dinsdale, G. Premier, S. Mazhegrane, G. Ruiz-Filippi, A. Seco, T. Ribeiro, A. Pauss, J.P. Steyer. Instrumentation and control of anaerobic digestion processes: a review and some research challenges. *Reviews in Environmental Science and Biotechnology*, 14, 615–648, 2015.

H. K. Khalil. *Nonlinear Systems*. Prentice Hall, New Jersey, 2002.

G. Kiely, G. Tayfur, C. Dolan, K. Tanji. Physical and mathematical modelling of anaerobic digestion of organic wastes. *Water Research*, 31, 534–540, 1997.

J. Mata-Alvarez, S. Macé, P. Llabrés. Anaerobic digestion of organic solid waste. An overview of research achievements and perspectives. *Bioresource Technology*, 74, 3–16, 2000.

H. O. Méndez-Acosta, B. Palacios-Ruiz, V. Alcaraz-González, J. P. Steyer, V. González-Álvarez, E. Latrill. Robust Control of Volatile Fatty Acids in Anaerobic Digestion Processes. *Industrial Engineering Chemical Research*, 47, 7715–7720, 2008.

R. Moletta, D. Verrier, G. Albagnac. Dynamic modelling of anaerobic digestion. *Water Research*, 20, 427–434, 1986.

P. Pavan, P. Battistoni, F. Cecchi, J. Mata-Alvarez. Two-phase anaerobic digestion of source sorted OFMSW (organic fraction of municipal solid waste): performance and kinetic study. *Water Science and Technology*, 41, 111–118, 2010.

K. Zhou. *Essentials of robust control*. Prentice Hall, New Jersey, 1997.