

Control por Retroalimentación de Salida de un Motor BLDC sin observador de estado de la velocidad angular

Cuahtémoc Guerrero* Victor Santibañez**
E.Javier Ollervides**

* Universidad Autónoma de la Ciudad de México, México D.F. C.P. 09790, México, (e-mail: cuahtemoc.guerrero@uacm.edu.mx).

** Tecnológico Nacional de México/Instituto Tecnológico de La Laguna, Blvd. Revolución y Calzada Cuahtémoc, Torreón, Coahuila, C.P. 27000, México, (e-mail: vsantiba@itlailaguna.edu.mx, ejollervidesv@correo.itlailaguna.edu.mx).

Resumen: En este trabajo se presenta una estrategia de control de seguimiento de velocidad utilizando la metodología de pasividad para un motor síncrono de imán permanente con devanados trapezoidales, el cual es conocido como motor sin escobillas de corriente directa (BLDC por sus siglas en inglés), considerando para su diseño sólo la medición de señales de corrientes de los devanados de estator y la posición angular del rotor. Se presenta un análisis formal de estabilidad del sistema en lazo cerrado formado por el motor, el controlador y un filtro de segundo orden lineal de la posición.

Keywords: Motor BLDC, Filtro de segundo orden, distribución trapezoidal.

1. INTRODUCCIÓN

En las últimas décadas los motores sin escobillas de corriente directa (brushless DC o BLDC motor) se han estado utilizando ampliamente en el ambiente industrial así como en el del transporte, ya que presentan un alto desempeño y confiabilidad. Este tipo de máquinas en realidad son motores síncronos trifásicos de corriente alterna con una distribución de devanados de bobinas en el estator de forma uniforme teniendo un patrón de fuerza contraelectromotriz (EMF por sus siglas en inglés) de tipo trapezoidal o cuadrada (Chiasson, 2005)-(Nam, 2010) a diferencia de los motores síncronos que tienen patrones de EMF sinusoidal y que son conocidos como motores síncronos de imán permanente (PMSM por sus siglas en inglés).

El uso del motor BLDC ha resultado una opción atractiva con respecto al uso de los motores de inducción (IM) por varias razones, de las que se pueden mencionar: a) la referente a los imanes permanentes, los cuales son contruidos por metales raros (rare earth), estos no sólo mejoran el desempeño del motor en estado estacionario sino también el desempeño dinámico por densidad de potencia (razón de salida de potencia a masa), además los precios de los imanes de metales raros están disminuyendo; b) la referente a las mejoras que se han realizado en el campo de los semiconductores de potencia, que han hecho que la implementación de esquemas de control para el motor BLDC resulte menos complicada y con un menor costo efectivo respecto a los motores de inducción, con la posibilidad de manipular el motor sobre un amplio rango de velocidad manteniendo al mismo tiempo una buena eficiencia (Gieras et al., 2002).

Otras de las características que se pueden destacar de los motores BLDC son: requiere un mantenimiento menor, ya que debido a su estructura no tiene anillos deslizantes ni escobillas, teniendo pérdidas pequeñas (o nulas) de potencia en el rotor debido a corrientes parásitas; las pérdidas de potencia son en general en los devanados del estator, por lo que el enfriamiento a dichas máquinas se puede realizar con una estructura de tipo acanalada en la carcasa; el rotor del motor BLDC tiene un bajo momento de inercia, una alta densidad de flujo magnético en el entrehierro y la limitación de la corriente no depende de la velocidad (Gieras et al., 2002).

En comparación a los motores síncronos de imán permanente (PMSM), el motor BLDC tiene la ventaja de tener una estructura más simple así como de menor costo; Por lo tanto, normalmente son usados por bajo costo en aplicaciones de baja potencia (menor de 5KW) en equipos de secado, equipo de manejo de material y aplicaciones domésticas, (Nam, 2010), así como de tipo aeroespacial, militar e industrial.

Los desarrollo de esquemas de control para el motor BLDC en los dos últimos años han tenido como base la metodología de Control Directo de Par (DTC por sus siglas en inglés), en donde se establecen tablas de búsquedas (look-up tables) de acuerdo a las combinaciones de las señales de sensores Hall colocados en las bobinas del estator del BLDC, considerando funciones de voltajes de impulsos (boosting voltage) (Xia et al., 2015) o errores de potencia (Hajiaghahi et al., 2017). Otros enfoques de control van dirigidos a lograr que sean tolerantes a fallas o fallas múltiples de circuito abierto (Salehifar and Moreno-Equilaz, 2016). Desafortunadamente, en las publicaciones

de estos esquemas de control no se presentan pruebas formales de estabilidad en lazo cerrado.

En (Guerrero et al., 2016) se propone un esquema de control de seguimiento de la velocidad angular de la flecha del motor BLDC utilizando como base la metodología basada en pasividad aprovechando las ventajas que presenta el modelo matemático de dicho motor BLDC. Una de las características, en la estructura de este esquema de control, es que se requiere de un observador de estados de la velocidad angular. La limitante principal en este esquema propuesto es la siguiente: una de las ecuaciones que lo conforman es la derivada respecto al tiempo de las corrientes deseadas de estator y ésta a su vez requiere de la derivada respecto al tiempo de los valores que relacionan en forma trapezoidal la posición angular del rotor y los ejes magnéticos de los devanados del estator, i.e., la derivada del vector E_R dada en (2). Esto tiene como consecuencia que se derive directamente dicho vector en forma numérica o se obtenga en forma analítica. Si se hace esto último, se requiere de la disposición de la señal de la velocidad angular, cosa que en realidad no se tiene desde el planteamiento del problema. Por lo tanto, en el presente trabajo, considerando las mismas condiciones de diseño presentado en (Guerrero et al., 2016), se elimina la limitante antes mencionada y se propone un controlador de seguimiento de velocidad sin la necesidad de la implementación de un observador para la velocidad angular, demostrando que se tiene un seguimiento de velocidad asintótico en lazo cerrado, usando un simple filtro de segundo orden lineal de la posición.

2. MODELO MATEMÁTICO DEL MOTOR BLDC

Se considera que se dispone de un motor síncrono de imán permanente con fuerza contraelectromotriz trapezoidal (Trapezoidal Back-Emf PM Synchronous Motor) el cual es conocido como Motor sin Escobillas de Corriente Directa (Brushless DC Motor o BLDC) con tres devanados distribuidos uniformemente sobre la superficie del estator. Debido a la distribución uniforme en los devanados se tiene que los campos magnéticos son uniformemente distribuidos por lo que las ecuaciones que describen el funcionamiento de dicho motor resultan en forma matricial como:

$$L \frac{d}{dt} i_s = E_p E_R(\theta) \omega - R_s i_s + v_s \quad (1a)$$

$$J \frac{d}{dt} \omega = -\tau_p E_R^T(\theta) i_s - B \omega - \tau_L \quad (1b)$$

donde las matrices de inductancias L y de resistencias R_s se definen como

$$L = \begin{bmatrix} L_s & -M & -M \\ -M & L_s & -M \\ -M & -M & L_s \end{bmatrix} \quad R_s = \begin{bmatrix} r_s & 0 & 0 \\ 0 & r_s & 0 \\ 0 & 0 & r_s \end{bmatrix}$$

La ecuación (1a) es obtenida para los voltajes en los devanados del estator al aplicar leyes que rigen la naturaleza eléctrica y magnética. Se asume que el rotor tiene un diseño de superficie montada (surface-mounted), por consecuencia no hay salientes, de tal manera que las inductancias propias son independientes del rotor (Al-Mashakbeh, 2009), por lo que L_s es la inductancia propia de los devanados del estator mientras que M es la inductancia mutua que se tiene entre las fases del estator (Krishnan, 2010). Se

asume también que se tiene un sistema trifásico balanceado, cuyas resistencias de fase del estator son r_s , mientras que el vector de voltajes de alimentación a los devanados de estator está dado por $v_s = [v_{s1} \ v_{s2} \ v_{s3}]^T$ y el vector de corrientes de estator es denotado por $i_s = [i_{s1} \ i_{s2} \ i_{s3}]^T$. La ecuación (1b) representa a la ecuación de los equilibrios de fuerzas rotacionales considerando la influencia del campo magnético del imán permanente, donde J es el momento de inercia, B es la constante de fricción viscosa de la flecha del rotor, τ_L es el par de carga y ω representa la velocidad angular de la flecha del rotor.

El vector E_R que se tiene presente en (1) se construye como

$$E_R = \begin{bmatrix} E_1(\theta) \\ E_2(\theta) \\ E_3(\theta) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E(\theta) \\ E(\theta - \frac{2}{3}\pi) \\ E(\theta + \frac{2}{3}\pi) \end{bmatrix} \quad (2)$$

Los términos $E(\theta + \alpha_s)$ en (2) son valores que relacionan en forma trapezoidal la posición angular del rotor y los ejes magnéticos de los devanados del estator con un ángulo α_s los cuales tienen un marco de referencia abc desplazados $\frac{2}{3}\pi$ entre si. Teniendo como referencia sólo a E_1 dependiendo de la posición angular se tiene

$$E_1(\theta) = E(\theta) = \begin{cases} \frac{6\theta}{\pi}, & -\frac{\pi}{6} \leq \theta \leq \frac{\pi}{6} \\ 1, & \frac{\pi}{6} \leq \theta \leq \frac{5\pi}{6} \\ -\frac{6(\theta-\pi)}{\pi}, & \frac{5\pi}{6} \leq \theta \leq \frac{7\pi}{6} \\ -1, & \frac{7\pi}{6} \leq \theta \leq \frac{11\pi}{6} \end{cases}$$

Se puede observar de (1a) que el valor máximo de la fuerza contra-electromotriz es el producto $E_p \omega$ y los valores que dependen de la posición angular $E(\theta + \alpha_s)$ tiene un valor entre 1 y -1, i.e., $-1 \leq E(\theta + \alpha_s) \leq 1$. Los parámetros E_p como τ_p son iguales, se definen de esa manera por la naturaleza en que se utilizan y son un coeficiente de inductancia mutua entre el estator y el rotor, dicho coeficiente relaciona la densidad del campo del imán permanente con la relación de vueltas de los devanados y longitudes del estator y normalmente se les conoce como constantes de fuerza contraelectromotriz (*back-emf*) o de par (*torque*) (Chiasson, 2005, pag. 671), i.e. $E_p = \tau_p$.

Observación. Debido a que la distribución de los flujos en el motor BLDC es tipo trapezoidal, no es factible realizar una transformación en un marco de referencia dq como el que se desarrolla para el motor síncrono de imán permanente (Krishnan, 2010), por lo que es recomendable obtener un modelo matemático en términos de variables de las fases de alimentación del estator.

Las ecuaciones (1a)-(1b) se pueden reescribir en forma matricial como

$$\mathcal{D} \dot{x} + \mathcal{R}x + \mathcal{C}(\theta)x = Q \quad (3)$$

en donde $x = [i_s \ \omega]^T$, $Q = [v_s \ -\tau_L]^T$ y

$$\mathcal{D} = \begin{bmatrix} L & 0_{3 \times 1} \\ 0_{1 \times 3} & J \end{bmatrix} \quad \mathcal{R} = \begin{bmatrix} R_s & 0_{3 \times 1} \\ 0_{1 \times 3} & B \end{bmatrix}$$

$$\mathcal{C}(\theta) = \begin{bmatrix} 0_{3 \times 3} & -E_p E_R(\theta) \\ E_p E_R^T(\theta) & 0 \end{bmatrix}$$

Por cuestiones físicas, todos los parámetros del motor BLDC son positivos (eléctricos y mecánicos). Se puede

observar de (3) que la matriz \mathcal{D} contiene a los parámetros de los elementos almacenadores de energía (inductancias y momento de inercia), la matriz \mathcal{R} contiene a los términos que relacionan a los elementos disipadores de energía y que la matriz \mathcal{C} contiene a términos de fuerza contra-electromotriz por la influencia del imán permanente. El determinante de la matriz \mathcal{D} es $J(L_s + M)^2(L_s - 2M)$, que de acuerdo a la estructura del motor (Chiasson, 2005) se tiene que $L_s = \frac{7}{3}M$, por lo que resulta que el determinante es positivo, esto implica que \mathcal{D} es definida positiva. Se ve en forma directa que la matriz \mathcal{R} es definida positiva. La matriz $\mathcal{C}(\theta)$ es antisimétrica y se puede comprobar al realizar la operación $x^T \mathcal{C}(\theta) x = 0$, por lo que se puede decir que esta no produce trabajo. El segundo término de (1b) es el par electromagnético de origen eléctrico, por lo que se puede escribir como $\tau_e = \tau_p E_R^T i_s$.

El vector E_R definido en (2) tiene una derivada respecto al tiempo como

$$\dot{E}_R(\dot{\theta}) = \begin{bmatrix} \dot{E}_1(\dot{\theta}) \\ \dot{E}_2(\dot{\theta}) \\ \dot{E}_3(\dot{\theta}) \end{bmatrix} = \dot{\theta} \begin{bmatrix} E_1^* \\ E_2^* \\ E_3^* \end{bmatrix} = \dot{\theta} E_R^* \quad (4)$$

donde $E_R^* = [E_1^* E_2^* E_3^*]^T$ y (considerando sólo como referencia el primer término del vector de (4) como hizo se antes)

$$\dot{E}_1(\dot{\theta}) = \begin{cases} \frac{6}{\pi}\dot{\theta}, & -\frac{\pi}{6} \leq \theta \leq \frac{\pi}{6} \\ 0, & \frac{\pi}{6} \leq \theta \leq \frac{5\pi}{6} \\ -\frac{6}{\pi}\dot{\theta}, & \frac{5\pi}{6} \leq \theta \leq \frac{7\pi}{6} \\ 0, & \frac{7\pi}{6} \leq \theta \leq \frac{11\pi}{6} \end{cases}$$

definiendo

$$E_1^* = \begin{cases} \frac{6}{\pi}, & -\frac{\pi}{6} \leq \theta \leq \frac{\pi}{6} \\ 0, & \frac{\pi}{6} \leq \theta \leq \frac{5\pi}{6} \\ -\frac{6}{\pi}, & \frac{5\pi}{6} \leq \theta \leq \frac{7\pi}{6} \\ 0, & \frac{7\pi}{6} \leq \theta \leq \frac{11\pi}{6} \end{cases}$$

Observación Las funciones que se tienen en (4) son de tipo cuadradas de forma alterna con un valor máximo y mínimo de $\frac{6}{\pi}$ y $-\frac{6}{\pi}$ respectivamente y están multiplicadas por la velocidad angular.

3. RESULTADO PRINCIPAL

3.1 Proposición.

Considere el modelo matemático del motor sin escobillas de corriente directa (BLDC) dado por (1) o en forma compacta dado por (3). Suponiendo las siguientes condiciones:

- Las señales de las corrientes de los devanados de estator i_s así como de la posición angular del rotor θ son disponibles para medición.
- Todos los parámetros (mecánicos y eléctricos) del motor BLDC son conocidos exactamente.
- La velocidad de rotor deseada ω_d es una función suave y acotada dos veces diferenciable con primera y segunda derivada conocida.
- El par de carga τ_L es una función conocida y constante.

Sea el controlador dinámico no lineal con retroalimentación de salida definido como

$$v_s = L \frac{d}{dt} i_{sd} + R_s i_{sd} - E_p E_R(\theta) \omega_d + K_e e_I \quad (5)$$

con unas corrientes deseadas de estator dadas por

$$i_{sd} = \frac{1}{E_p \|E_R(\theta)\|^2} E_R(\theta) (-\tau_L - J\dot{\omega}_d - B\omega_d + K_\vartheta \vartheta) \quad (6)$$

y cuya derivada respecto al tiempo es aproximada por

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} i_{sd} &= \frac{(\omega_d - y_2)}{E_p \|E_R(\theta)\|^2} E_R^* (-\tau_L - J\dot{\omega}_d - B\omega_d + K_\vartheta \vartheta) \\ &\quad - \frac{(\dot{\tau}_L + J\dot{\omega}_d + B\dot{\omega}_d + K_\vartheta \lambda_d \dot{\vartheta} + K_\vartheta \lambda_d y_2)}{E_p \|E_R(\theta)\|^2} E_R(\theta) \end{aligned} \quad (7)$$

Considere el error de velocidad filtrado dado por medio de una representación en espacio de estados como

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\lambda_d^2 & -2\lambda_d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \lambda_d^2 \end{bmatrix} \tilde{\theta} \quad (8a)$$

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda_d^2 & 0 \\ 0 & \lambda_d^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} \quad (8b)$$

donde y_1 es el error de la posición angular filtrado mientras que y_2 es el error de velocidad angular filtrado, $\lambda_d = \lambda_n > 0$ y una función ϑ definida como

$$\vartheta = x_2 + \lambda_d x_1 - \lambda_d \tilde{\theta}$$

y cumpliendo las condiciones de las constantes como

$$K_e > 0 \quad (9)$$

$$K_\vartheta > 0 \quad (10)$$

Bajo estas condiciones se asegura un seguimiento de velocidad asintótico usando sólo la medición de la posición angular y las corrientes de los devanados del estator, i.e.,

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e_\omega = 0$$

con todas las señales internas acotadas.

3.2 Diseño del esquema de control.

Es usual tener disponible en medición la señal de la posición angular por medio de un codificador óptico, de donde la velocidad angular es obtenida como

$$\frac{d}{dt} \theta = \omega.$$

Debido a que realizar una implementación numérica directa de una derivada no es deseable, una posibilidad para obtener la velocidad angular es considerar un filtro de segundo orden con grado relativo 1, i.e.,

$$X_{fder}(s) = \frac{\lambda_n^2 s}{(s + \lambda_d)(s + \lambda_d)} \tilde{\Theta}(s) \quad (11)$$

donde $\tilde{\Theta}(s)$ denota el error de posición en el dominio s y éste es definido como

$$e_\theta = \tilde{\theta} = \theta_d - \theta \quad (12)$$

con θ_d denotando la posición deseada, donde el subíndice d denota la señal deseada de la variable.

Una representación en el espacio de estados del filtro de segundo orden (11), considerando como entrada el error de posición, es como se muestra en (8).

Cabe mencionar, que debido a que la señal de la posición que se puede tener disponible por medio de un decodificador óptico es de tipo rampa, se debe de hacer que $\lambda_d = \lambda_n$ para evitar el tener una atenuación o amplificación de la señal. Al considerar esto último y además que la entrada al filtro es la posición angular (en lugar del error de posición) se obtiene las mismas ecuaciones que se utilizan en (Mujica et al., 2014) (al cual denominan diferenciador sucio de segundo orden compensado) con la diferencia que en dicha propuesta en la ecuación de estados de x_2 incluyen dos términos que involucran a la velocidad deseada. La estabilidad de (8a) se cumple cuando estas constantes son positivas. Con este simple algoritmo se sobrelleva la falta de la medición de la velocidad angular de la flecha del motor para obtener ésta a través de la señal del error filtrado considerando la definición del error de posición dada en (12) de la forma como se realiza en (Loría, 2016), pero este considera un filtro de primer orden de grado relativo 0 al que denominan filtro de derivada sucia (dirty-derivative filter).

Teniendo en cuenta la representación en el espacio de estados de (8), se define una función en el cual se consideran los estados dados en (8a) y el error de la posición angular como

$$\vartheta = x_2 + \lambda_d x_1 - \lambda_d \tilde{\theta} \quad (13)$$

y la derivada respecto al tiempo de (13) es

$$\dot{\vartheta} = -\lambda_d \vartheta - \lambda_d \dot{\tilde{\theta}} \quad (14)$$

Por otro lado, se definen los errores de estados como

$$e = x_d - x \quad (15)$$

De acuerdo a esto, cada error de estado es definido como

$$e_I = i_{sd} - i_s \quad (16)$$

$$e_\omega = \omega_d - \omega \quad (17)$$

Sumando y restando estados deseados en (3) se llega a

$$\mathcal{D}\dot{e} + \mathcal{R}e + \mathcal{C}(\theta)e = -Q + \mathcal{D}\dot{x}_d + \mathcal{R}x_d + \mathcal{C}(\theta)x_d$$

Definiendo una nueva función como

$$\Psi = -Q + (\mathcal{D}\dot{x}_d + \mathcal{R}x_d + \mathcal{C}(\theta)x_d) \quad (18)$$

donde

$$\Psi = \begin{bmatrix} \Psi_e \\ \Psi_m \end{bmatrix} \quad (19)$$

se llega a

$$\mathcal{D}\dot{e} + \mathcal{R}e + \mathcal{C}(\theta)e = \Psi \quad (20)$$

que para la parte eléctrica se tendría

$$\Psi_e = -v_s + L \frac{d}{dt} i_{sd} + R_s i_{sd} - E_p E_R(\theta) \omega_d \quad (21)$$

mientras que para la parte mecánica

$$\Psi_m = \tau_L + J \frac{d}{dt} \omega_d + B \omega_d + E_p E_R^T(\theta) i_{sd} \quad (22)$$

Escogiendo unas corrientes de los devanados de estator deseadas como se muestran en (6) y sustituyendo éstas en (22), se tiene

$$\Psi_m = K_\vartheta \vartheta_3 \quad (23)$$

Observación: A diferencia de cuando se tienen funciones sinusoidales, en donde la norma al cuadrado de tres funciones sinusoidales desfasadas 120° entre ellas es de $\frac{3}{2}$, las

funciones trapezoidales, como las expresadas por E_R en la ecuación (2) y cuya norma al cuadrado es $\|E_R(\theta)\|^2$, no tienen un valor fijo; sin embargo, se sabe que el valor de dicha norma está entre 2 y 3, i.e. a pesar de que dicha norma no es una cantidad fija, ésta no es cero y además es positiva.

Por otro lado, proponiendo unos voltajes de los devanados de estator como se presentan en (5) y sustituyendo estos en (21) se llega a

$$\Psi_e = -K_e e_I \quad (24)$$

En los voltajes de control (5) se requiere de la derivada de las corrientes deseadas, por lo que para poder implementarlas, éstas se calculan en forma analítica, quedando como

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} i_{sd} &= \frac{(-\tau_L - J\dot{\omega}_d - B\omega_d + K_\vartheta \vartheta_3)}{E_p \|E_R(\theta)\|^2} \omega E_R^* \\ &\quad - \frac{\left(\dot{\tau}_L + J\ddot{\omega}_d + B\dot{\omega}_d + K_\vartheta \lambda_d \dot{\vartheta} + K_\vartheta \lambda_d \dot{\tilde{\theta}} \right)}{E_p \|E_R(\theta)\|^2} E_R(\theta) \end{aligned} \quad (25)$$

Se puede observar en (25) lo siguiente: a) que en el primer término del lado derecho se requiere de la velocidad angular real y debido a que no se tiene disponible la medición de dicha señal, se considerará que la velocidad angular se reconstruye a partir de la velocidad deseada y del error filtrado de la velocidad como $\omega_d - y_2$; b) que en el segundo miembro del lado derecho, el último término dentro del paréntesis se requiere del error de velocidad, por lo que en su lugar utilizamos la señal del error filtrado obtenida por y_2 . Con esto la derivada respecto al tiempo de las corrientes deseadas quedan como se tienen en (7) considerando la definición dada en (4).

3.3 Prueba de estabilidad del esquema propuesto.

Con todo esto, considere una función definida positiva, en la cual se consideran los errores de estados (15) y la función ϑ (13), dada por

$$H_e = \frac{1}{2} e^T \mathcal{D}e + \frac{1}{2} \frac{K_\vartheta}{\lambda_d} \vartheta^2 \quad (26)$$

Derivando (26) respecto al tiempo se tiene

$$\dot{H}_e = e^T \mathcal{D}\dot{e} + \frac{K_\vartheta}{\lambda_d} \vartheta \dot{\vartheta} \quad (27)$$

Sustituyendo (14) en (27) y simplificando se llega a

$$\dot{H}_e = e^T \mathcal{D}\dot{e} - K_\vartheta \vartheta^2 - K_\vartheta \vartheta e_\omega \quad (28)$$

Asimismo, sustituyendo lo definido tanto en (23) como en (24) y considerando que \mathcal{C} es una matriz antisimétrica se llega a

$$\dot{H}_e = -(R_s + K_e) e_I^T I_3 e_I - B e_\omega^2 - K_\vartheta \vartheta^2 \quad (29)$$

Los términos de lado derecho de (29) se puede reescribir como

$$\dot{H}_e = - \begin{bmatrix} e_I^T & e_\omega & \vartheta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (R_s + K_e) I_3 & 0 & 0 \\ 0 & B & 0 \\ 0 & 0 & K_\vartheta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_I \\ e_\omega \\ \vartheta \end{bmatrix}$$

Considerando las condiciones dadas en (9) y (10), la función \dot{H}_e es definida negativa, por lo que el sistema en lazo cerrado es asintóticamente estable.

4. RESULTADOS DE SIMULACIÓN

El algoritmo del esquema de control propuesto en el presente trabajo, dado por las ecuaciones (5),(6) y (7), junto a la representación en el espacio de estados del filtro de segundo orden grado relativo 1 dado por (8), con las condiciones de las ganancias expresadas por (9)-(10) se simularon en SIMULINK/MATLAB[®] con un paso de integración fijo de 0.01 ms y el método de integración numérica ode (Runge-Kutta), utilizando sólo bloques básicos de SIMULINK[®].

Los parámetros del motor que se utilizaron en el experimento de simulación numérica se presentan en el cuadro 1 y el voltaje máximo (pico) de alimentación es de 200 V así como una corriente máxima de 10 A. Estos datos fueron utilizados en (Guerrero et al., 2016).

Cuadro 1. Parámetros del motor BLDC

Resistencia de estator	$R_s = 7 \Omega$
Inductancia de estator	$L_s = 0.0027 \text{ mH}$
Inductancia mutua	$M = 0.0015 \text{ mH}$
Constante <i>back-emf</i>	$E_p = 0.5128 \text{ N} \cdot \text{m/A}$
Coefficiente de momento de inercia	$J = 0.0002 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$
Coefficiente de fricción viscosa	$B = 0.002 \text{ N} \cdot \text{m} \cdot \text{s/rad}$

Asimismo, para realizar la simulación se consideró un par de carga del tipo de fricción viscosa como un escalón de magnitud de 0.05 N·m·s/rad en el tiempo 0.5 s, mientras que las ganancias del controlador se consideraron los siguientes valores

$$\begin{aligned} K_e &= 600 \\ K_v &= 25 \\ \lambda_d &= 150 \end{aligned}$$

La señal de referencia de velocidad angular que se utilizó en el experimento de simulación numérica se muestra en la Figura 1 y tiene la característica que en algunos tramos es constante (incluso cero) y en otros tiene una pendiente constante. En dicha Figura están tanto la gráfica de la velocidad deseada (en color verde) así como la velocidad real (color azul) del motor BLDC.

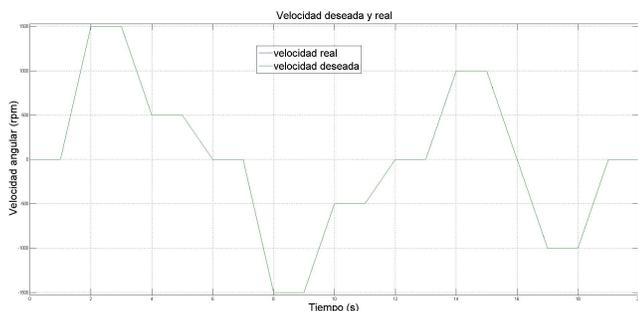


Figura 1. Respuesta de velocidad del motor BLDC.

En la Figura 1 se puede ver que la velocidad angular del rotor del motor BLDC sigue a la velocidad deseada de tal manera que el error es tan pequeño que no se distingue la

diferencia. La Figura 2 muestra el error definido en (17). Se puede observar que el error mayor que hay de velocidad se da cuando se aplica el par de carga, que es a los 0.5 s.

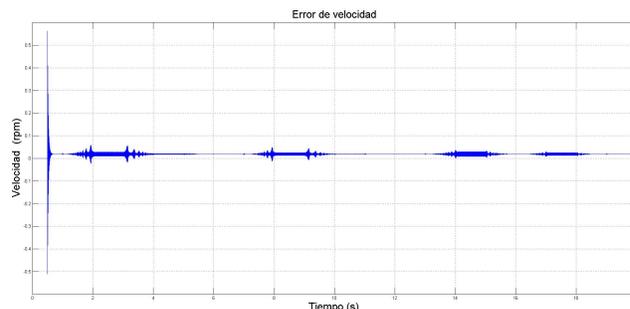


Figura 2. Error de velocidad del motor BLDC.

En la Figura 3 se pueden observar las corrientes de los tres devanados del estator que se requieren para tener el seguimiento de velocidad que se desea, con una amplitud muy por abajo de la corriente máxima del motor *BLDC*. En la parte inferior de la Figura 3 se muestran tres cuadros con acercamientos a distintos tiempos de la simulación y se puede observar de estos, que de acuerdo a la velocidad requerida, se tiene distinta frecuencia y amplitud.

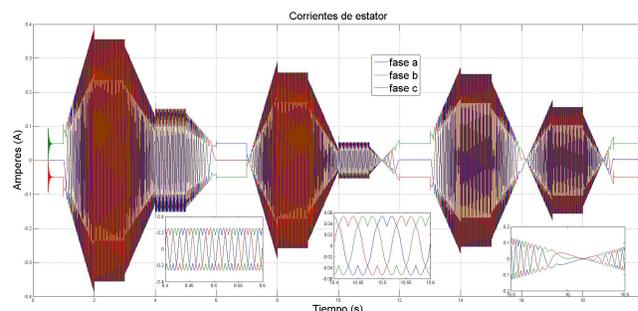


Figura 3. Corrientes de los devanados de estator del motor BLDC.

Por último, en la Figura 4 se muestran los voltajes de alimentación que se requieren en los devanados del estator ante la señal de velocidad de referencia requerida y se puede observar que estos están por abajo de los voltajes máximos del motor, con un pico de voltaje de 90 V cuando hay un cambio de referencia a los ± 1500 rpm. De igual forma, en la parte inferior de la Figura 4 se muestran tres cuadros con acercamientos a los mismos tiempos que en la Figura 3, y de igual forma se observa que de acuerdo a la velocidad deseada se necesitan voltajes a distintas frecuencias y voltajes trapezoidales.

5. CONCLUSIONES

En este trabajo se presenta un esquema de control para el motor *BLDC* trifásico, utilizando la metodología de pasividad que garantiza seguimiento asintótico de la velocidad midiendo tanto las corrientes de los devanados del estator como de la posición angular del rotor, utilizando un filtro de segundo orden grado relativo 1 y con ello demostramos que no se requiere de la utilización de un observador de estado de la velocidad angular para el diseño del controlador. Cabe mencionar que las ecuaciones de nuestro algoritmo

son totalmente implementables. Asimismo, se presenta la prueba formal de estabilidad incluyendo el modelo del filtro de segundo orden.

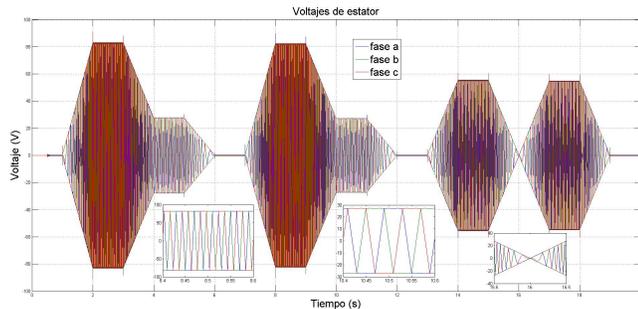


Figura 4. Voltajes de estator del BLDC.

AGRADECIMIENTOS:

Este trabajo es apoyado por los proyectos TecNM 6104.17-P y CONACYT 134534 así como el proyecto PI2013-14 de la UACM.

REFERENCIAS

- Al-Mashakbeh, A.S.O. (2009). Proportional integral and derivative control of brushless dc motor. *European Journal of Scientific Research*, 35(2), 198–203.
- Chiasson, J. (2005). *Modeling and high performance control of electric machines*, volume 26. John Wiley & Sons.
- Gieras, J.F., Wing, M., et al. (2002). *Permanent magnet motor technology*. Marcel Dekker New York, NY, USA.
- Guerrero, C., Santibañez, V., Fabián, J.C., and Ollervides, J. (2016). Control por retroalimentación de salida basado en pasividad para un motor sin escobillas de corriente directa. *Congreso Nacional de Control Automático (CN-CA17) de la Asociación de México de Control Automático AMCA*.
- Hajiaghahi, S., Salemnia, A., and Motabarian, F. (2017). Four switches direct power control of bldc motor with trapezoidal back-emf. In *Power Electronics, Drive Systems & Technologies Conference (PEDSTC), 2017 8th*, 513–518. IEEE.
- Krishnan, R. (2010). *Permanent magnet synchronous and brushless DC motor drives*. CRC press.
- Loría, A. (2016). Observers are unnecessary for output-feedback control of lagrangian systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 61(4), 905–920.
- Mujica, H., Espinosa-Pérez, G., and Mareno, J. (2014). Seguimiento de velocidad y flujo magnético con alto desempeño en motores de inducción. *XVI Congreso Latinoamericano de Control Automático, CLCA 2014*.
- Nam, K.H. (2010). *AC motor control and electrical vehicle applications*. CRC press.
- Salehifar, M. and Moreno-Equilaz, M. (2016). Fault diagnosis and fault-tolerant finite control set-model predictive control of a multiphase voltage-source inverter supplying bldc motor. *ISA transactions*, 60, 143–155.
- Xia, K., Shen, L., Dong, B., Zeng, Y., and Ge, S.S. (2015). Research of four-switch three-phase bldc motor control scheme based on quasi z-source converter. In *Electrical Machines and Systems (ICEMS), 2015 18th International Conference on*, 1–6. IEEE.