

# Vuelo en formación basado en el enfoque consensus para un sistema multi-agente de cuatro cuadrirrotores

E.J. Ollervides, E. Rojo, A. Ramírez-Mendoza, L. A. Amézquita-Brooks, E. Liceaga-Castro, O. García

**Resumen**—El presente trabajo se enfoca en el control de seguimiento de trayectorias para un sistema multi-agente formado por cuatro vehículos aéreos de tipo cuadrirrotor; en particular, se aplica el algoritmo de sincronización llamado consensus para realizar la implementación de un protocolo de control de formación con el método Líder-Seguidor virtual. En este contexto, se propone una estrategia de control lineal para realizar la navegación de los vehículos aéreos de tipo cuadrirrotor que forman parte del sistema multi-agente. Además se presentan resultados de simulación para el seguimiento de trayectorias con una formación de rombo o diamante para sistema multi-agente, a partir de una curva cerrada de Lissajous y utilizando el modelo no lineal del vehículo aéreo de tipo cuadrirrotor.

## I. INTRODUCCIÓN

En la actualidad, investigadores e ingenieros están trabajando en el diseño de algoritmos de guiado, navegación y control para vuelo cooperativo de vehículos aéreos no tripulados- VANTs (UAVs-Unmanned Aerial Vehicles) considerados como agentes. En efecto, estos algoritmos para los sistemas multi-agentes están basados en protocolos distribuidos en el cual cada agente puede tomar decisiones distribuidas en información local resultando un movimiento colectivo de todos los agentes en el grupo. Estos protocolos distribuidos garantizan el consensus del sistemas multi-agente; es decir, todos los agentes alcanzan el mismo valor.

Algunas publicaciones sobre el vuelo en formación pueden mencionarse como: el desarrollo e implementación de una plataforma experimental para aplicaciones de vehículos heterogéneos no tripulados es presentado en [10] and [11]. En [2], un modelo de juegos diferenciales de suma cero fue propuesto para obtener el vuelo en formación de un grupo de tres VANTs de tipo ala fija considerados como jugadores, y en [12] una estrategia de control, basada en algoritmos de consensus Líder-Seguidor adaptable, fue diseñada para sistemas multi-agentes afectados por eventos de red conmutados. En [6] se presenta una solución para mantener un vuelo en formación de un grupo de mini vehículos aéreos basado en vectores geométricos los cuales describen la distancia de separación y el ángulo entre los vehículos aéreos. En [7], se muestran un resumen de ideas teóricas y prácticas que pueden ser usadas para la localización distribuida basada

en visión y el control de vuelo en formación. Una solución del vuelo en formación distribuida para un grupo de robots aéreos en ausencia de un sistema de posición externo es presentado en [9].

El propósito de este trabajo es la implementación de un protocolo de formación de tipo Líder-Seguidor para el control cooperativo de un grupo de VANTs realizando tareas en movimiento colectivo. El control cooperativo consiste en tener multiples agentes autónomos trabajando de forma coordinada para lograr un comportamiento grupal deseado de forma eficiente. Para el diseño del protocolo de formación de tipo Líder-Seguidor, utilizaremos la técnica de sincronización llamada consensus. El protocolo de formación basado en la técnica consensus es una área de estudio en el control cooperativo de los sistemas multi-agentes, y se considera de gran importancia, debido a que su aplicación se extiende al control de formación, agrupación, estimación distribuida, tanto para sistemas lineales como no lineales. Además puede ser modificado para aplicarse en estructuras de control centralizadas o descentralizadas; así como para ser utilizado con diversos métodos de control en formación. El artículo esta organizado como sigue: sección II proporciona una breve descripción de la teoría de grafos y el modelo de  $N$  cuadrirrotos es presentado en la sección III. La sección IV muestra el sistema de control para  $N$  cuadrirrotos mientras que la sección V presenta el algoritmo de vuelo en formación. Finalmente, las conclusiones son presentadas en la sección VI.

## II. GRAFOS EN SISTEMAS MULTI-AGENTES

El comportamiento de una agrupación de animales cualesquiera se puede modelar por medio de un grafo. Un grafo consta de nodos que representan cada miembro del grupo y de líneas de flujo denominadas aristas que representan el flujo de información entre los nodos del grupo. En este trabajo, un nodo representa un VANT de tipo cuadrirrotor. Los nodos de un grafo también son nombrados como agentes del grupo y matemáticamente se representan por ecuaciones dinámicas. La teoría de grafos aplicada en el análisis matemático de los sistemas multi-agentes permite conocer el comportamiento que cada agente tendrá, y por lo tanto también el comportamiento total de la agrupación.

Un grafo describe la comunicación topológica para el intercambio de información entre agentes en un sistemas multi-agente. Un grafo se puede definir como  $\mathcal{G} = (\mathcal{V}, \mathcal{E})$ , donde  $\mathcal{V} = \{v_1, v_2, \dots, v_N\}$  es el conjunto de nodos o vértices del grafo y  $\mathcal{E} = \mathcal{V} \times \mathcal{V}$  es el conjunto de aristas o arcos. Los elementos de  $\mathcal{E}$  son denotados como  $(v_i, v_j)$

E.J. Ollervides, E. Rojo, A. Ramírez-Mendoza, L. A. Amézquita-Brooks, E. Liceaga-Castro, y O. García, estan con la Universidad Autónoma de Nuevo León, Facultad de Ingeniería Mecánica y Eléctrica, Centro de Investigación e Innovación en Ingeniería Aeronáutica, San Nicolás de los Garza, Nuevo León, México. edmund.ollervidesvz@uanl.edu.mx, erik.rojodr@uanl.edu.mx, ameramirezme@conacyt.mx, luis.amezquitabr@uanl.edu.mx, eduardo.liceagacs@uanl.edu.mx, octavio.garcias@uanl.mx

E. J. Ollervides esta en el TecNM-Instituto Tecnológico de La Laguna, Torreón Coahuila, México. ejollervi@ieee.org

y representan una arista que va desde  $v_i$  a  $v_j$ . Existen dos tipos de grafos los dirigidos y los no dirigidos. En un grafo dirigido la arista se representa por una flecha con cola en  $v_i$  y cabeza en  $v_j$ , y si el grafo es no direccional la arista es una línea. Las estructuras y propiedades de un grafo en general pueden ser analizadas por ciertas formas matriciales que se estudian en la teoría algebraica de grafos. La matriz de adyacencia es definida a partir de la conectividad del grafo de comunicación, tal que  $\mathcal{A} = [a_{ij}] \in \mathbb{R}^{N \times N}$ , donde  $a_{ij}$  es el valor del peso existente en la arista que comunica al nodo  $v_j$  con el nodo  $v_i$ , de tal forma que  $a_{ij} > 0$  si  $(v_j, v_i) \in \mathcal{E}$  y  $a_{ij} = 0$  en otro caso. La matriz de un grafo no dirigido es simétrica, tal que  $\mathcal{A} = \mathcal{A}^\top$ . La matriz de grados de entrada es definida a partir el nodo  $v_i$ , como la suma de los elementos de la  $i$ -ésima fila de la matriz de adyacencia  $\mathcal{A}$  tal que  $d_i = \sum_{j=1}^N a_{ij}$ . La matriz Laplaciana define como la diferencia de la matriz diagonal de grados de entrada  $\mathcal{D} = \text{diag}\{d_i\} \in \mathbb{R}^{N \times N}$ , menos la matriz de adyacencia  $\mathcal{A}$ , y matemáticamente puede ser expresada como  $\mathcal{L} = \mathcal{D} - \mathcal{A}$ , [4], [5], [13], [14], [15].

La estructura del control cooperativo para un sistema multi-agente que se aplica en este trabajo es de tipo descentralizada y distribuida. En efecto, cada agente del grupo tiene la capacidad de ejecutar su propia ley de control, la cual se calcula en base al comportamiento del agente, relacionando el comportamiento que tengan los agentes vecinos más cercanos. En esta estructura de control, el comportamiento del sistema global es más dinámico y rápido debido a que cada agente puede tomar decisiones distribuidas en información local resultando un vuelo en formación, Fig 1.

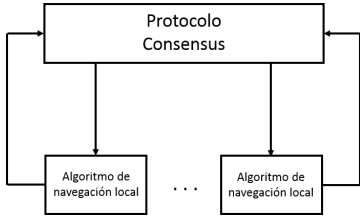


Fig. 1: Estructura de enfoque de consenso basado en navegación distribuida.

### III. MODELO MATEMÁTICO DEL CUADRIRROTOR

El cuadrirrotor tiene seis grados de libertad, tres son traslacionales y tres son rotacionales, y solo cuenta con cuatro entradas de control; por lo que claramente este sistema es subactuado. El control de las variables de estado físicas del sistema, debe considerar que las dinámicas de orientación y traslación están acopladas.

#### III-A. Modelo cinemático

Las ecuaciones de movimiento para un grupo de  $N$  VANTs de tipo cuadrirrotor, considerados como agentes, son obtenidos utilizando el enfoque de Newton-Euler. Se define el marco inercial  $\mathcal{I}_k = \{x_{\mathcal{I}_k}, y_{\mathcal{I}_k}, z_{\mathcal{I}_k}\}$  que representa la referencia de tierra con el vector de gravedad apuntando en

dirección del eje  $z_{\mathcal{I}_k}$  positivo. Este marco inercial es basado en el sistema ortogonal de la mano derecha definido como marco NED (North-East-Down) con  $x_{\mathcal{I}_k}$  señalando al norte,  $y_{\mathcal{I}_k}$  señalando hacia el este y  $z_{\mathcal{I}_k}$  señalando hacia el centro de la tierra. El marco del cuerpo  $\mathcal{B}_k = \{x_{\mathcal{B}_k}, y_{\mathcal{B}_k}, z_{\mathcal{B}_k}\}$  se ubica en el centro de gravedad (CG) y se fija con la orientación del cuadrirrotor, con los ejes de los rotores apuntando en la dirección positiva del eje  $z_{\mathcal{B}_k}$ , mientras que los brazos del cuadrirrotor apuntan en dirección de los ejes  $x_{\mathcal{B}_k}$  e  $y_{\mathcal{B}_k}$ , respectivamente.  $e_{1k}, e_{2k}$ , y  $e_{3k}$  son vectores unitarios de la base canónica de  $\mathbb{R}^3$  para  $k = 1, \dots, N$  cuadrirrotores, ver Fig. 2.  $\eta_k = [\phi_k, \theta_k, \psi_k]^\top$  es el vector de orientación

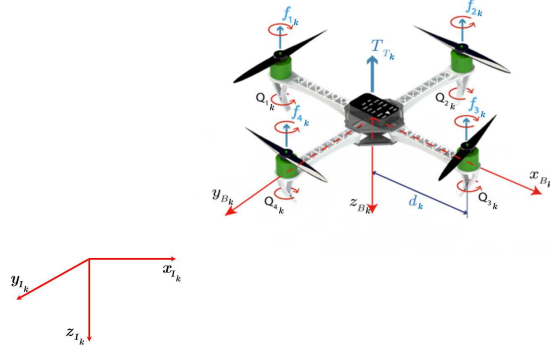


Fig. 2: Marcos de referencia del cuadrirrotor.

asignado en el marco  $\mathcal{I}_k$ ,  $\Omega_k = [p_k, q_k, r_k]^\top$ , es el vector de velocidad angular asignado en el marco  $\mathcal{B}_k$ . La matriz de transformación  $E(\eta)$  conocida como la matriz de Euler, es utilizada para obtener la siguiente relación, [1], [17],

$$\dot{\eta}_k = E_k(\eta)\Omega_k \quad (1)$$

La matriz de Euler puede ser expresada de la siguiente forma

$$E_k(\eta) = \begin{bmatrix} 1 & s_{\theta_k}(s_{\phi_k}/c_{\theta_k}) & s_{\theta_k}(c_{\phi_k}/c_{\theta_k}) \\ 0 & c_{\phi_k} & -s_{\phi_k} \\ 0 & s_{\phi_k}/c_{\theta_k} & c_{\phi_k}/c_{\theta_k} \end{bmatrix}$$

La matriz que representa la orientación del vehículo cuadrirrotor es la matriz de rotación ortogonal  $R_k \in SO(3)$  :  $\mathcal{B}_k \rightarrow \mathcal{I}_k$ , [17],

$$R_k = \begin{pmatrix} c_{\theta_k}c_{\psi_k} & s_{\theta_k}s_{\theta_k}c_{\psi_k} - c_{\phi_k}s_{\psi_k} & c_{\phi_k}s_{\theta_k}c_{\psi_k} + s_{\phi_k}s_{\psi_k} \\ c_{\theta_k}s_{\psi_k} & s_{\phi_k}s_{\theta_k}s_{\psi_k} + c_{\phi_k}c_{\psi_k} & c_{\phi_k}s_{\theta_k}s_{\psi_k} - s_{\phi_k}c_{\psi_k} \\ -s_{\theta_k} & s_{\phi_k}c_{\theta_k} & c_{\phi_k}c_{\theta_k} \end{pmatrix} \quad (2)$$

#### III-B. Modelo dinámico

El empuje total para la sustentación del vehículo aéreo ( $T_{T_k}$ ) es la suma de los empujes producidos por cada rotor individual para el  $k$ -ésimo vehículo

$$T_{T_k} = \sum_{i=1}^4 T_{i_k} = c_{T_k} \sum_{i=1}^4 \omega_{i_k}^2 \quad (3)$$

donde  $c_{T_k} > 0$  es el coeficiente aerodinámico de la hélice, que puede ser determinado mediante pruebas de la medición del empuje en régimen estacionario.

El vector de fuerza exógena  $F_k = [F_{X_k}, F_{Y_k}, F_{Z_k}]^\top$  en  $\mathcal{I}_k$ , se obtiene a partir de

$$F_k = R_k T_{T_k} \quad (4)$$

El vector  $U_k = [u_{\phi_k}, u_{\theta_k}, u_{\psi_k}]^\top$  representa los torques que actúan sobre el CG del vehículo aéreo. Si asignan los rotores  $m_{1_k}$  y  $m_{3_k}$  paralelos al eje  $X_k$ , y los rotores  $m_{2_k}$  y  $m_{4_k}$  paralelos al eje  $Y_k$ , tal que  $d_k$  es la distancia del CG del vehículo con respecto al eje de rotación de los rotores, entonces  $u_{\phi_k} = d_k(f_{2_k} - f_{4_k})$  y  $u_{\theta_k} = d_k(f_{3_k} - f_{1_k})$ . Considerando que el torque reactivo producido por la hélice de cada rotor del cuadrirrotor se expresa como  $Q_{i_k} = c_{Q_k} \omega_{i_k}^2$   $i = 1, \dots, 4$ , donde  $c_{Q_k}$  es el coeficiente de resistencia la hélice del rotor. El torque de guiñada  $u_{\psi_k}$  se debe asignar la dirección de giro en sentido contrario para cada par de rotores. Por lo tanto los torques aplicados al CG del cuadrirrotor se agrupan como sigue

$$\begin{bmatrix} u_{\phi_k} \\ u_{\theta_k} \\ u_{\psi_k} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d_k c_{T_k} (\omega_{2_k}^2 - \omega_{4_k}^2) \\ d_k c_{T_k} (\omega_{3_k}^2 - \omega_{1_k}^2) \\ c_{Q_k} (\omega_{1_k}^2 - \omega_{2_k}^2 + \omega_{3_k}^2 - \omega_{4_k}^2) \end{bmatrix} \quad (5)$$

Aplicando la segunda ley de movimiento de Newton en el CG de la estructura del vehículo se obtiene la ecuación de movimiento traslacional para el  $k$ -ésimo cuadrirrotor donde  $\xi_k = [x_k, y_k, z_k]^\top$  es el vector de posición,  $v_k = [u_k, v_k, w_k]^\top$  es el vector de velocidad traslacional, tal que  $v_k = \dot{\xi}_k$ , ambos asignados en el marco  $\mathcal{I}_k$  para el  $k$ -ésimo vehículo.

$$m_k \dot{v}_k = m_k g e_{3_k} + F_k \quad (6)$$

donde  $g$  es la constante de aceleración de la gravedad, y  $m_k$  la masa del  $k$ -ésimo cuadrirrotor.

La dinámica de orientación de un cuerpo rígido, se puede obtener mediante la representación de Euler en forma vectorial

$$J_k \dot{\Omega}_k + \Omega_k \times (J_k \Omega_k) = U_k \quad (7)$$

donde  $J_k$  es la matriz de momentos de inercia y esta definida como

$$J_k = \begin{bmatrix} J_{xx_k} & 0 & 0 \\ 0 & J_{yy_k} & 0 \\ 0 & 0 & J_{zz_k} \end{bmatrix} \quad (8)$$

expresando de forma desarrollada las ecuaciones de movimiento rotacional en  $\mathcal{B}_k$  for  $N$  cuadrirrotores.

$$\dot{\Omega}_k = - \begin{bmatrix} \left( \frac{J_{yy_k} - J_{zz_k}}{J_{xx_k}} \right) q_k r_k \\ \left( \frac{J_{zz_k} - J_{xx_k}}{J_{yy_k}} \right) p_k r_k \\ \left( \frac{J_{xx_k} - J_{yy_k}}{J_{zz_k}} \right) p_k q_k \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \left( \frac{1}{J_{xx_k}} \right) u_{\phi_k} \\ \left( \frac{1}{J_{yy_k}} \right) u_{\theta_k} \\ \left( \frac{1}{J_{zz_k}} \right) u_{\psi_k} \end{bmatrix} \quad (9)$$

Considerando el siguiente vector de estados  $\zeta_k = [\xi_k^\top, v_k^\top, \eta_k^\top, \Omega_k^\top]^\top$  se obtiene la ecuación de estado

vectorial para el vehículo cuadrirrotor, [3], [16], [8].

$$\dot{\zeta}_k = \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \xi_k \\ v_k \\ \eta_k \\ \Omega_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_k \\ -g e_{3_k} + \frac{1}{m_k} F_k \\ E_k(\eta) \Omega_k \\ J_k^{-1} (-\Omega_k \times J_k \Omega_k + U_k) \end{bmatrix} \quad (10)$$

#### IV. SISTEMA DE CONTROL DEL CUADRIRROTOR

##### IV-A. Control de orientación y de altitud

En la formulación del problema de control de orientación, se considera el vector de la orientación deseada  $\eta_{d_k}$ , tal que  $\tilde{\eta}_k = \eta_{d_k} - \eta_k$  donde  $\tilde{\eta}_k$  representa el error de orientación. El problema de control consiste rigurosamente en la propuesta de un vector de control  $U_k(t)$  tal que  $\lim_{t \rightarrow \infty} \tilde{\eta}_k = 0$ . Para el control de orientación del cuadrirrotor se propone un controlador lineal PD. En primera instancia se desea estabilizar el cuadrirrotor con un vector de orientación horizontal, de tal forma  $\eta_{d_k} = 0$ . El vector de los torques aplicados al CG del cuadrirrotor esta relacionado con el vector de la aceleración angular, tal que  $U_k = J_k \ddot{\eta}_k$ , por lo que se puede argumentar que el vector de torque es la ley de control. Tomando en cuenta la definición establecida en el vector (5), los torques externos se puede expresar como

$$U_k = \begin{bmatrix} u_{\phi_k} \\ u_{\theta_k} \\ u_{\psi_k} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (k_{p,\phi_k} \tilde{\phi}_k + k_{d,\phi_k} \dot{\tilde{\phi}}_k) J_{xx_k} \\ (k_{p,\theta_k} \tilde{\theta}_k + k_{d,\theta_k} \dot{\tilde{\theta}}_k) J_{yy_k} \\ (k_{p,\psi_k} \tilde{\psi}_k + k_{d,\psi_k} \dot{\tilde{\psi}}_k) J_{zz_k} \end{bmatrix} \quad (11)$$

entonces el vector  $U_k$  representa la ley de control PD de orientación del  $k$ -ésimo cuadrirrotor.

Considerando que el de empuje  $T_{\sum_k}$  no siempre esta en dirección de  $e_{3_k}$ , debe de calcular la componente  $F_{z_k}$  en terminos del ángulo  $\phi_k$  y del ángulo  $\theta_k$  tal que  $F_{z_k} = \frac{m_k g}{C_{\phi_k} C_{\theta_k}}$ . Por lo que se propone la dinámica de la fuerza externa de empuje ascendente como

$$F_{z_k} = \frac{m_k}{C_{\phi_k} C_{\theta_k}} (g + u_{z_k}) \quad (12)$$

donde  $u_{z_k}$  representa una ley de control PD para regular la variable de altitud  $z_k$ , expresada por

$$u_{z_k} = k_{p,z_k} \tilde{z}_k + k_{d,z_k} \dot{\tilde{z}}_k \quad (13)$$

donde  $\tilde{z}_k = z_{d_k} - z_k$  representa el error de posición traslacional en  $e_{3_k}$ . Entonces a partir del vector de torques en (5), se obtienen las velocidades de consigna de los rotores del cuadrirrotor

$$\begin{aligned} \omega_{d1_k}^2 &= \frac{F_{z_k}}{4c_{T_k}} - \frac{u_{\theta_k}}{2c_{T_k} d_k} - \frac{u_{\psi_k}}{4c_{Q_k}} \\ \omega_{d2_k}^2 &= \frac{F_{z_k}}{4c_{T_k}} - \frac{u_{\phi_k}}{2c_{T_k} d_k} + \frac{u_{\psi_k}}{4c_{Q_k}} \\ \omega_{d3_k}^2 &= \frac{F_{z_k}}{4c_{T_k}} + \frac{u_{\theta_k}}{2c_{T_k} d_k} - \frac{u_{\psi_k}}{4c_{Q_k}} \\ \omega_{d4_k}^2 &= \frac{F_{z_k}}{4c_{T_k}} + \frac{u_{\phi_k}}{2c_{T_k} d_k} + \frac{u_{\psi_k}}{4c_{Q_k}} \end{aligned} \quad (14)$$

#### IV-B. Control de navegación

En el control de vuelo del cuadricóptero se integra el control de orientación, de tal forma que las consignas deseadas del vector de orientación  $\eta_{d_k}$  se calculan a partir de los errores generados por el controlador de la posición traslacional (control de navegación), tomando en cuenta una matriz de rotación de referencia  $R_k(\psi_k) \in SO(2)$ . Para el control de posición traslacional en el plano  $X - Y$  se propone el controlador de tipo PD expresado por

$$\begin{bmatrix} u_{X_k} \\ u_{Y_k} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{p,X_k}(x_{d_k} - x_k) + K_{d,X_k}(\dot{x}_{d_k} - \dot{x}_k) \\ K_{p,Y_k}(y_{d_k} - y_k) + K_{d,Y_k}(\dot{y}_{d_k} - \dot{y}_k) \end{bmatrix} \quad (15)$$

donde  $x_{d_k}$  e  $y_{d_k}$  representan las posiciones deseadas en  $e_{1_k}$  y  $e_{2_k}$ , respectivamente. Las variables del control de traslación son utilizadas para generar las consignas de los ángulos deseados  $\theta_{d_k}$  y  $\phi_{d_k}$ , tal que

$$\begin{bmatrix} \phi_{d_k} \\ \theta_{d_k} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{\psi_k} & -s_{\psi_k} \\ s_{\psi_k} & c_{\psi_k} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{X_k} \\ u_{Y_k} \end{bmatrix} \quad (16)$$

donde

$$R_k(\psi_k) = \begin{bmatrix} c_{\psi_k} & s_{\psi_k} \\ -s_{\psi_k} & c_{\psi_k} \end{bmatrix} \quad (17)$$

logrando de esta forma el control de navegación del  $k$ -ésimo cuadricóptero en el plano  $XY$ .

#### V. PROTOCOLO DE CONTROL DE FORMACIÓN

El objetivo del control cooperativo es tener múltiples agentes autónomos trabajando eficientemente para lograr un comportamiento grupal deseado, y esto se logra solo si los agentes mantienen su trayectoria preplaneada y a la vez mantienen la formación dada por un patrón prefijado o deseado. Los movimientos coordinados de una formación de agentes presentan grandes ventajas tanto de eficiencia computacional como de diseño de algoritmos matemáticos, todo esto con respecto a los movimientos no coordinados de un grupo de agentes.

##### V-A. Protocolo tipo Líder-Seguidor

En este método existe un agente Líder y el resto es un grupo de agentes seguidores. En este caso, el agente Líder es autónomo, esto quiere decir que su desplazamiento no depende de otro agente, mientras que los agentes seguidores persiguen o tratan de imitar los desplazamientos del agente Líder. El método de formación elegido para este trabajo es de tipo Líder-Seguidor, ya que se pretende que un grupo de agentes seguidores reproduzca el comportamiento generado por un agente Líder, que en este caso será un Líder virtual.

##### V-B. Algoritmo consensus

El algoritmo consensus esta clasificado como una parte del área del control cooperativo en sistemas multi-agentes; es de gran importancia debido a que se puede utilizar con el control de formación de un grupo de agentes. En este trabajo, el concepto de consensus se puede interpretar como un grupo de agentes que alcanzan un valor común, donde cada agente del grupo interactúa con sus agentes vecinos más cercanos, ya sea por sentido o por una red de telecomunicación.

El algoritmo consensus puede ser aplicado a dinámicas de primer orden, segundo orden y orden superior. En este caso la dinámica de cada agente es expresada en la forma de la segunda ley de Newton, por lo que se puede considerar la ecuación de estado de un sistema de orden superior para modelar las dinámicas idénticas de los nodos del sistema multi-agentes.

En este trabajo, se considera el problema de seguimiento cooperativo de sistemas multi-agentes con  $N$  seguidores de dinámica idéntica y un agente Líder virtual.

**Suposición 1.** El grafo  $\mathcal{G}$  es de tipo árbol ramificado (spanning tree) y el nodo raíz es el agente Líder; es decir, que existen caminos dirigidos del agente Líder a cada agente Seguidor.

La dinámica del  $i$ -ésimo agente Seguidor es descrita por

$$\dot{\zeta}_i(t) = A\zeta_i(t) + Bu_i(t) \quad (18)$$

donde  $\zeta_i \in \mathbb{R}^{1 \times n}$  es el vector de estado,  $u_i \in \mathbb{R}^{1 \times m}$  es la entrada de control, e  $i = 1, 2, \dots, N$  es el número de agente Seguidor.

La dinámica del agente Líder se asigna con el nodo cero, y es expresada como

$$\dot{\zeta}_0(t) = A\zeta_0(t) \quad (19)$$

donde  $\zeta_0 \in \mathbb{R}^{1 \times n}$  es el vector de estados. El agente Líder es un sistema autónomo, el cual no es afectado por ningún agente Seguidor, de esta forma el agente Líder genera de forma individual sus propios movimientos o trayectorias.

**Suposición 2.** El par  $A, B$  son matrices constantes con dimensiones compatibles.

El objetivo del seguimiento cooperativo es diseñar controladores de forma local distribuida para todos los agentes seguidores.

$$\lim_{t \rightarrow \infty} (\zeta_i(t) - \zeta_0(t)) = 0, \forall i \in N$$

Los estados de los agentes sincronizan con el estado del agente Líder.

##### V-C. Protocolo formación consensus

Se define el error de seguimiento del agente  $i$  como

$$\varepsilon_i = \sum_{j \in N} a_{ij}((\zeta_i - h_i) - (\zeta_j - h_j)) + d_i((\zeta_i - h_i) - \zeta_0) \quad (20)$$

donde  $a_{ij}$  representa el  $(i, j)$ -ésimo coeficiente de la matriz de adyacencia,  $d_i$  es el vector que indica las conexiones entre el agente Líder y los agentes seguidores.

Para el seguimiento cooperativo se tiene la siguiente ley de control

$$u_i = K\varepsilon_i \quad (21)$$

donde  $K \in \mathbb{R}^{m \times n}$ , es la matriz de ganancias de realimentación, y  $h_i$  es el vector constante de la formación deseada.

#### V-D. Grafo del protocolo

Como se mencionó anteriormente, se considera al Líder de la formación como una agente virtual, esto quiere decir que solo se tiene acceso a su vector de estados, y los agentes seguidores serán cuatro vehículos aéreos de tipo cuadrrrotor. Para realizar la simulación del algoritmo de formación consensus, se utiliza el modelo no lineal del cuadrrrotor mencionado anteriormente. La topología del grafo que se considera para la comunicación entre los agentes del grupo es de tipo árbol ramificado, donde el agente Líder es la rama principal, como se indica en la suposición 1. En Fig. 3 se muestra el diagrama ilustrativo con la topología de comunicación utilizada para implementar el algoritmo de formación consensus lineal.

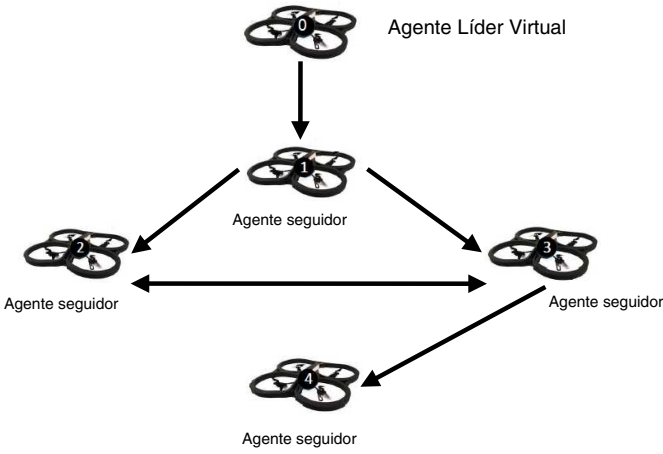


Fig. 3: Grafo dirigido con VANTs.

#### V-E. Trayectoria del agente Líder virtual

En este caso la trayectoria deseada en el espacio aéreo es asignada en el plano formado por los ejes  $X - Y$ , considerando que la altura dada por el eje  $Z$  y el ángulo de guiñada  $\psi$  del vehículo aéreo cuadrrrotor son constantes. La trayectoria cerrada prefijada para el agente Líder virtual consiste en una curva de lissajous descrita por la ecuación (22), sumandose a esta ecuación las posiciones de desplazamiento correspondientes para realizar una formación en rombo o diamante.

$$\zeta_0(t) = \begin{pmatrix} \zeta_{0,1}(t) \\ \zeta_{0,2}(t) \\ \zeta_{0,3}(t) \\ \zeta_{0,4}(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r \sin(\omega t) + 2l \\ \omega r \cos(\omega t) \\ r \cos(2\omega t) \\ 2\omega r \cos(2\omega t) \end{pmatrix} \quad (22)$$

donde  $r$  es el radio de la curva, y  $l$  es la posición del desplazamiento asignada al agente Líder virtual, y  $\omega$  es la frecuencia angular del seguimiento de la formación.

#### V-F. Formación geométrica de rombo o diamante

En la implementación de la formación que deberán mantener los agentes seguidores con respecto a los movimientos del agente Líder virtual, nosotros hemos especificado los desplazamientos para cada agente a partir de la ecuación de formación  $h_i(t)$ , donde se observa el

uso de una función sinusoidal, la cual facilita la asignación de la posición prefijada en la formación para el  $i$ -ésimo agente  $h_i(t) = [h_{ipx}(t), h_{ivx}(t), h_{ipy}(t), h_{ivy}(t)]^T = \left[ l \cos\left(\frac{2\pi(i-1)}{4}\right), \omega r \cos(\omega t), l \sin\left(\frac{2\pi(i-1)}{4}\right), 2\omega r \cos(2\omega t) \right]^T$ .

#### V-G. Simulación de la formación Líder-Seguidor

Para realizar la simulación del protocolo consensus Líder-Seguidor se utiliza en modelo no lineal del cuadrrrotor descrito en la sección 3. A continuación se muestran los vectores de la condición inicial de estado para los cuatro VANTs del sistema multi-agente.

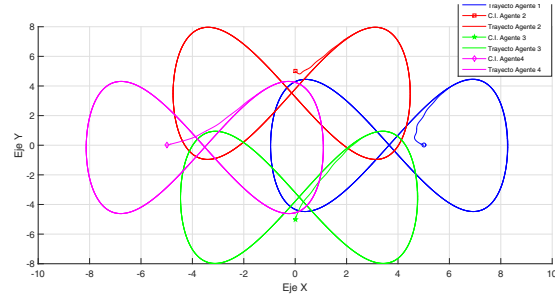


Fig. 4: Seguimiento de trayectorias de la formación.

$$\begin{aligned} \zeta_1^0 &= [\zeta_{1px}^0, \zeta_{1vx}^0, \zeta_{1py}^0, \zeta_{1vy}^0] = [5, 0, 0, 0] \\ \zeta_2^0 &= [\zeta_{2px}^0, \zeta_{2vx}^0, \zeta_{2py}^0, \zeta_{2vy}^0] = [0, 0, 5, 0] \\ \zeta_3^0 &= [\zeta_{3px}^0, \zeta_{3vx}^0, \zeta_{3py}^0, \zeta_{3vy}^0] = [0, 0, -5, 0] \\ \zeta_4^0 &= [\zeta_{4px}^0, \zeta_{4vx}^0, \zeta_{4py}^0, \zeta_{4vy}^0] = [-5, 0, 0, 0] \end{aligned}$$

Las ganancias obtenidas para el protocolo de formación consensus Líder-Seguidor, fueron sintonizadas en base a un modelo linealizado de la dinámica traslacional del cuadrrrotor, el cual se reproduce la dinámica lineal de cada agente del sistema global.

$$\begin{aligned} K_X &= [K_{X_1}, K_{X_2}] = [-0,3416, -0,7330] \\ K_Y &= [K_{Y_1}, K_{Y_2}] = [-0,3416, -0,7330] \end{aligned}$$

En Fig. 4 se muestra el seguimiento de trayectorias de la curva de lissajous prefijada por el agente Líder virtual del grupo, mientras que cada agente manteniendo la formación de rombo o diamante prefijada en el algoritmo consensus. En la Fig. 5 y la Fig. 6 se muestra la respuesta transitoria para cada uno de los ejes del plano  $XY$ .

Un video de la simulación del algoritmo de vuelo en formación propuesto en este trabajo puede encontrarse en el siguiente enlace: <https://youtu.be/ijjt-DUBZ90>.

Un experimento en tiempo real de dos cuadrrrotores en vuelo en formación basado en el enfoque de consensus puede ser visto en: <https://youtu.be/5TEDJJ-aAXw>.

## VI. CONCLUSIONES

En este trabajo se presenta un protocolo de control de formación Líder-Seguidor mediante el enfoque consensus el cual se obtiene el seguimiento de trayectorias en el plano  $XY$ , para un sistema multi-agente formado por un grupo

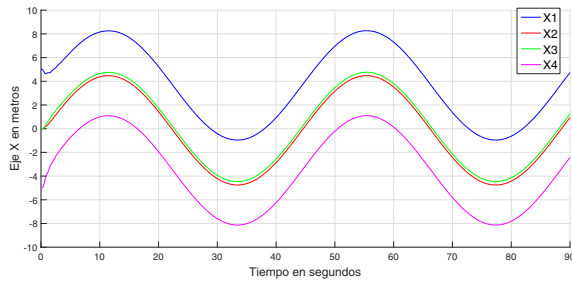


Fig. 5: Respuesta de consenso en el eje  $X$ .

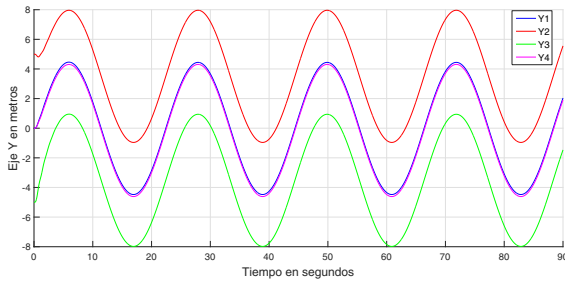


Fig. 6: Respuesta de consenso en el eje  $Y$ .

de cuatro vehículos aéreos de tipo cuadricóptero. Los resultados de simulación fueron obtenidos utilizando un modelo no lineal para cada vehículo, y muestran las trayectorias manteniendo una formación prefijada en rombo o diamante, mientras que esta formación realiza el seguimiento de una trayectoria preasignada por una curva cerrada de Lissajous. En efecto cada agente Seguidor reproduce la trayectoria generada por el agente Líder virtual manteniendo una cierta desviación, la cual es aceptable debido a las no linealidades de alto orden del modelo.

#### AGRADECIMIENTOS

Este trabajo fue parcialmente apoyado por el Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT) con el proyecto “Apoyo al Fortalecimiento y Desarrollo de la Infraestructura Científica y Tecnológica-204363”, por la cátedra CONACYT No. 598 y por los proyectos TecNM 6322.17-P y 6104.17-P.

#### REFERENCIAS

- [1] A. Abdessameud and A. Tayebi, *Motion Coordination for VTOL Unmanned Aerial Vehicles: Attitude Synchronisation and Formation Control*, Springer-Verlag London 2013.
- [2] R. Chapa-García, M. Jimenez-Lizarraga, O. García and T. Espinoza-Fraire, “Formation flight of fixed-wing UAVs based on linear quadratic affine game”, 2016 International Conference on Unmanned Aircraft Systems (ICUAS), Arlington, VA USA, June 2016
- [3] A. G. Escobar, H. Alazki, J. E. Valenzuela and O. García, “Embedded Super Twisting Control for the Attitude of a Quadrotor”, IEEE Latin America Transactions, Vol. 14, No. 9, September 2016.
- [4] F. L. Lewis, H. Zhang, K. Hengster-Movric, and A. Das, *Cooperative Control of Multi-Agent Systems: Optimal and Adaptive Design Approaches*, Springer-Verlag London 2014.
- [5] Z. Li and Z. Duan, *Cooperative Control of Multi-agent Systems: A Consensus Region Approach*, CRC Press, 2014.
- [6] M. Turpin, N. Michel, and V. Kumar, “Trajectory design and control for aggressive formation flight with quadrotors”, Autonomous Robots, vol. 33, no. 1, pp. 143-156, 2012.

- [7] R. Tron, J. Thomas, G. Loianno, K. Daniilidis and V. Kumar, “A Distributed Optimization Framework for Localization and Formation Control: Applications to Vision-Based Measurements”, IEEE Control Systems, vol. 36, no. 4, pp. 22-44, Aug. 2016.
- [8] R. Lozano, *Unmanned Aerial Vehicles Embedded Control*, John Wiley-ISTE Ltd, USA, 2010.
- [9] E. Montijano, E. Cristofalo, D. Zhou, M. Schwager and C. Sagües, “Vision-Based Distributed Formation Control Without an External Positioning System”, IEEE Transactions on Robotics, vol. 32, no. 2, pp. 339-351, April 2016.
- [10] D. I. Montufar, F. Muñoz, E.S. Espinoza, O. García and S. Salazar, “Multi-UAV Testbed for Aerial Manipulation Applications”, IEEE International Conference on Unmanned Aircraft Systems (ICUAS 2014), 2014.
- [11] F. Muñoz Palacios, E. S. Espinoza Quesada, Guillaume Sanahuja, Sergio Salazar, O. García Salazar, and L. R. García Carrillo, “Test bed for applications of heterogeneous unmanned vehicles”, International Journal of Advanced Robotic Systems, SAGE Publications, Vol.1, Num. 14, January-February 2017.
- [12] F. Muñoz, E. S. Espinoza Quesada, Hung M. La, S. Salazar, S. Commuri and L. R. García Carrillo, “Adaptive consensus algorithms for real-time operation of multi-agent systems affected by switching network events”, International Journal of Robust and Nonlinear Control, 2016.
- [13] W. Ren *Consensus strategies for cooperative control of vehicle formations*, IET Control Theory Appl., Vol. 1, No. 2, March 2007.
- [14] W. Ren and R. W. Beard, *Distributed consensus in multi-vehicle cooperative control: Theory and Applications*, Springer-Verlag London 2008.
- [15] W. Ren, R. W. Beard and E. M. Atkins, “Information consensus in multivehicle cooperative control”, IEEE Control systems magazine, vol. 27, no. 2, pp. 71-82, 2007.
- [16] A. Sanchez, V. Parra-Vega, C. Izaguirre and O. García, “Position-Yaw Tracking of Quadrotors”, Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control, ASME, Vol. 137, June 2015.
- [17] R. F. Stengel, *Flight Dynamics*, Princeton University Press, USA, 2004.