Diagnóstico de Fallas en Husillos usando la Transformada Rápida de Fourier^{*}

Oscar Tamayo Pazos, Diana Hernández-Alcantara* Antonio Jr Vallejo Guevara, David Ibarra Zarate* Ruben Morales-Menendez*

* Tecnológico de Monterrey, School of Engineering and Sciences Monterrey NL, México, {A01370447, dianahalc, avallejo, david.ibarra, rmm}@itesm.mx

Abstract: El monitoreo de la condición de una máquina es indispensable en los centros de maquinado para controlar la calidad del producto y administrar su mantenimiento. La calidad y la eficiencia dependen de las condiciones del husillo. Esta condición puede monitorearse con métodos basados en la *Transformada Rápida de Fourier*, *Transformada Corta de Fourier* y *Pre-blanqueamiento del Cepstrum*; con los cuales se pueden detectar fallas en los rodamientos del husillo a partir de señales de vibración, aun contaminadas de ruido. La propuesta, validada con datos industriales, permite la detección de fallas en el elemento rodante, en la pista interna o en la pista externa de los rodamientos con buena precisión.

Keywords: Diagnóstico Fallas, Vibraciones, Husillos, Transformada Rápida de Fourier

1. INTRODUCCIÓN

En las industrias manufactureras que cuentan con centros de mecanizado, la confiabilidad es muy importante, no es suficiente lograr una alta disponibilidad, sino también mínimizar la probabilidad de falla en las máquinas críticas, es decir, lograr una alta confiabilidad.

Las consecuencias de una falla pueden ir desde la pérdida de producción, horas-hombre de operación infructíferas, hasta la degradación y daño de las propias máquinas. Una gran disponibilidad no implica una gran confiabilidad, pero una gran confiabilidad sí involucra una buena disponibilidad y seguridad.

Teniendo en cuenta que la calidad de las piezas de los centros de mecanizado depende de su precisión dimensional, y ésta a su vez, no solo depende de la máquina herramienta, sino también de la condición del husillo.

Un sistema de monitoreo del husillo en tiempo real, además del reconocimiento temprano de las fallas, reduciría notablemente el número de piezas defectuosas y el posible tiempo de paro.

Existen dos grandes tipos de sistemas de monitoreo de husillos: los sistemas que miden con contacto físico y los que no. Los acelerómetros son un ejemplo del primer tipo, los sistemas ópticos y acústicos son ejemplos del segundo tipo.

Se presentará un análisis de las señales de vibración de rodamientos de un husillo usando algoritmos basados en la Transformada Rápida de Fourier (FFT, Fast Fourier Transform), Transformada Corta de Fourier (STFT, Short Time Fourier Transform) y Cepstrum para detección/diagnóstico de fallas. La Tabla 1 resume los acrónimos utilizados.

La FFT es uno de los métodos de análisis de frecuencia más utilizado en el diagnóstico de fallas en equipos rotativos, por su capacidad de analizar señales transitorias y obtener información en el dominio de la frecuencia. Estas señales son generalmente vibraciones o emisiones acústicas las cuales encubren las fallas de la máquina. La FFT se basa en la Transformada Discreta de Fourier (DFT, Discrete Fourier Transform), siendo FFT una versión más eficiente de DFT. Esta versión de la DFTcuando la señal es discreta y finita, corresponde a las series de Fourier en que la transformada directa se divide por la longitud de la señal N para proporcionar componentes de la serie de Fourier correctamente escalados. Si se usa DFT en señales transitorias o estacionarias aleatorias, se debe ajustar el escalamiento siguiendo el criterio de Nyquist, Randall (2011).

Otro enfoque para analizar señales de vibración y/o de emisión acústica es la Transformada de Tiempo Corto de Fourier (STFT, Short Time Fourier Transform), la cual es ampliamente utilizada debido a su capacidad para analizar señales no estacionarias, Li (2002). Tradicionalmente, se utilizan las distribuciones tiempo-frecuencia para revelar los patrones de falla de rodamientos, que representan la energía de las señales en las funciones bidimensionales de tiempo y frecuencia. La STFT es una de las distribuciones de tiempo-frecuencia más populares. La idea básica es dividir la señal en segmentos con una ventana de tiempo corto, y luego aplicar FFT a cada segmento. La STFT de una señal es:

$$X_{STFT}(w) = \sum_{n=0}^{\infty} x(n)h(n-mR)e^{-jwn}$$
(1)

^{*} Los autores agradecen al *Tecnológico de Monterrey* y CONACyT por su apoyo parcial.

donde x(n) es la señal discreta de vibración, h(n-mR)es la ventana de tiempo corto y mR es el traslape entre ventanas. Entre las ventanas existentes, la más utilizada es la ventana *Hanning*, la cual considera un translape del 50%. Esta ventana tiene una mejor precisión en la estimación de frecuencia en comparación con otras ventanas, como la *rectángular*, Yan et al. (2011). Sin embargo, hay una desventaja inherente en el análisis STFT, la compensación entre resoluciones de tiempo y frecuencia, es decir, cuanto mayor es la resolución de frecuencia, menor es la resolución de tiempo y viceversa, Gu et al. (2002). A diferencia de la FFT, la STFTpuede usarse para el análisis de señales no estacionarias, como son señales de maquinado, donde la velocidad y el esfuerzo del husillo varían respecto al tiempo.

El Pre-Blanqueamiento del Cepstrum (CPW, Cepstrum Pre-Whitening), es una técnica de preprocesamiento de la señal. Los equipos de mecanizado están expuestos a diferentes fuentes de vibración, las cuales pueden enmascarar el efecto de las fallas. El CPW hace uso del Cepstrum para resaltar los efectos de las fallas en rodamientos, eliminando armónicos y bandas laterales de componentes no deseados, Barbini et al. (2016). El Cepstrum contiene información sobre la razón de cambio de los componentes del espectro en frecuencia, de manera que una serie de componentes separados a una distancia constante en el espectro se observa como un pico en el Cepstrum al periodo de la frecuencia base. Estos picos pueden ser eliminados usando un *lifter* (i.e un filtro que opera en el dominio Cepstal). En la técnica CPW, el Cepstrum es usado para remover los componentes no deseados y resonancias, lo cual se hace estableciendo el Cepstrum real como referencia del espectro. La señal resultante es una señal con un espectro plano de magnitud unitaria. Puede ser implementado, Borghesani et al. (2013), así:

$$x_{CPW} = \mathcal{F}^{-1} \left\{ \frac{\mathcal{F}(x)}{|\mathcal{F}(x)|} \right\}$$
(2)

donde $\mathcal{F}(x)$ es la transformada de Fourier de la señal. Las fallas en los rodamientos provocan señales cicloestacionarias las cuales no son estrictamente periódicas, por lo que no son afectadas por el algoritmo del CPW; por esta razón, puede usarse para *limpiar* la señal original y resaltar el efecto de las fallas en rodamientos.

Este artículo está organizado como se indica. En la sección 2 se describe el problema y en la sección 3 se presenta una revisión bibliográfica de los trabajos más importantes usando FFT. La sección 4 ejemplifica los algoritmos usando datos experimentales y la sección 5 presenta las conclusiones del trabajo.

2. DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA

La relación entre las señales de vibración y el estado de una maquina muestra un efecto negativo proporcional a la amplitud de la vibración, por lo que el monitoreo de la vibración es un buen indicador. Analizar las señales de vibración con técnicas como la FFT permite buscar relaciones claras.

El análisis de señales de vibración en centros de mecanizado debe enfocarse en defectos críticos. Dentro de los

Tabla 1. Definición de Acrónimos

Acrónimo	Descripción
BPFI	Frecuencia de falla en la pista interna
BPFO	Frecuencia de falla en la pista externa
BSF	Frecuencia de falla en el elemento rodante
CPW	Pre-blanqueamiento del Cepstrum
DFT	Transformada Discreta de Fourier
FFT	Transformada Rápida de Fourier
IR	Pista interna (Inner Race)
OR	Pista Externa (Outer Race)
RE	Elemento Rodante (Rolling Element)
STFT	Transformada Corta de Fourier
TR	Banco de pruebas
UB	Desbalance

elementos principales de un husillo están los rodamientos y el eje, de ellos depende la transmisión de movimiento del motor a la herramienta de corte, por lo cual están sujetos a cargas contínuas. Cuando aparece un defecto en ellos, el proceso de corte se afecta, así como los demás componentes y por ende la calidad del maquinado.

Los defectos típicos de un husillo son, Mais (2002): (1) el desalineamiento se genera cuando los ejes, coples y rodamientos no están alineados adecuadamente; esto genera un problema de acoplamiento haciendo que los rodamientos tengan mayor carga fuera de especificación, originando fatiga, (2) el desbalance se ocasiona cuando el centro de masa del eje no coincide con su centro geométrico, normalmente por un inadecuado montaje, (3) el eje doblado es por un excesivo torque, (4) la holgura mecánica se da cuando los componentes están sueltos/desprendidos generando otros daños y (5) la fatiga en rodamientos es la principal causa de paro.

Las fallas en los rodamientos producen impactos periódicos, los cuales son caracterizados por las frecuencias: en la pista externa BPFO, en la pista interna BPFI, y de giro BSF. Las frecuencias de fallas se calculan mediante relaciones cinemáticas:

$$BPFO = \frac{nf_r}{2} \left(1 - \frac{d}{D} \cos(\alpha) \right) \tag{3}$$

$$BPFI = \frac{nf_r}{2} \left(1 + \frac{d}{D} \cos(\alpha) \right) \tag{4}$$

$$BSF = \frac{Df_r}{2d} \left(1 - \left[\frac{d}{D} \cos(\alpha) \right]^2 \right) \tag{5}$$

donde *n* es el número de elementos rodantes, f_r es la velocidad de rotación de la flecha, *d* es el diámetro de los elementos rodantes, *D* es el diámetro de paso del rodamiento y α es el ángulo de carga con respecto al plano radial. La frecuencia de giro de un husillo se obtiene utilizando la relación $\omega = \omega_{rpm}/60$ donde ω_{rpm} es la velocidad de giro del husillo (en *RPM*).

3. REVISIÓN BIBLIOGRÁFICA

Existe mucha investigación para detectar fallas a partir de las señales de vibración; pero todavía hay muchas oportunidades por resolver y/o anticipar.

En el análisis de rodamientos usando FFT se pueden identificar las fallas al producirse impulsos de señales en el espectro de frecuencia que se considerarían como componentes anormales a las frecuencias de rotación del husillo, Wowk (1991). Otras fallas a detectar usando FFT son el desalineamiento axial o paralelo. También se puede detectar el desbalance identificando aumentos en la magnitud de la frecuencia fundamental de rotación del husillo, Scheffer and Girdhar (2004). Además ciertas aplicaciones más puntuales se han desarrollado utilizando STFT, como Chandra and Sekhar (2016) que utilizaron STFT, HHT y CWT para comparar métodos en la detección de desalineamiento y fallas en el eje, Tabla 2. Attoui et al. (2017) utilizó una combinación de STFTy WPD para detectar fallas en IR, OR y RE en un rodamiento.

Con el objetivo de facilitar el diagnóstico de fallas en rodamientos de equipos rotativos, se han propuesto diversas técnicas para eliminar los componentes de frecuencia determinísticos y resaltar el efecto de las fallas. Entre las técnicas más conocidos se encuentran los filtros de predicción lineal, Elasha et al. (2014) y la kurtosis espectral, Sawalhi and Randall (2005). Con el mismo objetivo, la técnica de *CPW* fue propuesta recientemente, Sawalhi and Randall (2011) y Randall et al. (2011). Debido a su fácil implementación, esta técnica se ha utilizado para *limpiar* la señal de otras fuentes de vibración antes de aplicar otros algoritmos de detección.

En Borghesani et al. (2013) se aplica esta técnica a datos experimentales obtenidos de un banco de pruebas de escala industrial, en condiciones de velocidad constante y variable. Se propone realizar un análisis de orden basado en remuestreo seguido del proceso de pre-blanqueamiento con el CPW y obtener la envolvente del espectro para diagnosticar fallas en rodamientos.

Para detectar fallas de rodamientos en un régimen de velocidad variable, Barbini et al. (2016) usa primeramente CPW de la señal de vibración; posteriormente, se realiza un análisis de orden y se obtiene el espectro de la envolvente. Este procedimiento es aplicado para eliminar los componentes frecuenciales generados por engranes, de forma que se obtiene una señal de vibración dominada por los efectos de las fallas en rodamientos.

4. CASO DE ESTUDIO

La base de datos utilizada en este proyecto fue *Case Western Reserve University Bearing Data.* El banco de pruebas, Fig. 1, consta de: (1) motor eléctrico de 2 hp, (2) dinamómetro para aplicar cargas al eje, (3) acelerómetros ubicados a un costado de los rodamientos y (4) rodamientos (6205-2RS JEM SKF y 6203-2RS JEM SKF), Tabla 3.

Los datos consideraron el motor a velocidad y cargas constantes de 0-3 hp, con una velocidad de eje de 1,797-1,720 RPM. Se consideraron diferentes tipos de fallas con un diámetro de 0.007 a 0.028 plg en los rodamientos. Cada falla fue inducida en los elementos rodantes, en la pista interna o externa usando maquinaria de electro descarga. Las frecuencias de falla esperadas en los rodamientos son: BPFO = 107.3 Hz, BPFI = 162.2 Hz, and BSF = 141.2Hz, la frecuencia de giro es 29.95 Hz.



Fig. 1. Banco de pruebas de la *CWRU*.

4.1 Transpormada Rápida de Fourier (FFT)

En la Fig. 2 se presenta las señales de vibración para el rodamiento 6203-2RS JEM SKF trabajando a 0 hp de carga a una velocidad de 1,797 RPM con defectos en la IR, REy OR. En la Fig. 3 se muestra la aplicación de la FFT a las señales anteriores y se puede visualizar con dificultad la frecuencia de falla del rodamiento, la frecuencia de la velocidad de rotación del eje y los armónicos de ambas, los cuales se pueden notar claramente en la Fig. 3b para falla en RE; además, algunas amplitudes en frecuencias desconocidas las cuales aparecen en mayor número en la Fig. 3c para falla en OR.



Fig. 2. Señal de vibración con diferentes condiciones de falla en rodamientos.

4.2 Transformada Corta de Fourier (STFT)

Para este caso se aplicó STFT utilizando ocho ventanas de tipo *Hanning* con un traslape del 50%. Al aplicar la STFT a las señales de vibración de la Fig. 2, se

Referencias	Fallas	Caso estudio	Técnica	Análisis adicional	Clasificador eficiencia
Bediaga et al. (2013)	IR, OR	TR 1160 RPM	FFT	Cesptrum, HT, Demodulación	Visual
Yan et al. (2011)	UB	TR 2700 RPM	STFT	Red neuronal, Fuzzy C-Mean	Markov model
He and He (2017)	IR, OR, RE, Carcasa	TR 120-3600 RPM	STFT	No aplica	Red neuronal 96%
Chandra and Sekhar (2016)	Desalineamiento	TR 0-5500 RPM	STFT	HHT, Transformada onduleta	Visual
Lopez-Ramírez et al. (2016)	IR	TR 3000 RPM	STFT	No aplica	Visual
Bujoreanu et al. (2013)	IR	TR 100-3000 RPM	FFT, STFT	Transformada onduleta	Visual
Gu et al. (2002)	IR, OR, RE	Simulación 2280, 5280 RPM	STFT	No aplica	Visual
Attoui et al. (2017)	IR, OR, RE	CWRU 1730-1797 RPM	STFT	Descomposición con onduletas por paquetes	LDA 99.75% LSDA 99.833%
Phadatare and B. (2016)	IR, OR, RE, UB	Simulación 2834.4 RPM	FFT	No aplica	Runge-Kutta 100%
Gowid et al. (2015)	OR	TR 15,650 RPM	FFT	No aplica	Visual

Tabla 2. Detección de fallas en rodamientos y desbalanceo utilizando FFT y STFT

Tabla 3. Características rodamiento 6203-2RS.

encuentra en el séptimo armónico, 751.1 Hz para falla en OR.





Fig. 3. Espectro FFT de las señales de vibración.

puede notar claramente las frecuencias de falla de los rodamientos y las magnitudes más altas se encuentran en armónicos de la frecuencia de la velocidad de rotación, Fig. 4, que se tiene un pico en el tercer armónico, 486.6 Hz para falla en IR, y en la Fig. 5, donde este pico se



Fig. 4. Espectrograma falla IR, STFT



Fig. 5. Espectrograma falla OR, STFT

4.3 Pre-blanqueamiento de Cepstrum (CPW)

La Fig. 6 muestra la señal de vibración de un rodamiento sin falla (velocidad de operación: 1,797 RPM), la FTTde la señal y el espectro de la señal después de aplicar el CPW. Comparando los espectros, es posible observar que la señal a la cual se le aplicó el CPW contiene armónicos de la velocidad de rotación de menor magnitud en comparación con la señal original.



Fig. 6. Señal de vibración del rodamiento sin falla.

La Fig. 7 muestra el espectro de la envolvente de la señal de vibración de un rodamiento con falla (0.021 plg en la pista interna, velocidad de 1,797 RPM). Se observa que el CPW reduce la magnitud de los componentes a bajas frecuencias, facilitando el diagnóstico.



Fig. 7. Espectro de la envolvente de la señal con falla IR.

En el caso de falla en la pista externa, el CPW no proporciona mejoras adicionales para el diagnóstico de la falla. Como se observa en la Fig. 8, el espectro de la envolvente de la señal y el de la señal con CPWson muy similares. Esto se debe a que los armónicos de la frecuencia de falla en la pista externa (*BPFO*) son dominantes en la señal de vibración.

La Fig. 9 muestra el espectro de la envolvente de la señal de vibración de un rodamiento con falla (0.021 plg en)



Fig. 8. Espectro de la envolvente de la señal con falla OR.

un elemento rodante). Se observan las ventajas del CPWpara eliminar los componentes a baja frecuencia, mejorando considerablemente la capacidad de diagnóstico. El espectro de la envolvente de la señal con CPW muestra claramente componentes de magnitud relativamente alta en el segundo armónico de la frecuencia de falla en el elemento rodante (BSF), a diferencia del espectro de la señal, donde se observan otros componentes de frecuencia que enmascaran el efecto de la falla.



Fig. 9. Espectro de la envolvente de la señal con falla RE.

4.4 Discusión

La FFT tiene como ventajas la baja demanda de recursos computacionales y el rápido procesamiento, en comparación con cualquier otro método. Sin embargo,

como se observa en la Fig. 3, la aplicación directa de este método por sí mismo puede generar un espectro no tan claro para diagnosticar fallas en los rodamientos debido a la presencia de ruido, otras fuentes de vibración y deslizamiento. Estos factores provocan que los componentes principales del espectro no se encuentren en las frecuencias de falla. En el caso de la Fig. 3, únicamente se puede diagnosticar la falla en OR. Para conseguir un resultado puntual se requiere un pre-procesamiento de la señal (*e.g* filtros u otros métodos).

Por otro lado, la STFT ofrece la flexibilidad de poder usarse con señales no estacionarias, como las generadas durante el maquinado, en las cuales varía la velocidad de giro. Sin embargo, el tiempo de procesamiento de esta técnica es considerablemente mayor. Así mismo, las desventajas de FFT aplican también, ya que se usa FFTen cada ventana.

Finalmente, el uso de CPW permitió eliminar los componentes determinísticos de la señal de vibración, tales como resonancias y armónicos de la velocidad de giro. Si bien se requiere de mayor procesamiento y tiempo de cómputo en comparación con FFT, en combinación con la envolvente del espectro resulta efectiva para diagnosticar fallas de rodamientos, pues se obtuvieron espectros claramente dominados por componentes en las frecuencias de falla.

5. CONCLUSIONES

Se han presentado los métodos STFT y CPW para el análisis y diagnóstico de fallas en los rodamientos de un husillo, ambos métodos están basados en la FFT. Los algoritmos fueron validados con una base de datos de señales con fallas reales de maquinaria industrial. La implementación de estos métodos es muy precisa para encontrar la falla en los rodamientos, ya que los valores de frecuencias de falla que aparecen en los espectros STFT y CPW se pueden determinar con mucha exactitud, facilitando la búsqueda en dicho espectro.

El procedimiento puede aplicarse a motores de cualquier tamaño y potencia siempre y cuando se conozcan las especificaciones y la geometría de sus rodamientos. Para todas aquellas fallas que son de magnitud relativamente pequeña, el método CPW puede reducir la magnitud de los armónicos de la velocidad de giro del husillo, facilitando significativamente la capacidad de detección de la falla.

Se espera medir el sonido para combinarlo con la vibración y evaluar los beneficios que esta combinación puede generar en la detección de fallas en husillos.

AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen el apoyo parcial que dio el *Tec-nológico de Monterrey* a través del *Consorcio Auto-motriz.*

REFERENCIAS

Attoui, I., Fergani, N., Boutasseta, N., Oudjani, B., and Deliou, A. (2017). A New Time-Frequency Method for Identification and Classification of Ball Bearing Faults. *Sound and Vibration*, 397, 241–265.

- Barbini, L., Eltabach, M., and Du Bois, J. (2016). Application of Cepstrum Pre-Whitening on Non-Stationary Signals. In Int Congress on Technical Diagnostics and Condition Monitoring of Machinery in Non-Stationary Operations.
- Bediaga, I., Mendizabal, X., Arnaiz, A., and Munoa, J. (2013). Ball Bearing Damage Detection Using Traditional Signal Processing Algorithms. *IEEE Instrumentation Measurement Magazine*, 16(2), 20–25.
- Borghesani, P., Pennacchi, P., Randall, R., Sawalhi, N., and Ricci, R. (2013). Application of Cepstrum Pre-Whitening for the Diagnosis of Bearing Faults under Variable Speed Conditions. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 36(2), 370 – 384.
- Bujoreanu, C., Horga, V., and Drăgan, B. (2013). Vibration Analysis Methods in Bearing Damage Detection. In Applied Mechanics and Materials, volume 371, 622–626. Trans Tech Publ.
- Chandra, N.H. and Sekhar, A. (2016). Fault Detection in Rotor Bearing Systems using Time Frequency Techniques. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 72, 105–133.
- Elasha, F., Ruiz-Carcel, C., Mba, D., and Chandra, P. (2014). A Comparative Study of the Effectiveness of Adaptive Filter Algorithms, Spectral Kurtosis and Linear Prediction in Detection of a Naturally Degraded Bearing in a Gearbox. J of Failure Analysis and Prevention, 14(5), 623–636.
- Gowid, S., Dixon, R., and Ghani, S. (2015). A Novel Robust Automated FFT-based Segmentation and Features Selection Algorithm for Acoustic Emission Condition based Monitoring Systems. *Applied Acoustics*, 88, 66–74.
- Gu, S., Ni, J., and Yuan, J. (2002). Non-stationary Signal Analysis and Transient Machining Process Condition Monitoring. Int J of Machine Tools and Manufacture, 42(1), 41–51.
- He, M. and He, D. (2017). Deep Learning Based Approach for Bearing Fault Diagnosis. *IEEE Trans on Industry Applications*, 53(3), 3057–3065.
- Li, X. (2002). A Brief Review: Acoustic Emission Method for Tool Wear Monitoring during Turning. Int J of Machine Tools and Manufacture, 42(2), 157–165.
- Lopez-Ramírez, M., Romero-Troncoso, R., Morinigo-Sotelo, D., Duque-Perez, O., Ledesma-Carrillo, L., Camarena-Martinez, D., and Garcia-Perez, A. (2016). Detection and Diagnosis of Lubrication and Faults in Bearing on Induction Motors through STFT. In Int Conf on Electronics, Communications and Computers, 13–18.
- Mais, J. (2002). Spectrum Analysis: The Key Features of Analyzing Spectra.
- Phadatare, H. and B., P. (2016). Nonlinear Frequencies and Unbalanced Response Analysis of High Speed Rotor-Bearing Systems. *Proceedia Eng*, 144, 801–809.
- Randall, R. (2011). Vibration-based Condition Monitoring: Industrial, Aerospace and Automotive Applications. EBL-Schweitzer. John Wiley & Sons.
- Randall, R., Sawalhi, N., and Coats, M. (2011). A Comparison of Methods for Separation of Deterministic and Random Signals. Int J of Condition Monitoring, 2(1), 11–19.
- Sawalhi, N. and Randall, R. (2011). Signal Pre-Whitening using Cepstrum Editing (Liftering) to Enhance Fault Detection in Rolling Element Bearings. In 24th Int. Congress on Condition Monitoring and Diagnostics Engineering Management.
- Sawalhi, N. and Randall, R.B. (2005). Spectral Kurtosis Optimization for Rolling Element Bearings. In Proc. of the 8th Int Symp on Signal Processing and Its Applications, volume 2, 839–842.
- Scheffer, C. and Girdhar, P. (2004). Practical Machinery Vibration Analysis and Predictive Maintenance. Elsevier Wordmark, 1st edition.
- Wowk, V. (1991). Machinery Vibration. Measurement and Analysis. McGraw-Hill Inc, New York.
- Yan, J., Guo, C., and Wang, X. (2011). A Dynamic Multi-Scale Markov Model based Methodology for Remaining Life Prediction. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 25(4), 1364–1376.