

Formación de cuadracópteros

R. Díaz Castillo* C. Cruz Hernández*
A. Arellano Delgado**

* Centro de Investigación Científica y de Educación Superior de Ensenada (CICESE), Departamento de Electrónica y Telecomunicaciones, Baja California, México. (e-mails: diazr@cicese.edu.mx, ccruz@cicese.mx).

** CONACYT-UABC Facultad de Ingeniería, Arquitectura y Diseño, Universidad Autónoma de Baja California, Baja California, México. (e-mail:adrian.arellano@uabc.edu.mx).

Resumen: En este trabajo, se presenta la formación de un grupo de cuadracópteros empleando como estrategia de control la técnica de backstepping aunado al uso de la teoría de sistemas complejos y teoría de grafos, lo anterior con el fin de generar algunos comportamientos colectivos de interés. Se presentan resultados concernientes a la formación de un grupo de vehículos aéreos no tripulados, que posteriormente, se pretenden utilizar en labores de búsqueda, rescate o patrullaje.

Palabras clave: Sistemas complejos, Formación, Sincronización, Control Backstepping.

1. INTRODUCCIÓN

Los comportamientos colectivos que se observan en la naturaleza son de gran interés para la comunidad científica. De estos comportamientos se pueden replicar desde la formación de las aves para prolongar el tiempo de vuelo, hasta la agrupación de peces para evitar el ataque de depredadores. Diferentes grupos de animales suelen asociarse de manera natural con el fin de conseguir un propósito común, que de manera individual no podrían lograr y por tanto llegar a sobrevivir, ver Couzin et al. (2002) y Sumpter (2006, 2010) .

Estos comportamientos han sido analizados durante un largo periodo de tiempo y se han encontrado diferentes métodos para poder ser recreados por un grupo de robots móviles terrestres, ver Cetina Denis et al. (2016), López Parra et al. (2016), Martínez Clark (2014) y Martínez Clark et al. (2015). En este trabajo, se persigue recrear comportamientos colectivos en vehículos aéreos no tripulados (UAVs por sus siglas en inglés).

Los UAVs son de particular interés debido a sus amplias aplicaciones potenciales, como por ejemplo en operaciones de búsqueda y rescate, tareas de inspección y reconocimiento en el ámbito militar, civil y agrícola. Un problema de interés es la formación de UAVs con el fin de hacer que se desplacen uniformemente y preservar al mismo tiempo un grupo compacto, esto reduce el costo de energía utilizada para trasladarse, aumenta la robustez y eficiencia de la tarea realizada.

El cuadracóptero tiene la ventaja de despegar y aterrizar verticalmente, acceso a zonas de alto riesgo o aisladas,

así como a grandes elevaciones. Estas características han atraído el interés de un gran número de investigadores en los últimos años.

2. MODELO DINÁMICO NO LINEAL

En la figura 1 se aprecia el esquema del cuadracóptero con respecto al marco inercial de origen. La velocidad angular de las hélices en cada motor está representada por $\Omega_1, \Omega_2, \Omega_3, \Omega_4$ respectivamente.

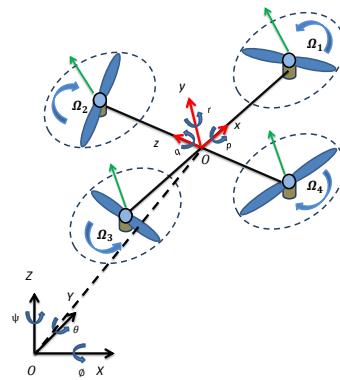


Figura 1. Cuadracóptero con respecto al marco inercial.

Las entradas del sistema están denotadas por U_1, U_2, U_3, U_4 y Ω es una perturbación. Las entradas están dadas por:

* Agradecemos al CONACYT, por el apoyo económico brindado a través del proyecto de Grupos de Investigación en Ciencia Básica, Ref. 166654.

$$\begin{aligned} U_1 &= b(\Omega_1^2 + \Omega_2^2 + \Omega_3^2 + \Omega_4^2), \\ U_2 &= b(\Omega_4^2 - \Omega_2^2), \\ U_3 &= b(\Omega_3^2 - \Omega_1^2), \\ U_4 &= d(\Omega_2^2 + \Omega_4^2 - \Omega_1^2 - \Omega_3^2), \\ \Omega &= \Omega_2 + \Omega_4 - \Omega_1 - \Omega_3. \end{aligned} \quad (1)$$

El modelo dinámico completo de un cuadracóptero con los movimientos en el plano x, y, z además de sus ángulos de orientación (“roll”, “pitch” y “yaw”), se describe a continuación:

$$\begin{aligned} \ddot{\phi} &= \dot{\theta}\psi \left(\frac{I_y - I_z}{I_x} \right) - \frac{J_r}{I_x} \dot{\theta}\Omega + \frac{l}{I_x} U_2, \\ \ddot{\theta} &= \dot{\phi}\psi \left(\frac{I_z - I_x}{I_y} \right) + \frac{J_r}{I_y} \dot{\phi}\Omega + \frac{l}{I_y} U_3, \\ \ddot{\psi} &= \dot{\phi}\dot{\theta} \left(\frac{I_x - I_y}{I_z} \right) + \frac{l}{I_z} U_4, \\ \ddot{z} &= -g + (\cos\phi \cos\theta) \frac{1}{m} U_1, \\ \ddot{x} &= (\cos\phi \sin\theta \cos\varphi + \sin\phi \sin\varphi) \frac{1}{m} U_1, \\ \ddot{y} &= (\cos\phi \sin\theta \cos\varphi - \sin\phi \cos\varphi) \frac{1}{m} U_1. \end{aligned} \quad (2)$$

El modelo dinámico descrito en (2) se puede reescribir en espacio de estados de la forma $\dot{X} = f(X, U)$ introduciendo el vector de estados,

$$X = [\phi, \dot{\phi}, \theta, \dot{\theta}, \psi, \dot{\psi}, z, \dot{z}, x, \dot{x}, y, \dot{y}]^T, \quad (3)$$

donde:

$$\begin{aligned} x_1 &= \phi, & x_2 &= \dot{x}_1 = \dot{\phi}, \\ x_3 &= \theta, & x_4 &= \dot{x}_3 = \dot{\theta}, \\ x_5 &= \psi, & x_6 &= \dot{x}_5 = \dot{\psi}, \\ x_7 &= z, & x_8 &= \dot{x}_7 = \dot{z}, \\ x_9 &= x, & x_{10} &= \dot{x}_9 = \dot{x}, \\ x_{11} &= y, & x_{12} &= \dot{x}_{11} = \dot{y}. \end{aligned} \quad (4)$$

De las ecuaciones (2)-(4) se obtiene el modelo dinámico del cuadracóptero en espacio de estados,

$$\dot{X} = f(X, U) = \begin{cases} x_2, \\ x_2 x_6 a_1 + x_4 a_2 \Omega + b_1 U_2, \\ x_4, \\ x_2 x_6 a_3 + x_2 a_4 \Omega + b_2 U_3, \\ x_6, \\ x_4 x_2 a_5 + b_3 U_4, \\ x_8, \\ -g + (\cos x_1 \cos x_3) \frac{1}{m} U_1, \\ x_{10}, \\ u_x \frac{1}{m} U_1, \\ x_{12}, \\ u_y \frac{1}{m} U_1, \end{cases} \quad (5)$$

donde:
 $a_1 = \frac{I_y - I_z}{I_x}$, $a_2 = -\frac{J_r}{I_x}$, $a_3 = \frac{I_z - I_x}{I_y}$, $a_4 = \frac{J_r}{I_y}$,
 $a_5 = \frac{I_x - I_y}{I_z}$,
 $b_1 = \frac{l}{I_x}$, $b_2 = \frac{l}{I_y}$, $b_3 = \frac{l}{I_z}$,
 $u_x = (\cos x_1 \sin x_3 \cos x_5 + \sin x_1 \sin x_5)$,
 $u_y = (\cos x_1 \sin x_3 \cos x_5 - \sin x_1 \cos x_5)$.

Los parámetros físicos del modelo (5) se describen en la tabla 1.

Tabla 1. Parámetros físicos.

Símbolo	Definición	Valor
m	Masa	0.650 kg
I_x	Inercia en el eje x	$7.5e^{-3} \text{ kgm}^2$
I_y	Inercia en el eje y	$7.5e^{-3} \text{ kgm}^2$
I_z	Inercia en el eje z	$1.3e^{-2} \text{ kgm}^2$
b	Coeficiente de empuje	$3.13e^{-3} \text{ Ns}^2$
d	Coeficiente de arrastre	$7.5e^{-7} \text{ Nms}^2$
J_r	Inercia del rotor	$6e^{-5} \text{ kgm}^2$
l	Largo del brazo	0.23 m
g	Gravedad	9.8 N/kg

3. CONTROL BACKSTEPPING

En la teoría de control, el backstepping es una técnica desarrollada alrededor de 1990 por Petar V. Kokotovic, Miroslav Krstic e Ioannis Kanellakopoulos, para diseñar controles estabilizadores para una clase especial de sistemas dinámicos no lineales, ver Krstic et al. (1995).

En el enfoque backstepping, se diseña la ley de control para que el sistema pueda seguir la trayectoria deseada. Para esto se considera el modelo del cuadracóptero (5). Este se puede dividir en dos subsistemas, uno que es el de orientación y el otro de posición. Debido a la total independencia entre los subsistemas, en primer lugar se considera la entrada de control para el subsistema de rotaciones angulares y luego se deriva la entrada de control de posición. Se diseña la ley de control para que un cuadracóptero sea capaz de seguir una trayectoria deseada, ver Bouabdallah (2007), Bouabdallah et al. (2004) y Saif et al. (2012). Para ello, se define una trayectoria deseada en la cual el error de seguimiento está dado por

$$z_1 := x_{1d} - x_1. \quad (6)$$

Derivando (6) se obtiene

$$\dot{z}_1 = \dot{x}_{1d} - \dot{x}_1. \quad (7)$$

Del modelo del cuadracóptero sabemos que $\dot{x}_1 = x_2$. Sustituyendo esto en (7) se obtiene

$$\dot{z}_1 = \dot{x}_{1d} - x_2. \quad (8)$$

Se considera la siguiente función de Lyapunov

$$V(z_1) = \frac{1}{2} z_1^2. \quad (9)$$

Derivando la función de Lyapunov con respecto al tiempo se obtiene

$$\dot{V}(z_1) = z_1 \dot{z}_1. \quad (10)$$

Sustituyendo la ecuación (8) en (10) se obtiene

$$\dot{V}(z_1) = z_1 (\dot{x}_{1d} - x_2). \quad (11)$$

Si consideramos a x_2 como un control virtual para estabilizar z_1 , tenemos

$$x_2 = \dot{x}_{1d} + \alpha_1 z_1. \quad (12)$$

Donde $\alpha_1 > 0$ con el fin de definir negativa la función de Lyapunov y sustituyendo (12) en (11) se obtiene

$$\begin{aligned} \dot{V}(z_1) &= z_1(\dot{x}_{1d} - x_2), \\ &= z_1(\dot{x}_{1d} - \dot{x}_{1d} - \alpha_1 z_1), \\ &= -\alpha_1 z_1^2. \end{aligned} \quad (13)$$

Haciendo un cambio de variable

$$z_2 = x_2 - \dot{x}_{1d} - \alpha_1 z_1. \quad (14)$$

Derivando (14) se obtiene

$$\dot{z}_2 = \dot{x}_2 - \ddot{x}_{1d} - \alpha_1 \dot{z}_1. \quad (15)$$

Se propone la siguiente función de Lyapunov

$$V(z_1, z_2) = \frac{1}{2}(z_1^2 + z_2^2). \quad (16)$$

Derivando la función de Lyapunov y sustituyendo nos queda

$$\begin{aligned} \dot{V}(z_1, z_2) &= z_2 \dot{z}_2 + z_1 \dot{z}_1, \\ &= z_2(\dot{x}_2 - \ddot{x}_{1d} - \alpha_1 \dot{z}_1) + z_1(\dot{x}_{1d} - x_2), \\ &= z_2(\dot{x}_2 - \ddot{x}_{1d} - \alpha_1(\dot{x}_{1d} - x_2)) + z_1(\dot{x}_{1d} - x_2). \end{aligned} \quad (17)$$

Despejando x_2 de la ecuación (14) se obtiene $x_2 = z_2 + \dot{x}_{1d} + \alpha_1 z_1$

$$\begin{aligned} \dot{V}(z_1, z_2) &= z_2(\dot{x}_2 - \ddot{x}_{1d} - \alpha_1(\dot{x}_{1d} - x_2)) + z_1(\dot{x}_{1d} - x_2), \\ &= z_2(\dot{x}_2 - \ddot{x}_{1d} - \alpha_1(\dot{x}_{1d} - (z_2 + \dot{x}_{1d} + \alpha_1 z_1))) \\ &\quad + z_1(\dot{x}_{1d} - (z_2 + \dot{x}_{1d} + \alpha_1 z_1)), \\ &= z_2 \dot{x}_2 - z_2(\ddot{x}_{1d} - \alpha_1(z_2 + \alpha_1 z_1)) - z_1 z_2 - \alpha_1 z_1^2, \\ &= z_2(a_1 x_4 x_6 + a_2 x_4 \Omega + b_1 U_2) \\ &\quad - z_2(\ddot{x}_{1d} - \alpha_1(z_2 + \alpha_1 z_1)) - z_1 z_2 - \alpha_1 z_1^2. \end{aligned} \quad (18)$$

Considerando que $\ddot{x}_{1d,3d,5d} = 0$ y satisfaciendo que $\dot{V}(z_1, z_2) < 0$ se diseña el control virtual U_2 quedando

$$U_2 = \frac{1}{b_1}(z_1 - a_1 x_4 x_6 - a_2 x_4 \Omega - \alpha_1(z_2 + \alpha_1 z_1) - \alpha_2 z_2). \quad (19)$$

Las entradas U_3, U_4 y U_1 se pueden calcular con el mismo procedimiento mostrado anteriormente y se obtienen los controles virtuales correspondientes a cada entrada:

$$U_3 = \frac{1}{b_2}(z_3 - a_3 x_2 x_6 - a_4 x_2 \Omega - \alpha_3(z_4 + \alpha_3 z_3) - \alpha_4 z_4), \quad (20)$$

$$U_4 = \frac{1}{b_3}(z_5 - a_5 x_2 x_4 - \alpha_5(z_2 + \alpha_1 z_1) - \alpha_6 z_6). \quad (21)$$

La entrada de control para el subsistema de posición es:

$$U_1 = \frac{m}{\cos x_1 \cos x_3}(z_7 + g - \alpha_7(z_8 + \alpha_7 z_7) - \alpha_8 z_8), \quad (22)$$

$$u_x = \frac{m}{U_1}(z_9 - \alpha_9(z_{10} + \alpha_9 z_9) - \alpha_{10} z_{10}), \quad (23)$$

$$u_y = \frac{m}{U_1}(z_{11} - \alpha_{11}(z_{12} + \alpha_{11} z_{11}) - \alpha_{12} z_{12}). \quad (24)$$

Donde:

$$\begin{aligned} z_3 &= x_{3d} - x_3, \\ z_4 &= x_4 - \dot{x}_{3d} - \alpha_3 z_3, \\ z_5 &= x_{5d} - x_5, \\ z_6 &= x_6 - \dot{x}_{5d} - \alpha_5 z_5, \\ z_7 &= x_{7d} - x_7, \\ z_8 &= x_8 - \dot{x}_{7d} - \alpha_7 z_7, \\ z_9 &= x_{9d} - x_9, \\ z_{10} &= x_{10} - \dot{x}_{9d} - \alpha_9 z_9, \\ z_{11} &= x_{11d} - x_{11}, \\ z_{12} &= x_{12} - \dot{x}_{11d} - \alpha_{11} z_{11}. \end{aligned} \quad (25)$$

4. SINCRONIZACIÓN Y FORMACIÓN

4.1 Sincronización

La sincronización ocurre cuando varios individuos se coordinan para actuar igual a través del tiempo. El grupo de estos individuos se representa como sigue

$$\dot{x}_i = f(x_i) + u_i \quad i = 1, 2, \dots, N. \quad (26)$$

Se establece que un grupo de N nodos logra la sincronización completa y asintóticamente si:

$$x_1(t) = x_2(t) = \dots = x_N(t) \quad \text{cuando } t \rightarrow \infty, \quad (27)$$

donde $x_1 \in \mathbb{R}^n$ representa los estados del primer nodo, ver Wang (2002).

4.2 Teoría de grafos

La comunicación en una topología dada entre multi-agentes se puede representar directamente o indirectamente mediante un grafo. En un grafo, cada nodo es un agente y las aristas son el sentido de la comunicación que existe entre ellos. En este trabajo, se toman en cuenta tres cuadracópteros, donde uno de ellos es el líder y los otros dos son esclavos, estos se pueden representar mediante un grafo como se muestra en la figura 2.

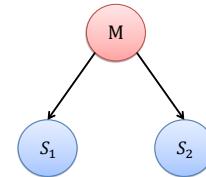


Figura 2. Grafo utilizado para la sincronización y formación.

La sincronización se realiza mediante la ley de control mostrada en la sección anterior, con el fin que cada uno de los cuadracópteros esclavos siga al líder, esto es, los estados de los cuadracópteros esclavos seguirán a los estados del líder. Las variables auxiliares para cada cuadracóptero quedaron de la siguiente forma.

Variables auxiliares para el primer cuadracóptero esclavo S_1 :

$$\begin{aligned}
z_{13} &= x_1 - x_{13}, \\
z_{14} &= x_{14} - \dot{x}_1 - \alpha_{13}z_{13}, \\
z_{15} &= x_3 - x_{15}, \\
z_{16} &= x_{16} - \dot{x}_3 - \alpha_{15}z_{15}, \\
z_{17} &= x_5 - x_{17}, \\
z_{18} &= x_{18} - \dot{x}_5 - \alpha_{17}z_{17}, \\
z_{19} &= x_7 - x_{19}, \\
z_{20} &= x_{20} - \dot{x}_7 - \alpha_{19}z_{19}, \\
z_{21} &= x_9 - x_{21}, \\
z_{22} &= x_{22} - \dot{x}_9 - \alpha_{21}z_{21}, \\
z_{23} &= x_{11} - x_{23}, \\
z_{24} &= x_{24} - \dot{x}_{11} - \alpha_{23}z_{23}.
\end{aligned} \tag{28}$$

Variables auxiliares para el segundo cuadracóptero esclavo S_2 :

$$\begin{aligned}
z_{25} &= x_1 - x_{25}, \\
z_{26} &= x_{26} - \dot{x}_1 - \alpha_{25}z_{25}, \\
z_{27} &= x_3 - x_{27}, \\
z_{28} &= x_{28} - \dot{x}_3 - \alpha_{27}z_{27}, \\
z_{29} &= x_5 - x_{29}, \\
z_{30} &= x_{30} - \dot{x}_5 - \alpha_{29}z_{29}, \\
z_{31} &= x_7 - x_{31}, \\
z_{32} &= x_{32} - \dot{x}_7 - \alpha_{31}z_{31}, \\
z_{33} &= x_9 - x_{33}, \\
z_{34} &= x_{34} - \dot{x}_9 - \alpha_{33}z_{33}, \\
z_{35} &= x_{11} - x_{35}, \\
z_{36} &= x_{36} - \dot{x}_{11} - \alpha_{35}z_{35}.
\end{aligned} \tag{29}$$

4.3 Formación

Para realizar la formación, se propone el uso de un vector $\Delta = (\Delta_x, \Delta_y, \Delta_z)$ para cada cuadracóptero esclavo. Este vector separa a cada seguidor de su líder una distancia correspondiente a cada eje en el plano (x, y, z) .

Las variables auxiliares para realizar la formación entre los cuadracópteros quedan de la siguiente manera.

Variables auxiliares para el primer cuadracóptero esclavo S_1 :

$$\begin{aligned}
z_{13} &= x_1 - x_{13}, \\
z_{14} &= x_{14} - \dot{x}_1 - \alpha_{13}z_{13}, \\
z_{15} &= x_3 - x_{15}, \\
z_{16} &= x_{16} - \dot{x}_3 - \alpha_{15}z_{15}, \\
z_{17} &= x_5 - x_{17}, \\
z_{18} &= x_{18} - \dot{x}_5 - \alpha_{17}z_{17}, \\
z_{19} &= x_7 - x_{19} + \Delta_{z1}, \\
z_{20} &= x_{20} - \dot{x}_7 - \alpha_{19}z_{19}, \\
z_{21} &= x_9 - x_{21} + \Delta_{x1}, \\
z_{22} &= x_{22} - \dot{x}_9 - \alpha_{21}z_{21}, \\
z_{23} &= x_{11} - x_{23} + \Delta_{y1}, \\
z_{24} &= x_{24} - \dot{x}_{11} - \alpha_{23}z_{23}.
\end{aligned} \tag{30}$$

Variables auxiliares para el segundo cuadracóptero esclavo S_2 :

$$\begin{aligned}
z_{25} &= x_1 - x_{25}, \\
z_{26} &= x_{26} - \dot{x}_1 - \alpha_{25}z_{25}, \\
z_{27} &= x_3 - x_{27}, \\
z_{28} &= x_{28} - \dot{x}_3 - \alpha_{27}z_{27}, \\
z_{29} &= x_5 - x_{29}, \\
z_{30} &= x_{30} - \dot{x}_5 - \alpha_{29}z_{29}, \\
z_{31} &= x_7 - x_{31} + \Delta_{z2}, \\
z_{32} &= x_{32} - \dot{x}_7 - \alpha_{31}z_{31}, \\
z_{33} &= x_9 - x_{33} + \Delta_{x2}, \\
z_{34} &= x_{34} - \dot{x}_9 - \alpha_{33}z_{33}, \\
z_{35} &= x_{11} - x_{35} + \Delta_{y2}, \\
z_{36} &= x_{36} - \dot{x}_{11} - \alpha_{35}z_{35}.
\end{aligned} \tag{31}$$

5. RESULTADOS NUMÉRICOS

Se realizan simulaciones numéricas en MatLab con el fin de verificar que los cuadracópteros lleguen a dos posiciones deseadas. En este caso, la primera posición deseada es $x_{d1} = 2m, y_{d1} = 2m, z_{d1} = 2m$, posteriormente de haber llegado a esta posición, los cuadracópteros se dirigen a la segunda posición deseada $x_{d2} = 5m, y_{d2} = 2m, z_{d2} = 2m$, el líder tiene la posición inicial $(x_1(0), y_1(0), z_1(0)) = (0, 0, 0)$ con los ángulos en la orientación $(\phi_1, \theta_1, \psi_1) = (0, 0, 0)$ los cuadracópteros esclavos S_1 y S_2 inician en diferente posición, el primero en la posición $(x_2(0), y_2(0), z_2(0)) = (0, 0.5, 0)$ y el segundo en la posición $(x_3(0), y_3(0), z_3(0)) = (0.5, 0, 0)$). Esto se ve en la figura 3.

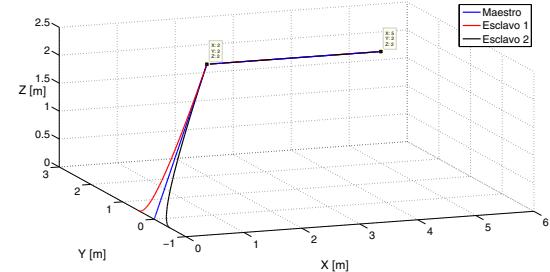


Figura 3. Seguimiento de los esclavos S_1 y S_2 al líder a una posición deseada.

Los errores de seguimiento para cada eje que existe entre el cuadracóptero líder y los esclavos se pueden observar en la figura 4, donde X_i, Y_i, Z_i con $i = 1, 2$ corresponden a los dos cuadracópteros esclavos.

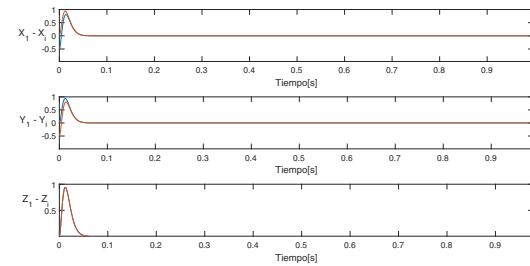


Figura 4. Errores de seguimiento entre el cuadracóptero líder y los cuadracópteros esclavos, con respecto al tiempo.

Se realiza una simulación con el fin de aplicar una distancia Δ entre los cuadracópteros esclavos y el maestro, la posición inicial del cuadracóptero maestro es $(x_1(0), y_1(0), z_1(0)) = (5, 0, 2)$, la posición del primer esclavo es $(x_2(0), y_2(0), z_2(0)) = (5, 0.5, 2)$ y la del segundo esclavo es $(x_3(0), y_3(0), z_3(0)) = (5, -0.5, 2)$. La trayectoria deseada es $x_d = 3\cos(\pi t)$, $y_d = 3\sin(\pi t)$, $z_d = 2m$, los resultados de las simulaciones numéricas se muestran en la figura 5 y figura 6.

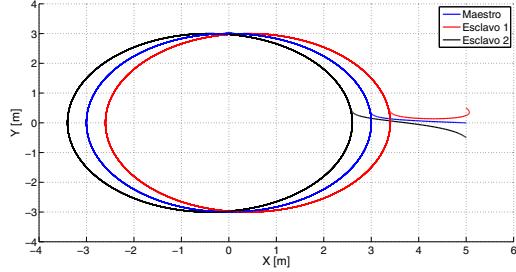


Figura 5. Cuadracópteros separados en el eje x .

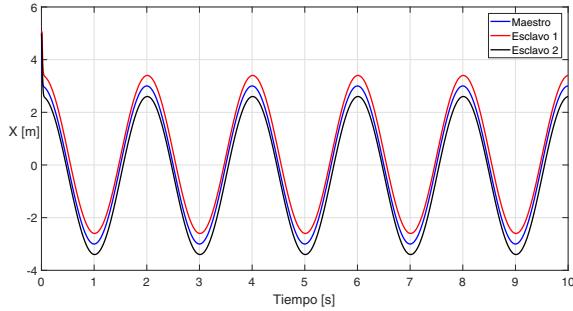


Figura 6. Cuadracópteros separados en el eje x con respecto al tiempo.

Los errores de seguimiento para cada eje que existe entre el cuadracóptero líder y los esclavos se pueden observar en la figura 7, donde X_i , Y_i , Z_i con $i = 1, 2$ corresponden a los dos cuadracópteros esclavos.

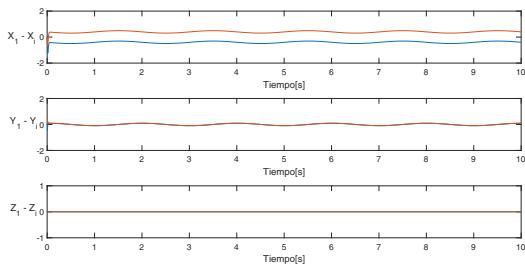


Figura 7. Errores de seguimiento entre el cuadracóptero líder y los cuadracópteros esclavos, con respecto al tiempo.

A continuación, se muestra otra simulación en donde las condiciones iniciales para el cuadracóptero maestro son $(x_1(0), y_1(0), z_1(0)) = (5, 0, 0)$, para el primer cuadracóptero esclavo las condiciones iniciales son

$(x_2(0), y_2(0), z_2(0)) = (5, 0.5, 0)$, para el segundo cuadracóptero esclavo las condiciones iniciales son $(x_3(0), y_3(0), z_3(0)) = (5, -0.5, 0)$, la trayectoria deseada para el cuadracóptero maestro M es $x_d = 3\cos(\pi t)$, $y_d = 3\sin(\pi t)$, $z_d = 2m$. El cuadracóptero esclavo S_1 se encuentra separado 0.4 metros en los tres ejes con respecto al cuadracóptero maestro, mientras que el cuadracóptero esclavo S_2 se encuentra separado -0.4 metros en los tres ejes con respecto al cuadracóptero maestro M . El cuadracóptero esclavo S_1 inicia 25 segundos después de que el cuadracóptero maestro M comenzó a moverse, el cuadracóptero esclavo S_2 inicia después de 35 segundos. El desplazamiento en los tres ejes se observa en la figura 8, la separación en cada uno de los ejes se visualiza en las figuras 9, 10 y 11.

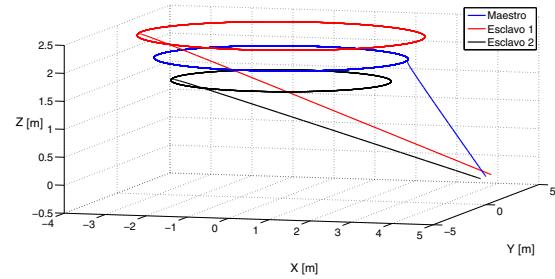


Figura 8. Cuadracópteros separados en el eje x, y, z .

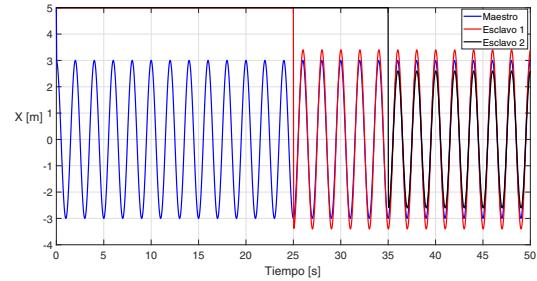


Figura 9. Cuadracópteros separados en el eje x con respecto al tiempo.

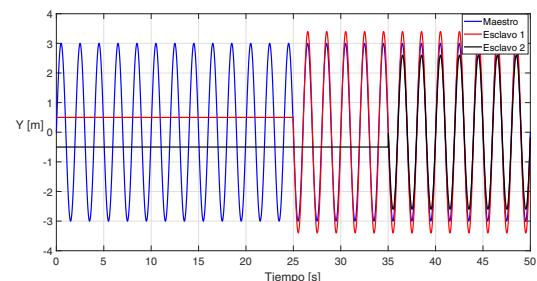


Figura 10. Cuadracópteros separados en el eje y con respecto al tiempo.

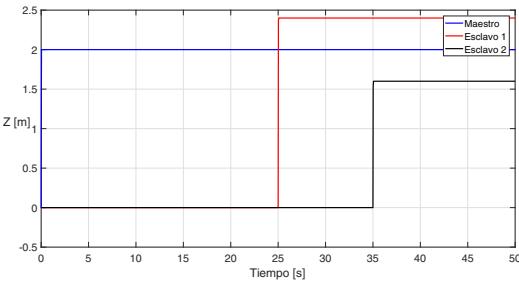


Figura 11. Cuadracópteros separados en el eje y con respecto al tiempo.

Los errores de seguimiento que existe entre el cuadracóptero líder y los esclavos se pueden observar en la figura 12 donde X_i, Y_i, Z_i con $i = 1, 2$ corresponden a los dos cuadracópteros esclavos.

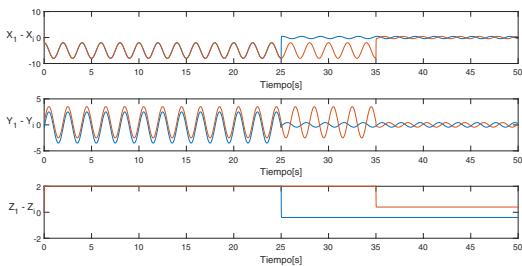


Figura 12. Errores de seguimiento entre el cuadracóptero líder y los cuadracópteros esclavos, con respecto al tiempo.

6. CONCLUSIÓN

Los resultados obtenidos de las simulaciones utilizando el modelo dinámico no lineal (5) y usando los parámetros de la tabla 1, muestran que es posible lograr la sincronización y formación de cuadracópteros. Se observó que la ley de control diseñada con un controlador backstepping fue capaz de inducir a los esclavos a seguir una trayectoria deseada, además, se logró mantener la formación para evitar colisiones. En trabajo futuro se pretende implementar resultados experimentales así como también emplear otras leyes de control para este mismo modelo dinámico de cuadracóptero.

REFERENCIAS

- Bouabdallah, S. (2007). *Design and control of quadrotors with application to autonomous flying*. Ph.D. thesis, Ecole Polytechnique Federale de Lausanne.
- Bouabdallah, S., Murrieri, P., and Siegwart, R. (2004). Design and control of an indoor micro quadrotor. In *Robotics and Automation, 2004. Proceedings. ICRA '04. 2004 IEEE International Conference on*, volume 5, 4393–4398. IEEE.
- Cetina Denis, J.J., Arellano Delgado, A., López Parra, A., López Gutiérrez, R., and Cruz Hernández, C. (2016). Diseño de trayectorias caóticas en robots móviles. *Congreso Latinoamericano de Control Automático (CLCA2016)*.

- Couzin, I.D., Krause, J., James, R., Ruxton, G.D., and Franks, N.R. (2002). Collective memory and spatial sorting in animal groups. *Journal of theoretical biology*, 218(1), 1–11.
- Krstic, M., Kanellakopoulos, I., and Kokotovic, P.V. (1995). *Nonlinear and adaptive control design*. Wiley.
- López Parra, A., Arellano Delgado, A., Cruz Hernández, C., Martínez Clark, R., and Cetina Denis, J.J. (2016). Formación en grupos de robots móviles. *Congreso Latinoamericano de Control Automático (CLCA2016)*.
- Martínez Clark, R. (2014). Control de comportamientos colectivos en grupos de robots móviles. *Centro de Investigación y Estudios Superiores de Ensenada, Ensenada Baja California*, 20–39.
- Martínez Clark, R., Cruz Hernández, C., Reyes De la Cruz, D., Arellano Delgado, A., and Pinedo Lomelí, L.F. (2015). Formación de agentes: una aplicación al patrullaje. *Congreso Nacional de Control Automático AMCA*, 483–488.
- Saif, A., Dhaifullah, M., Al-Malki, M., and Shafie, M. (2012). Modified backstepping control of quadrotor. In *Systems, Signals and Devices (SSD), 2012 9th International Multi-Conference on*, 1–6. IEEE.
- Sumpter, D.J. (2006). The principles of collective animal behaviour. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London B: Biological Sciences*, 361(1465), 5–22.
- Sumpter, D.J. (2010). *Collective animal behavior*. Princeton University Press.
- Wang, X.F. (2002). Complex networks: topology, dynamics and synchronization. *International journal of bifurcation and chaos*, 12(05), 885–916.