

Seguimiento de Trayectorias Para Un Vehículo Aéreo No Tripulado En Presencia De Perturbaciones Externas^{*}

Carlos Aguilar-Ibanez^{*} Hebertt Sira-Ramirez^{**}
Miguel S. Suarez-Castanon^{***} Ruben Garrido^{****}
Nareli Cruz-Cortés^{*}

^{*} Centro de Investigación en Computación, Instituto Politécnico Nacional, (e-mail: carlosaguilar@cic.ipn.mx).

^{**} Departamento de Ingeniería Eléctrica, CINVESTAV-IPN, (e-mail: hsira@cinvestav.mx)

^{***} Escuela Superior de Cómputo, Instituto Politécnico Nacional, México, (e-mail: sasuares@prodigy.net.mx)

^{****} Automatic Control Department, CINVESTAV-IPN, (e-mail: garrido@ctrl.cinvestav.mx)

Abstract: Se resuelve el problema de seguimiento de trayectoria, basado en control robusto, para un vehículo aéreo no tripulado de despegue y aterrizaje en un plano, en presencias de pequeñas perturbaciones. El controlador propuesto combina una linealización mediante retroalimentación entrada - salida y la técnica de control para el rechazo activo de perturbaciones, que se encarga de compensar el efecto de las perturbaciones que afectan al vehículo no tripulado. El desempeño del controlador propuesto se evaluó a través de simulaciones numéricas.

Keywords: Vehículo aéreo no tripulado de despegue y aterrizaje en un plano, Seguimiento de trayectoria, Linealización mediante retroalimentación de entrada - salida, Control para el rechazo activo de perturbaciones, Observador basado en integración proporcional generalizada (IPG).

1. INTRODUCTION

Los vehículos aéreos no tripulados (VANTs) tienen hoy en día muchos usos reales: en fumigación, creación de mapas mediante tomas aéreas, transportación de objetos a lugares remotos, entre otras aplicaciones. La clase de vehículos aéreos no tripulados de despegue y aterrizaje en un plano (VANDAP), son un modelo simplificado de los VANTs, que conservan las características más importantes de las versiones reales de éstos. Se han desarrollado muchas soluciones de control para los VANDAP Lu et al. (1997); Sastry (1999); Palomino et al. (2005); Zavala-Río et al. (2003); Acosta et al. (2005). Debido a que los VANDAP son sistemas sub-actuados, las soluciones de control para sistemas completamente actuados no pueden ser usadas directamente para controlarlos Lozano et al. (2004); Gupta et al. (2013); Corona-Sánchez and Rodríguez-Cortés (2013); Guadarrama-Olvera et al. (2014); García et al. (2006).

En este estudio se propone una solución para el problema de seguimiento de trayectorias. Este problema ha sido abordado con anterioridad. En Hauser et al. (1992) se presenta una estrategia de control basada en una lineal-

ización entrada - salida aproximada, que no considera la influencia del momentum de giro (rolling) en la fuerza lateral, logrando un seguimiento acotado y estabilidad asintótica. El problema de seguimiento de trayectoria para un modelo simplificado del vehículo aéreo de despegue y aterrizaje vertical mediante el enfoque de platitude se propuso en Martin et al. (1994). Este último enfoque junto con una parametrización diferencial fueron empleados para la regulación de la salida de fase no-mínima de VANDAP se presentó en Sira-Ramirez and Fliess (1998). En Gandolfo et al. (2014) se empleó álgebra lineal para la obtención de una solución aproximada para el problema de seguimiento de trayectorias. Una metodología basada en modos deslizantes para el VANDAP se presentó en Cardenas and Aguilar (2011), que debido a las características de los modos deslizantes, su uso es limitado por la presencia del fenómeno de "castaño".

En este estudio se considera el efecto de una perturbación sobre un VANDAP, que hasta donde sabemos, sólo ha sido estudiado en Muñoz et al. (2010), habiendo obtenido un control de estabilización para la regulación de un VANDAP usando la fórmula universal de Sontag.

Aquí se propone una ley de control continua aplicada a un VANDAP en presencia de pequeñas perturbaciones acotadas y suficientemente suaves, sin considerar el ruido aleatorio, que actúa en dirección perpendicular a la acción de los rotores. La solución se basa en una linealización

^{*} Esta investigación ha sido financiada por el Centro de Investigación en Computación del Instituto Politécnico Nacional (CIC-IPN), y por la Secretaría de Investigación y Posgrado del Instituto Politécnico Nacional (SIP-IPN), bajo los proyectos de investigación 20171586, 20171948 y 20170427.

dinámica de entrada - salida, combinada con un observador integral proporcional generalizado (IPG), que permite estimar y cancelar activamente las perturbaciones, así como reconstruir los estados no disponibles.

2. MODELO DEL VANDAP

La dinámica del VANDAP bajo el efecto de las perturbaciones se describe mediante el siguiente modelo Munoz et al. (2010)

$$\begin{aligned} m\ddot{X} &= -\sin(\theta)(f_{1T} + f_{2T}) + \varepsilon \cos(\theta)(f_{1T} - f_{2T})L; \\ m\ddot{Y} &= \cos(\theta)(f_{1T} + f_{2T}) + \varepsilon \sin(\theta)(f_{1T} - f_{2T})L - mg; \\ J\ddot{\theta} &= (f_{1T} - f_{2T})L; \end{aligned} \quad (1)$$

Las posiciones horizontal y vertical son X y Y . El ángulo formado por la aeronave y el plano horizontal imaginario es θ , mg es la fuerza de gravedad, J y L son la inercia y la distancia desde el rotor hasta el centro de masa; $f_{1T} = f_1 + f_{w_1}$ y $f_{2T} = f_2 + f_{w_2}$ corresponden a las fuerzas aplicadas al VANDAP, donde f_1 y f_2 son los empujes producidos por los rotores y, f_{w_1} y f_{w_2} son las fuerzas producidas por las perturbaciones. El parámetro $\varepsilon \ll 1$ define el acoplamiento entre el momento de rotación y la aceleración lateral (ver diagrama de VANDAP en Munoz et al. (2010)).

Mediante algunas transformaciones adecuada y suponiendo que $\varepsilon = 0$, el modelo (1) puede ser reescrito como:

$$\begin{aligned} \ddot{x} &= -\sin(\theta)(u_1 + w_1); \\ \ddot{y} &= \cos(\theta)(u_1 + w_1) - 1; \\ \ddot{\theta} &= u_2 + w_2, \end{aligned} \quad (2)$$

donde w_1 y w_2 son las perturbaciones externas, acotadas y suficientemente suaves, que afectan al VANDAP.

3. LEY DE CONTROL PROPUESTA

Problema de Control: Sea (2) el model de un VANDAP en el que se considera el efecto de perturbaciones externas. Entonces, el objetivo de control consiste en proponer un controlador, tal que los errores de seguimiento $e_{T_x} = x - x_*$ y $e_{T_y} = y - y_*$ satisfagan:

$$\|e_{T_x}(t) \ e_{T_y}(t)\| \leq \epsilon, \quad t \geq T_0(\epsilon),$$

mientras que mantengan a θ acotada. Los términos (x_*, y_*) son trayectorias suaves y acotadas, con derivadas acotadas de hasta cuarto orden, y $T_0(\epsilon) > 0$.

La solución propuesta a este problema tiene dos partes principales: *i*) una linealización dinámica por entrada - salida es aplicada al VANDAP sujeto a las perturbaciones; *ii*) luego, el sistema linealizado es controlado mediante el enfoque de control de rechazo activo de perturbaciones (CRAP), para contrarrestar el efecto de las perturbaciones. Para poder continuar, es necesario establecer las siguientes suposiciones.

A1: Las perturbaciones w_i ; $i = \{1, 2\}$ son continuas y acotadas, cuyas primera y segunda derivadas son suaves y acotadas.

A2: Las variables de posición X y Y siempre pueden ser medidas.

Notación: $z = (x, \dot{x}, y, \dot{y}, \theta, \dot{\theta})^T \in \mathbb{R}^6$ es el vector de estado y $u = (u_1, u_2)^T \in \mathbb{R}^2$ es el vector de entrada.

3.1 Linealización mediante entrada - salida

Para la linealización mediante entrada - salida (Hauser et al. (1992); Fantoni and Lozano (2001)), se seleccionan x y y como las salidas a controlar. Para obtener el control que linealiza al sistema objetivo, primero se considera el caso cuando $w_i = 0$ (en la siguiente sección se trata el caso cuando $w_i \neq 0$). De acuerdo con (2), si calculamos la cuarta derivada respecto al tiempo de la salida (x, y) , es fácil ver que la siguiente ecuación se cumple:

$$\begin{bmatrix} x^{(4)} \\ y^{(4)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -S & -Cu_1 \\ C & -Su_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{u}_1 \\ u_2 \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$+ \begin{bmatrix} S\dot{\theta}^2 u_1 - 2C\dot{\theta}\dot{u}_1 \\ -C\dot{\theta}^2 u_1 - 2S\dot{\theta}\dot{u}_1 \end{bmatrix}, \quad (4)$$

donde $S = \sin \theta$ y $C = \cos \theta$. Nótese que la matriz que multiplica al vector $(\ddot{u}_1, u_2)^T$ es no singular siempre que $u_1 \neq 0$. En la práctica, esta señal de entrada satisface $u_1 > 0$. De no ser así, el VANDAP caería al suelo. Por lo tanto, proponiendo el siguiente esquema de retroalimentación dinámica:

$$\begin{bmatrix} \ddot{u}_1 \\ u_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -S & -Cu_1 \\ C & -Su_1 \end{bmatrix}^{-1} \left(\begin{bmatrix} v_x \\ v_y \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} S\dot{\theta}^2 u_1 - 2C\dot{\theta}\dot{u}_1 \\ -C\dot{\theta}^2 u_1 - 2S\dot{\theta}\dot{u}_1 \end{bmatrix} \right), \quad (5)$$

en lazo cerrado con (3), obtenemos el siguiente sistema lineal:

$$\begin{bmatrix} x^{(4)} \\ y^{(4)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_x \\ v_y \end{bmatrix}, \quad (6)$$

donde la entrada $v = (v_x, v_y)^T$ es la nueva dinámica del sistema, misma que puede ser asignada como se desee. Consecuentemente, el controlador lineal:

$$\begin{aligned} v_x &= -\sum_{j=0}^3 k_{j_x} (x^{(j)} - x_*^{(j)}) + x_*^{(4)}; \\ v_y &= -\sum_{j=0}^3 k_{j_y} (y^{(j)} - y_*^{(j)}) + y_*^{(4)}, \end{aligned} \quad (7)$$

permite que las salidas (x, y) sigan las trayectorias deseadas (x_*, y_*) . En general, estas trayectorias se seleccionan de tal forma que $(x_*^{(i)}, y_*^{(i)})$, con $i = \{0, 1, \dots, 4\}$, sean continuas y acotadas. Las constantes $\{k_{0_i}, k_{1_i}, k_{2_i}, k_{3_i}\}$, con $i = \{x, y\}$, son seleccionadas de tal forma que los polinomios:

$$p_{c_i}(s) = k_{0_i} + k_{1_i}s + k_{2_i}s^2 + k_{3_i}s^3 + s^4, \quad (8)$$

sean Hurwitz.

3.2 Control para el Rechazo Activo de Perturbaciones

El modelo (6) fue obtenido bajo condiciones libres de perturbaciones. Si las perturbaciones son tomadas en cuenta, el siguiente modelo emplea un procedimiento similar:

$$\begin{bmatrix} x^{(4)} \\ y^{(4)} \end{bmatrix} = M(u_1) \begin{bmatrix} \ddot{u}_1 \\ u_2 \end{bmatrix} \quad (9)$$

$$+ \begin{bmatrix} S\dot{\theta}^2 u_1 - 2C\dot{\theta}\dot{u}_1 \\ -C\dot{\theta}^2 u_1 - 2S\dot{\theta}\dot{u}_1 \end{bmatrix} + \delta(t), \quad (10)$$

donde:

$$M(u_1) = \begin{bmatrix} -S & -Cu_1 \\ C & -Su_1 \end{bmatrix}. \quad (11)$$

El término $\delta(t) \in \mathfrak{R}^2$ es una perturbación desconocida, definida como:

$$\delta(t) = M(w_1) \begin{bmatrix} \ddot{u}_1 \\ u_2 \end{bmatrix} + M(w_1 + u_1) \begin{bmatrix} \ddot{w}_1 \\ \ddot{w}_2 \end{bmatrix} \quad (12)$$

$$+ \begin{bmatrix} S\dot{\theta}^2 w_1 - 2C\dot{\theta}\dot{w}_1 \\ -C\dot{\theta}^2 w_1 - 2S\dot{\theta}\dot{w}_1 \end{bmatrix}. \quad (13)$$

Aplicando la ley de control (5) al modelo (10) se obtiene:

$$\begin{bmatrix} x^{(4)} \\ y^{(4)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_x + \delta_x(t) \\ v_y + \delta_y(t) \end{bmatrix}, \quad (14)$$

donde $\delta(t) = [\delta_x(t), \delta_y(t)]^T$. Se asume que la perturbación es uniformemente acotada con $\|\delta(t)\| \leq \bar{\delta}$.

Definiendo la siguiente representación espacio - estado:

$$\begin{aligned} \dot{r}_1 &= r_2; \\ \dot{r}_2 &= r_3; \\ \dot{r}_3 &= r_4; \\ \dot{r}_4 &= (v_x, v_y)^T + [\delta_x(t), \delta_y(t)]^T, \end{aligned} \quad (15)$$

donde $r_i = [x^{(i-1)}, y^{(i-1)}]^T$, con $i = \{1, \dots, 4\}$, es fácil ver que (15) puede ser escrita como $z^n = v + \delta(t)$, donde $z = r_1$, con $\delta(t)$ acotada en cierta región. Este hecho permite aplicar la siguiente ley CRAP para contrarrestar el efecto de la perturbación $\delta(t)$, e imponer una dinámica lineal al sistema en lazo cerrado: esto si va

$$\begin{aligned} v_x &= -k_{0_x} e_{T_x} - \sum_{j=1}^3 k_{j_x} (\hat{x}^{(j)} - x_*^{(j)}) + x_*^{(4)} - \hat{\delta}_x(t); \\ v_y &= -k_{0_y} e_{T_y} - \sum_{j=0}^3 k_{j_y} (\hat{y}^{(j)} - y_*^{(j)}) + y_*^{(4)} - \hat{\delta}_y(t), \end{aligned} \quad (16)$$

donde las variables $\hat{x}^{(j)}$ y $\hat{y}^{(j)}$ son, respectivamente, las estimaciones de $x^{(j)}$ y $y^{(j)}$, para $j = \{0, 1, 2, 3\}$, mientras que $\hat{\delta}_x(t)$ y $\hat{\delta}_y(t)$ son las estimaciones de $\delta_x(t)$ y $\delta_y(t)$, respectivamente. Estas estimaciones son generadas por el observador extendido IPG (17), definido más adelante. Las constantes $\{k_{0_i}, k_{1_i}, k_{2_i}, k_{3_i}\}$; $i = \{x, y\}$ son seleccionadas de tal manera que los polinomios (8) sean Hurwitz, y $x_*^{(i)}(t), y_*^{(i)}(t) \in C^{(i)} \cap L_\infty, i = \{0, 1, \dots, 4\}$.

3.3 Observador extendido IPG

Nótese que las perturbaciones desconocidas $\delta_x(t)$ y $\delta_y(t)$ son algebraicamente observables Diop and Fliess (1991); Cruz-Victoria et al. (2008); Martínez-Guerra and Mendoza-Camargo (2004); por lo tanto, éstas son estimadas mediante el siguiente observado IPG:

$$\begin{aligned} \hat{r}_1 &= \hat{r}_2 + \kappa_{p+3}(\hat{r}_1 - r_1) \\ \hat{r}_2 &= \hat{r}_3 + \kappa_{p+2}(\hat{r}_1 - r_1); \\ \hat{r}_3 &= \hat{r}_4 + \kappa_{p+1}(\hat{r}_1 - r_1); \\ \hat{r}_4 &= \varsigma_1 + \kappa_p(\hat{r}_1 - r_1) + v; \\ \dot{\varsigma}_1 &= \varsigma_2 + \kappa_{p-1}(\hat{r}_1 - r_1); \\ &\vdots \\ \dot{\varsigma}_{p-1} &= \varsigma_p + \kappa_1(\hat{r}_1 - r_1); \\ \dot{\varsigma}_p &= \varsigma_p + \kappa_0(\hat{r}_1 - r_1), \end{aligned} \quad (17)$$

donde la señal $r_1 = (x, y) \in \mathfrak{R}^2$ siempre está disponible para ser medida, y $\hat{r}_i = (\hat{x}^{(i-1)}, \hat{y}^{(i-1)})$, con $i = \{1, 2, 3, 4\}$, son las estimaciones de r_i , y sus derivadas. El término $\varsigma_1 = (\hat{\delta}_x(t), \hat{\delta}_y(t))^T$ es una estimación de la perturbación $\delta(t)$, y p es un entero positivo.

De (15) y (17), es fácil ver que el error de observación de la salida:

$$\hat{e}_x = \hat{x} - x; \quad \hat{e}_y = \hat{y} - y,$$

evoluciona de acuerdo con la siguiente dinámica lineal perturbada:

$$\hat{e}_i^{(p+3)} + \kappa_{p+2}\hat{e}_i^{(p+2)} + \dots + \kappa_1\hat{e}_i^{(1)} + \kappa_0\hat{e}_i = \delta_i^{(p)} \quad (18)$$

para $i = \{x, y\}$. También es posible probar que, si la p -th derivada respecto al tiempo de $\delta_i^{(p)}$ es acotada, y el polinomio característico:

$$p_O(s) = s^{p+3} + \kappa_{p+2}s^{p+2} + \dots + \kappa_1s + \kappa_0 \quad (19)$$

asociado al observador IPG es Hurwitz, entonces los errores de observación \hat{e}_i , y sus derivadas hasta de orden $p+2$ convergen a una pequeña vecindad del origen.

La siguiente proposición resume el resultado principal de este trabajo.

Proposición 1: *Considérese el model de VANDAP (2) en lazo cerrado con el controlador con retroalimentación formado por la ley de control con retroalimentación (5) y el controlador (16), donde las estimaciones $\hat{r}_i = (\hat{x}^{(i)}, \hat{y}^{(i)})^T; i = \{0, 1, 2, 3\}$ y $(\hat{\delta}_x, \hat{\delta}_y)$ son obtenidas a través del observador IPG (17). Entonces, los errores de seguimiento $e_{T_x} = x - x_*$ y $e_{T_y} = y - y_*$ y sus derivadas respecto al tiempo, hasta de cuarto orden, convergen localmente y exponencialmente hacia una pequeña vecindad deseada, tan pequeña como se quiera con la selección adecuada de los valores de las ganancias del controlador $\kappa_i; i = \{0, 1, 2, \dots, p+1\}$ Los detalles de la prueba de estabilidad del sistema en lazo cerrado se pueden encontrar en Sira-Ramírez et al. (2010); Morales et al. (2014, 2015).*

4. SIMULACIONES NUMÉRICAS

Se realizaron dos maniobras de control: el seguimiento de una línea recta y, trasladar el VANDAP de una posición inicial a una posición final. Las simulaciones emplearon el modelo normalizado (2). El par de polinomios definidos en (8) se seleccionaron como

$$p_c(s) = (s + 2\omega_n\zeta s + \omega_n^2)^2,$$

donde $\omega_n = 1.1$ y $\zeta = 0.707$; el orden del observador IPG se fijó en 5 con $p = 3$, y sus ganancias fueron elegidas como:

$$\kappa_0 = \frac{1}{\omega_0^6}, \kappa_1 = \frac{6}{\omega_0^5}, \kappa_2 = \frac{15}{\omega_0^4},$$

$$\kappa_3 = \frac{20}{\omega_0^3}, \kappa_4 = \frac{15}{\omega_0^2}, \kappa_5 = \frac{6}{\omega_0},$$

donde $\omega_0 = 0.25$. La condición inicial del controlador dinámico u_1 fue $u_1(0) = 0.5$ y $\ddot{u}_1(0) = 0$.

Las funciones $w_1 = 0.35 + 0.25 \sin(t/5) \cos(t/2)$ y $w_2 = 0.2 + 0.25 \sin(t/5) \cos(t/2)$ fueron usadas para simular el efecto de las perturbaciones.

4.1 Seguimiento de una línea recta

La referencia se definió como la siguiente recta:

$$x = t + 0.5; y = t/2$$

El vector de posición inicial del VANDAP se fijó como $(x, y, \theta) = (0.5, 0, 0.15)$, y la velocidad se inicializó en cero. El comportamiento de los estados y los controladores, desde $t = 0s$ hasta $t = 25s$, se muestran en las figuras 2 y 3, respectivamente. De los resultados mostrados en esas figuras es claro que la tarea fue lograda exitosamente, aún cuando la posición inicial está significativamente desviada de la línea recta y el VANDAP está siendo afectado por las perturbaciones. De hecho, este último alcanza la línea recta después de transcurridos 5 segundos.

4.2 Tarea de traslación

La meta consiste en trasladar al VANDAP desde la posición inicial $q_i = (x = 0.2, y = 0, \theta = 0.15)$, hasta la posición final deseada, $q_f = (x_f = 2, y_f = 1, \theta = 0)$, durante el intervalo de tiempo $[t_i, t_f]$. Para este fin, las trayectorias de referencia deseadas, x_* y y_* se seleccionaron como el bien conocido polinomio de Bezier (Sira-Ramirez and Agrawal (2004)), aquí referido como $\delta(t, t_i, t_f)$ y satisfaciendo:

$$\delta(t_i, t_i, t_f) = 0 ; \delta(t_f, t_i, t_f) = 1,$$

donde un número finito de las derivadas respecto al tiempo de $\delta(t, t_i, t_f)$, se inicializaron a cero en los tiempos de inicio y terminación de las tareas, t_i y t_f . Entonces, las funciones que describen las trayectorias de referencia se definen como:

$$x_* = x_i + \delta(t_f, t_i, t_f)(x_f - x_i)$$

$$y_* = y_i + \delta(t_f, t_i, t_f)(y_f - y_i)$$

Las condiciones iniciales se fijaron como $(x = 0.2, y = 0, \theta = 0.15)$, con sus correspondientes velocidades puestas igual a cero. Por otra parte, los valores inicial y final de las referencias fueron $x_i = 0, y_i = 0, x_f = 1, y_f = 2$.

La respuesta en lazo cerrado y la acción de control se presentan en las figuras 4 y 5, respectivamente. Estos resultados muestran que el VANDAP sigue la trayectoria de referencia, aún cuando la condición inicial está ligeramente alejada del punto de equilibrio.

5. CONCLUSIONS

Este estudio presenta una ley de control para resolver el problema de seguimiento de una trayectoria para un

modelo simplificado de un VANDAP, sujeto al efecto de pequeñas perturbaciones. El método propuesto emplea el enfoque de linealización por retroalimentación, en conjunto con una ley CRAP. El hecho de que el VANDAP es linealizable mediante entrada - salida, a través de un controlador dinámico, se pudieron estimar y compensar activamente las perturbaciones desconocidas empleando un control CRAP, y estimar las derivadas no disponibles de la posición del VANDAP que se asumió como disponible. Las estimaciones se obtuvieron a través de un observador IPG. Vale la pena destacar que el esquema propuesto funciona cuando las perturbaciones son, por lo menos, suaves a pedazos. La efectividad de la estrategia de control fue verificada mediante simulaciones numéricas.

REFERENCES

- Acosta, J.A., Ortega, R., Astolfi, A., and Mahindrakar, A.D. (2005). Interconnection and damping assignment passivity-based control of mechanical systems with underactuation degree one. *Automatic Control, IEEE Transactions on*, 50(12), 1936–1955.
- Cardenas, R. and Aguilar, L.T. (2011). Output feedback sliding mode control of a pvtol including actuators dynamics. In *Control Applications (CCA), 2011 IEEE International Conference on*, 1482–1486. IEEE.
- Corona-Sánchez, J.J. and Rodríguez-Cortés, H. (2013). Trajectory tracking control for a rotary wing vehicle powered by four rotors. *Journal of Intelligent & Robotic Systems*, 70(1-4), 39–50.
- Cruz-Victoria, J.C., Martínez-Guerra, R., and Rincón-Pasaye, J.J. (2008). On nonlinear systems diagnosis using differential and algebraic methods. *Journal of the Franklin Institute*, 345(2), 102–118.
- Diop, S. and Fliess, M. (1991). On nonlinear observability. In *Proc. 1st Europ. Control Conf*, 152–157.
- Fantoni, I. and Lozano, R. (2001). *Non-linear control for underactuated mechanical systems*. Springer Science & Business Media.
- Gandolfo, D., Rosales, C., Patiño, D., Scaglia, G., and Jordan, M. (2014). Trajectory tracking control of a pvtol aircraft based on linear algebra theory. *Asian Journal of Control*, 16(6), 1849–1858.
- Garcia, P.C., Lozano, R., and Dzul, A.E. (2006). *Modelling and control of mini-flying machines*. Springer Science & Business Media.
- Guadarrama-Olvera, J.R., Corona-Sánchez, J.J., and Rodríguez-Cortés, H. (2014). Hard real-time implementation of a nonlinear controller for the quadrotor helicopter. *Journal of Intelligent & Robotic Systems*, 73(1-4), 81–97.
- Gupta, A., Mejari, M., Ketkar, V., Datar, M., and Singh, N.M. (2013). Nonlinear model predictive control of pvtol aircraft under state and input constraints. In *Proceedings of Conference on Advances In Robotics*, 1–6. ACM.
- Hauser, J., Sastry, S., and Meyer, G. (1992). Nonlinear control design for slightly non-minimum phase systems: application to v/stol aircraft. *Automatica*, 28(4), 665–679.
- Lozano, R., Castillo, P., and Dzul, A. (2004). Global stabilization of the pvtol: real-time application to a mini-aircraft. *International Journal of Control*, 77(8), 735–740.

Lu, X.Y., Spurgeon, S.K., and POSTXETHWAITE, I. (1997). Robust variable structure control of a pvtol aircraft. *International Journal of Systems Science*, 28(6), 547–558.

Martin, P., Devasia, S., and Paden, B. (1994). A different look at output tracking: control of a vtol aircraft. In *Decision and Control, 1994., Proceedings of the 33rd IEEE Conference on*, volume 3, 2376–2381. IEEE.

Martinez-Guerra, R. and Mendoza-Camargo, J. (2004). Observers for a class of liouvillian and, non-differentially flat systems. *IMA Journal of Mathematical Control and Information*, 21(4), 493–509.

Morales, R., Sira-Ramírez, H., and Somolinos, J. (2015). Linear active disturbance rejection control of the hovercraft vessel model. *Ocean Engineering*, 96, 100–108.

Morales, R., Sira-Ramírez, H., and Somolinos, J. (2014). Robust control of underactuated wheeled mobile manipulators using gpi disturbance observers. *Multibody System Dynamics*, 32(4), 511–533.

Munoz, L.E., Santos, O., and Castillo, P. (2010). Robust nonlinear real-time control strategy to stabilize a pvtol aircraft in crosswind. In *Intelligent Robots and Systems (IROS), 2010 IEEE/RSJ International Conference on*, 1606–1611. IEEE.

Palomino, A., CASTILLO, P., Fantoni, I., Lozano, R., and Pégard, C. (2005). Control strategy using vision for the stabilization of an experimental pvtol aircraft setup. *IEEE transactions on control systems technology*, 13(5), 847–850.

Sastry, S. (1999). *Nonlinear systems: analysis, stability, and control*, volume 10. Springer New York.

Sira-Ramirez, H. and Fliess, M. (1998). Regulation of non-minimum phase outputs in a pvtol aircraft. In *Decision and Control, 1998. Proceedings of the 37th IEEE Conference on*, volume 4, 4222–4227. IEEE.

Sira-Ramirez, H. and Agrawal, S.K. (2004). *Differentially flat systems*, volume 17. CRC Press.

Sira-Ramírez, H., Núñez, C.A., and Visairo, N. (2010). Robust sigma-delta generalised proportional integral observer based control of a buckconverter with uncertain loads. *International Journal of Control*, 83(8), 1631–1640.

Zavala-Río, A., Fantoni, I., and Lozano, R. (2003). Global stabilization of a pvtol aircraft model with bounded inputs. *International Journal of Control*, 76(18), 1833–1844.

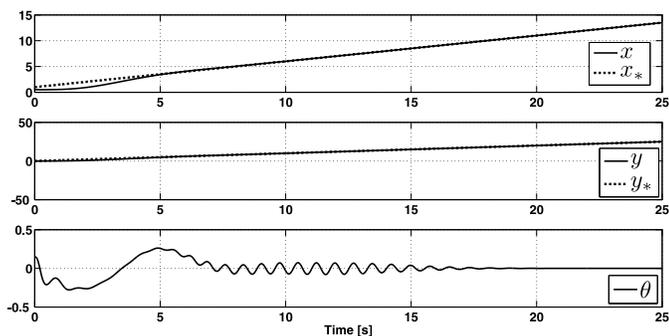


Fig. 1. Respuesta en lazo cerrado de la variable de posición en presencia de pequeñas perturbaciones, durante el seguimiento de una línea recta.

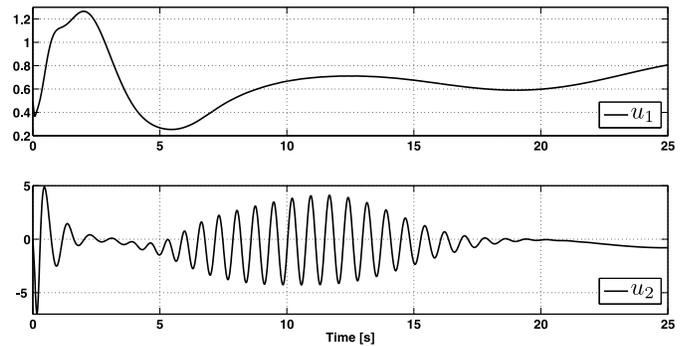


Fig. 2. Comportamiento de los controladores u_1 y u_2 en la presencia de pequeñas perturbaciones, durante el seguimiento de una línea recta.

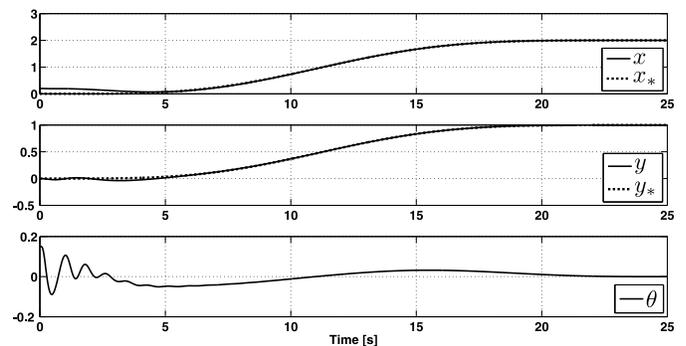


Fig. 3. Respuesta en lazo cerrado de la variable de posición en presencia de pequeñas perturbaciones, durante la traslación del VANDAP desde un punto inicial hasta uno final.

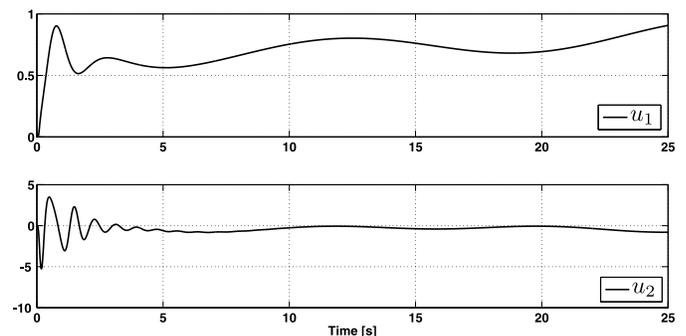


Fig. 4. Comportamiento de los controladores u_1 y u_2 en la presencia de pequeñas perturbaciones, durante la levitación de un punto inicial a uno final.