

APLICACIÓN DEL FILTROS ÓPTIMOS RISK-SENSITIVE Y KALMAN-BUCY EXTENDIDO A UN SISTEMA DE CALEFACCIÓN

Mirna Maricela Martínez Flores,* María Aracelia Alcorta García,* Santos Méndez Díaz, ** Simón Martínez Martínez, **Arturo Morales Fuentes, ** Nora Elizondo Villarreal,* Facundo Cortés Martínez,*** Alfredo Alanís Duran,*

*Facultad de Ciencias Físico Matemáticas, Universidad Autónoma de Nuevo León
Pedro de Alba S/N, C.P. 66455, San Nicolás de los Garza, N. L., México
mirna.mtz@gmail.com, maaracelia@gmail.com, nelizond@yahoo.com,

**Facultad de Ingeniería Mecánica y Eléctrica, Universidad Autónoma de Nuevo León
Pedro de Alba S/N, C.P. 66455, San Nicolás de los Garza, N. L. México
santos.mendezdz@uanl.edu.mx, simon.martinez@uanl.edu.mx, arturo.moralesfn@uanl.edu.mx

***Facultad de Ingeniería Ciencias y Arquitectura, Universidad Juárez del Estado de Durango
Av. Universidad S/N, Fracc. Filadelfia, 35070 Gómez Palacio, Dgo., México facundo_cm@yahoo.com.mx

Resumen: En este trabajo se presenta una comparación de las ecuaciones de filtrado estocástico Risk-Sensitive para sistemas polinomiales de primer grado, y las ecuaciones de filtrado de Kalman-Bucy extendidas. Estas ecuaciones son aplicadas a un sistema dinámico que representa a un proceso de calefacción, el cual consistente en una resistencia eléctrica como único componente. Los disturbios, son representados por medio de ruido blanco de Gauss en la ecuación de estado y de observaciones, el parámetro ε , el cual es el coeficiente del término de difusión en la ecuación del estado y de observaciones es asignado con diferentes valores afectando la intensidad del ruido. Se hace una comparación del estimado Risk-Sensitive con el estimado del filtro de Kalman-Bucy extendido para cada valor del parámetro ε . Los resultados obtenidos se presentan en una tabla mostrándose la eficiencia de las ecuaciones Risk-Sensitive sobre las de Kalman-Bucy extendido, respecto al error y a los valores de la función criterio a minimizar en tiempo final.

Palabras clave: Resistencia eléctrica, control, filtro Risk-Sensitive, filtro Kalman-Bucy extendido.

1. INTRODUCCION

Las resistencias eléctricas como medio calefactor son ampliamente utilizadas en la electrónica y en la calefacción de ambientes, con el objetivo de mantener cierto nivel de temperatura. Sin embargo la presencia de perturbaciones puede hacer ineficientes su funcionamiento. En este trabajo se plantea el modelo que representa el funcionamiento de una resistencia eléctrica como medio calefactor del interior de un recinto como un sistema dinámico de ecuaciones estocásticas. Algunos trabajos han aplicado diseños de control predictivo a sistemas de control de temperatura y humedad, como se puede ver en (Dost'ál & Ferkl, 2014), además se ha implementado un modelo no lineal de control predictivo para los espacios y sistemas HVAC como se puede ver en (Bing Dong, 2014). En los procesos industriales, el control más utilizado es el PID (Proporcional Integral y Derivativo) como se puede ver en (K.K. Tan, 2001), (Alessandro Beghi, 2011),

también es utilizado la lógica difusa (Schimitz, 2012), (Khayyam, 2013) y además de otros sistemas de control como se puede ver en (Soyguder, 2011). El problema de filtrado óptimo para sistemas lineales estocásticos con observaciones lineales fue resuelto en los años 60s y su solución es conocida como el filtro de Kalman Bucy. Esta solución es obtenida en forma cerrada, sin embargo cuando el sistema dinámico es no lineal la aplicación de las ecuaciones del filtro de Kalman Bucy recibe el nombre de filtro de Kalman Bucy extendido, el cual considera solo los términos lineales del estado (Kalman & Bucy, 1961). Se espera que al aplicar las estrategias de filtrado óptimo Risk-Sensitive para sistemas polinomiales estocásticos, el error, calcula la diferencia entre la temperatura y la temperatura objetivo sea menor que mediante el filtro Kalman-Bucy extendido como se puede ver en (Alcorta-García M., 2007). En este trabajo se aplican las ecuaciones de filtrado óptimo polinomial estocástico Risk-Sensitive y de filtrado

Kalman-Bucy extendido, con la finalidad de comparar ambos estimados con las mismas condiciones del sistema. Entre algunos antecedentes de la teoría de filtrado, el fundamento de la teoría de filtrado óptimo es establecido por Kalman y Bucy en los años 60's (Bucy, 1960), posteriormente se han desarrollado numerosos algoritmos, para diferentes casos, como para sistemas no lineales (W. M. McEneaney, 1998), para sistemas polinomiales (Alcorta-García Ma. Aracelia, 2003), para sistemas discretos (Calafiore, 2001), (Magdi S Mahmouda, 2004) para sistemas con retardos (Yin, 2017), (Xu, 2014) entre otros.

La obtención de las ecuaciones de filtrado polinomial Risk-Sensitive estocástico para ecuaciones de primer grado se puede ver en (Alcorta-García, Basin, & Acosta Sanchez, 2008) para ecuaciones de segundo grado se pueden ver en (Alcorta-García, Anguiano Rostro, & Torres, 2011) y para tercer grado (Alcorta-García, y otros, 2014). En los trabajos mencionados anteriormente se puede ver que el estimado óptimo Risk-Sensitive ofrece mayor eficiencia que el estimado de Kalman-Bucy y el estimado polinomial para sistemas polinomiales de primero, segundo y tercer grados. Al comparar las diferencias entre los estimados de cada filtro y el estado, las diferencias el estimado Risk-Sensitive son más pequeños, para valores del parámetro ε grandes (lo cual intensifica el ruido blanco presente en los procesos). Las ecuaciones de filtrado Risk-Sensitive para sistemas polinomiales de primer grado, se aplican de forma explícita en este trabajo y fueron obtenidas en forma cerrada en (Alcorta-García, Anguiano Rostro, & Torres, 2011). El objetivo de este trabajo es verificar la eficacia del filtrado óptimo Risk-Sensitive para sistemas polinomiales de primer grado y filtro Kalman-Bucy extendido para diferentes valores del coeficiente de difusión del término de difusión ε , aplicados a un sistema de calefactor donde el actuador es la resistencia eléctrica. Como trabajo a futuro, se pretende considerar el sistema de refrigeración completo, verificando ahorro en el consumo de energía.

La organización de este trabajo se menciona a continuación, en la sección 2 planteamiento del problema en el calefactor, en la sección 3 se presenta la aplicación de las ecuaciones del filtro Risk-Sensitive, en la sección 4 se aplican las ecuaciones del filtro de Kalman-Bucy extendido, los resultados obtenidos en la sección 5. Las conclusiones se presentan en la sección 6.

2. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA DEL CALEFACTOR

En el sistema de calefacción de un recinto, el actuador es la resistencia eléctrica ya que es utilizada para mantener la temperatura interior en un valor determinado. Para lograrlo este actuador se controla apagando la

resistencia cuando la temperatura es mayor a la consigna; en cambio cuando la temperatura sea menor, la potencia eléctrica se alimentará de forma proporcional a la diferencia de la temperatura de consigna y la temperatura interior del recinto.

Aplicando la primera ley de la termodinámica:

$$E_{entrada} - E_{salida} = \Delta E_{sistema}.$$

Consideraciones generales de la dinámica del sistema, el calor transmitido con una velocidad constante (Yunus A. Cengel, 2011)

$$\dot{q} = \dot{m}c_p\Delta T. \quad (1)$$

Donde \dot{m} es el flujo másico, c_p es la capacidad térmica del aire a presión constante.

La ecuación (1) se toma como el calor absorbido por el aire en el interior del recinto.

2.1 Conducción

Aplicando la ley de Fourier en la conducción de calor dentro de una pared, en análisis unidimensional, se obtiene (Yunus A. Cengel, 2011) la ecuación:

$$\dot{q}_{cond} = -kA \frac{T_{int}(t) - T_{ext}}{L}.$$

Donde k es la conductividad térmica del material, A es el área superficial de la pared, L es el espesor de la pared, T_{int} es la temperatura de la superficie de la pared interior del recinto, T_{ext} es la temperatura de la superficie de la pared exterior del recinto.

2.2 Convección

Para expresar el efecto global de convección se utiliza la ley de Newton de enfriamiento la cual está dada por:

$$\dot{q}_{conv} = hA(T_s - T_\alpha).$$

Donde h es el coeficiente de transferencia de calor convectivo, con unidades W/M^2K , A denota el área superficial de la pared, T_s denota la temperatura de la superficie, T_α denota la temperatura del fluido.

2.3 Concepto de resistencia térmica:

Se plantea la ley de Fourier desde un punto de vista conceptual.

El flujo de calor debe de ser el mismo en cada sección. El proceso de transferencia de calor se puede representar por el circuito de resistencias como se puede ver en (Holman, 1999) donde la transferencia de calor global se calcula como:

$$\dot{q}_{total,paredes} = \frac{T_{int} - T_{ext}}{AR_{eq}}. \quad (2)$$

Donde:

$$AR_{eq} = \frac{1}{hA} + \frac{L}{KA} + \frac{1}{hA}$$

2.4 Trabajo eléctrico

Cuando los electrones cruzan las fronteras de un sistema realizan un trabajo eléctrico sobre este. En este campo eléctrico, los electrones de un alambre se mueven por el efecto de las fuerzas electromotrices, por lo tanto realizan un trabajo. Cuando N Coulombs de carga eléctrica se mueven a través de una diferencia de potencia V , el trabajo eléctrico realizado está dado por

$$W_e = VN$$

El cual también se puede expresar en forma de tasa como:

$$\dot{W}_e = VI \quad (3)$$

Donde \dot{W}_e es la potencia eléctrica e I es el número de carga eléctrica que fluye por la unidad de tiempo, es decir, la corriente, como se puede observar en (Cengel, 2012).

Al sumar el calor del aire del recinto (1), el calor total de la pared (2) y el trabajo eléctrico (3) se obtiene la ecuación que describe el comportamiento del sistema de calefacción, la cual es dada por:

$$\dot{m}c_p\Delta T - \frac{(T_{int}(t) - T_{ext})}{AR_{eq}} = W_e. \quad (4)$$

Tomando en cuenta que ΔT es el cambio de la temperatura del aire en el interior del recinto, por lo que varía en función del tiempo, (4) toma la forma:

$$\dot{m}c_p \frac{dT_{int}(t)}{dt} - \frac{(T_{int}(t) - T_{ext})}{AR_{eq}} = W_e.$$

Tomando solo el lado izquierdo de la ecuación

$$\frac{(T_{int}(t) - T_{ext})}{AR_{eq}} = \dot{m}c_p \frac{dT_{int}(t)}{dt}$$

Despejando $\frac{dT_{int}}{dt}$

$$\frac{1}{\dot{m}c_p} \left(\frac{T_{int}(t) - T_{ext}}{AR_{eq}} \right) = \frac{dT_{int}(t)}{dt} \quad (5)$$

Agregando el componente de las perturbaciones como ruido blanco Gaussiano con coeficiente de difusión $\sqrt{\frac{\epsilon}{2\gamma^2}}$, donde $\gamma = 2$ es una medida de nivel de atenuación del

término de difusión (véase (McEneaney, 1999) para más detalles) y ϵ es el parámetro de intensidad del proceso de difusión, (5) toma la forma:

$$\frac{dT_{int}(t)}{dt} = \left[\frac{-T_{ext}}{(\dot{m}c_p)AR_{eq}} \right] + \left[\frac{1}{(\dot{m}c_p)AR_{eq}} \right] T_{int}(t) + \sqrt{\frac{\epsilon}{2\gamma^2}} dW_1(t) \quad (6)$$

La ecuación de observaciones es lineal y está dada por:

$$\dot{Y}(t) = T_{int}(t) + \sqrt{\frac{\epsilon}{2\gamma^2}} dW_2(t). \quad (7)$$

Donde $T_{int}(t) \in \mathbb{R}$, es la variable de estado, $dW_1(t)$ y $dW_2(t) \in \mathbb{R}$ son los términos de difusión, representados por proceso Browniano, independientes entre si y de la condición inicial $T_{int}(0)$.

3. APLICACION DEL FILTRO RISK-SENSITIVE

Sea (Ω, \mathcal{F}, P) un espacio de probabilidad completo con una familia continua por la derecha, creciente de σ -álgebras $\mathcal{F}(t)$, $t \geq 0$, y sea $(W(t), F(t), t \geq 0)$ un proceso $F(t)$ adaptado de Wiener. Considerando los procesos aleatorios no observables $F(t)$ -medibles $x(t)$ gobernado por las ecuaciones de estado polinomial de primer grado:

$$dx(t) = f(t, X(t))dt + \sqrt{\frac{\epsilon}{2\gamma^2}} dW(t). \quad (8)$$

Tomando en cuenta que:

$$f(t, X(t)) = A_0(t) + A_1(t)X(t). \quad (9)$$

Donde $X(t) \in \mathbb{R}^n$, $A_0(t) \in \mathbb{R}^n$, $A_1(t) \in \mathbb{M}_{n \times n}$ con elementos en los reales. Sustituyendo (9) en (8) y el estado $X(t)$ por $T_{int}(t)$, se obtiene la ecuación dinámica estocástica, no lineal para el sistema de calefacción:

$$\frac{dT_{int}(t)}{dt} = A_0(t) + A_1(t)T_{int}(t) + \sqrt{\frac{\epsilon}{2\gamma^2}} dW(t). \quad (10)$$

$$\text{Donde } A_0(t) = \left[\frac{-T_{ext}}{(\dot{m}c_p)AR_{eq}} \right], A_1(t) = \left[\frac{1}{(\dot{m}c_p)AR_{eq}} \right].$$

La solución al problema de filtrado del sistema (10) está dada por la ecuación del estimado $\hat{C}(t)$, la cual es la solución de la ecuación diferencial:

$$\begin{aligned}\dot{C}(t) = & A_0 + A_1^T(t)C(t) \\ & - Q^{-1}(t)E_1(t)(dy - E_1(t)C(t) \\ & - E(t)),\end{aligned}$$

donde $Q(t)$ es la solución de la siguiente ecuación de Riccati

$$\begin{aligned}\dot{Q}(t) = & -A(t)_1^T Q(t) - Q(t)A_1(t) + Q(t)^T Q(t) \\ & - E_1(t)^T E_1(t),\end{aligned}$$

con $C(t) \in R^n$, $Q(t) \in M_{n \times n}$, como se puede ver en (Alcorta-Garcia M., 2007).

Aplicando a (7) y (10), la ecuación del estimado del estado $C(t)$ está dada por la solución de la siguiente ecuación diferencial:

$$\begin{aligned}\dot{C}(t) = & \frac{1}{mc_p} \left(\frac{-T_{ext}}{AR_{eq}} \right) + \frac{1}{mc_p} \left(\frac{1}{AR_{eq}} \right) C(t) - \\ & Q^{-1}(t)[1(dy - C(t) - 1)](t).\end{aligned}\quad (11)$$

Donde $Q(t)$ es la solución de la siguiente ecuación de Riccati.

$$\dot{Q}(t) = -2Q(t) \frac{1}{mc_p} \left(\frac{1}{AR_{eq}} \right) + Q^T(t)Q(t) - 1. \quad (12)$$

Con $Q(t) \in M_{n \times n}$, en este caso $n = 1$.

Cuyos puntos de equilibrio son $Q_1 = -0.9844$ y $Q_2 = 1.0158$.

La función costo exponencial cuadrática J a minimizar está dada por:

$$\begin{aligned}J = & \varepsilon \log E \exp \left[\frac{1}{\varepsilon} \int_0^T [(X(t) \right. \\ & \left. - C(t))^T R(t)(X(t) - C(t))] dt \right. \\ & \left. / Y(t) \right].\end{aligned}\quad (13)$$

Donde $R(s)=1$, E denota el valor esperado condicional, dadas las observaciones $Y(t)$. El problema del filtro consiste en obtener la ecuación de un estimado del estado el cual minimiza el error y los valores del criterio exponencial cuadrático J en tiempo final. Las ecuaciones (7), (10), (11), (12) y (13) son simuladas mediante Simulink. Los resultados obtenidos de la simulación son presentados en la tabla 2 donde se puede apreciar los valores del error y el criterio J para diferentes valores de ε .

4. APLICACIÓN DEL FILTRO KALMAN-BUCY EXTENDIDO

Aplicando las ecuaciones de filtro Kalman-Bucy extendidas de (Jazwinski, 1998) en (7) y (10).

La ecuación del estimado del estado esta dado por:

$$\hat{x}(t) = \frac{1}{63.5} \hat{x}(t) + P(t)[Y(t) - \hat{x}(t)]. \quad (14)$$

Donde $P(t)$ es la solución de la ecuación de covarianza del error :

$$\dot{P}(t) = \frac{2}{63.5} P(t) - P^2(t) + \frac{\varepsilon}{2\gamma^2}. \quad (15)$$

En la tabla 1 se muestran los puntos de equilibrio para cada valor de ε . $P1$ y $P2$ son las soluciones de (15).

Tabla 1: Puntos de equilibrio del filtro Kalman-Bucy según los valores de ε

ε	P1	P2
0.001	0.03506	-0.0035
0.01	0.05445	-0.0229
0.1	0.1286	-0.0971
1	0.3696	-0.3381
10	1.1338	-1.1023
100	3.5513	-3.5198
1000	11.196	-11.1646
10000	35.371	-35.3395

Las ecuaciones (7), (10), (14), (15), (13) son simuladas en Simulink, los resultados se muestran.

5. RESULTADOS

El tiempo de simulación para cada sistema de ecuaciones es $0 \leq t \leq 100$. Los valores del error para cada estimado: Kalman-Bucy extendido y Risk-Sensitive se muestra en la tabla 2. En la tabla 2 se puede observar que los errores (diferencia entre el estado y el estimado obtenido por cada filtro) para ambos estimados son más pequeños para el estimado Risk-Sensitive, similarmente, los valores del criterio exponencial cuadrático J son menores para las ecuaciones de filtrado Risk-Sensitive.

Tabla 2: Valores de errores para los estimados de Kalman-Bucy (14) y Risk-Sensitive (11) y de la función criterio cuadrático a minimizar $J(13)$, para diferentes valores del parámetro ε .

ε	error Kalman-Bucy extendido	error Risk-Sensitive	J-KB-E	J-R-S
0.001	-14.58	-1.09E-5	0.0125	4.19E-6

0.01	-9.329	-3.44E-5	0.0865	4.19E-5
0.1	-3.303	-0.000108	0.288	4.19E-4
1	-1.049	-0.000344	0.544	4.19E-3
10	-0.3268	-0.001088	0.124	0.04188
100	0.9282	-0.00344	96.15	0.4188
1000	10.53	-0.01088	3939.7	4.1885
10000	49.98	-0.034	8.6E+4	41.885

En la figura 1 se observa la tendencia del estimado Risk-Sensitive vs Kalman-Bucy extendido donde se puede apreciar que el estimado Risk-sensitive es más próximo a

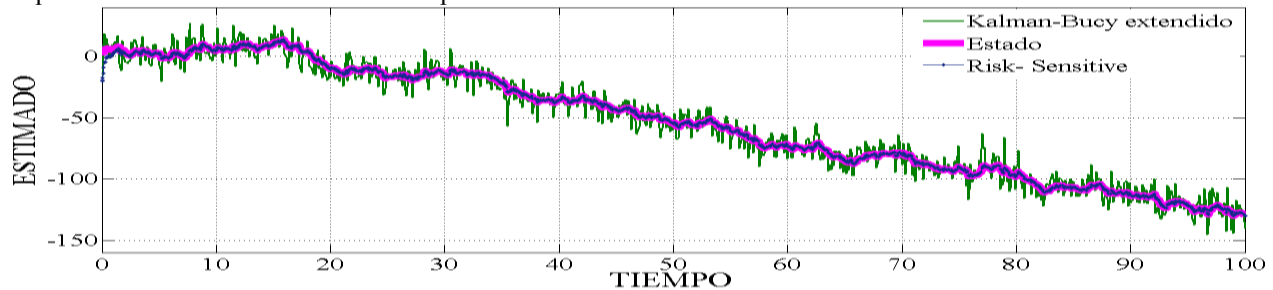


Figura 1: Gráfica de los estimados Kalman-Bucy extendido (14) y Risk-Sensitive (11), con $\varepsilon=1000$.

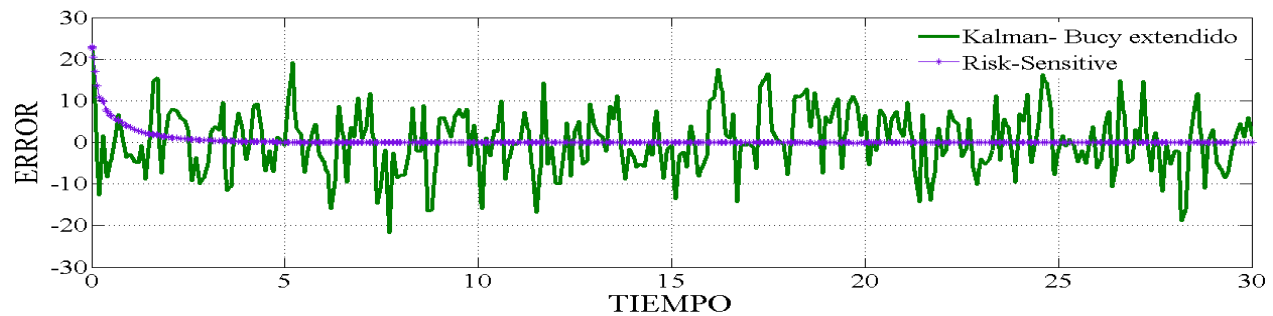


Figura 2: Gráfica de los errores de los estimados Kalman-Bucy extendido (14) y Risk-Sensitive (11), con $\varepsilon=1000$.

5. CONCLUSIONES

Se aplicaron las ecuaciones de filtrado óptimo Risk-Sensitive y de Kalman-Bucy extendido a un modelo de calefacción, representado mediante una resistencia eléctrica. Se puede observar que el estimado Risk-Sensitive es mejor que el Kalman-Bucy extendido ya que los valores de la función exponencial cuadrática a minimizar J son menores para el estimado Risk-Sensitive así mismo, el error es más pequeño, bajo las mismas condiciones y todos los valores del parámetro ε . Se calculó las desviación estándar del error de cada uno de los filtros siendo estas $\sigma=0.905$ para el estimado Risk-Sensitive y $\sigma=18.416$ para el estimado de Kalman-Bucy extendido lo cual confirma lo mencionado anteriormente.

REFERENCIAS

Alcorta-García MA, B. M.-S. (2009). Risk-Sensitive approach to optimal filtering and control for linear Stochastic Systems.

los valores del estado para $\varepsilon = 1000$, en cambio en la gráfica del estimado Kalman-Bucy extendido sus oscilaciones son de mayor amplitud, bajo las mismas condiciones que el filtro Risk-Sensitive.

En la figura 2 se presentan las gráficas del error para el estimado Risk-Sensitive y estimado Kalman-Bucy extendido para $\varepsilon = 1000$, y $t \in [0, 30]$ con la finalidad de mostrar mas a detalle. Se puede apreciar que el error para el estimado Kalman Bucy extendido oscila en un intervalo de -10 a +10, a diferencia del error del estimado Risk-Sensitive, el cual oscila entre -1 y 1.

International Journal of Innovative Computing, Information and Control , 5 (6), 1—08-051.

Alcorta-García MA, B. M.-S. (2009). Risk-Sensitive approach to optimal filtering and control for linear Stochastic Systems. *International Journal of Innovative Computing, Information and Control* , 5 (6), 1—08-051.

Alcorta-García, M. A., Basin, M., & Acosta Sanchez, Y. (9-11 de December de 2008). Optimal Risk-Sensitive Filtering and Control for Linear Stochastic Systems. *IJICIC* .

Alcorta-Garcia, M. (2007). Optimal Filtering for Linear Systems: Kalman-Bucy versus Risk-Sensitive.

Alcorta-García, M. V. (2003). Optimal Filtering and Control for Third Degree Polynomial Systems. *Dynamics of Continuous Discrete and Impulsive Systems* , 10 (5), 663-680.

- Alcorta-García, M., Rostro, S. G., Anguiano, Alemán, Y. N., Villarreal, N. E., & Cantú, H. R. (2014). Application of nonlinear Risk-Sensitive optimal control equations to excitable noise system. *Methods and Models in Automation and Robotics (MMAR)*,. Miedzyzdroje, Poland: IEEE.
- Alcorta-Garcia, S. G. (2011). Optimal Risk-Sensitive Filtering for System Stochastic of Second and Third Degree. *Intelligent Control and Automation* , 2, 47-56.
- Alessandro Beghi, L. C. (2011). On-line, auto-tuning control of Electronic Expansion Valves. *International journal of refrigeration* , 34, 1151-1161.
- B. Saleh, A. A. (2015). Flow Control Methods in Refrigeration Systems: A Review. *International Journal of Control, Automation and System*, , 4 (1).
- Bellman, R. (2003). *Dynamic programming*.
- Bernhard, B. (2008). *H ∞ optimal control and related minimax design problems*. Modern Classics Birkhäuser.
- Bucy, R. E. (1960). New Results in Linear Filtering and Prediction Theory. *Journal of Basic Engineering* , 83 (1), 95-108.
- Calafiore, L. E. (2001). Robust Filtering for Discrete-Time Systems with Bounded Noise and Parametric Uncertainty . *IEEE Transactions on automatic control* , 46 (7), 1084-1089.
- Cengel, Y. (2012). *Termodinamica*. México D.F.: Mc Graw Hill.
- Dost'ál, J., & Ferkl, L. (2014). Model Predictive Control of Climatic Chamber with On-off Actuators. *Preprints of the 19th World Congress The International Federation of Automatic Control*. Cape Town, South Africa.
- Fleming, W. H. (1992). *Risk-Sensitive optimal control and differential games*. (T. E.-D. Duncan, Ed.) Berlin, Germany: Springer Berlin Heidelberg.
- Francis, B. A. (1987). A course in h_{∞} control theory. *Lecture Notes in Control and Information Sciences* 88, .
- Holman. (1999). *Transferencia de calor* (8° ed.). Madrid, España: Mc Graw Hill.
- Jazwinski, A. H. (1998). *Stochastics Processes and Filtring Theory*. New York: Dover Publications Inc.
- K.K. Tan, T. L. (2001). On-line relay identification, assessment and tuning of PID. *Journal of Process Control ll* , 483–496.
- Kalman, R., & Bucy, R. (1961). New results in linear filtering and prediction theory. *ASME Transactions, Part D Journal of Basic Engineering* , 83, 95-108.
- Khayyam, H. (2013). Adaptive intelligent control of vehicle air conditioning system. *Applied Thermal Engineering* , 51, 1154-1161.
- Magdi S Mahmouda, P. S. (2004). Robust Kalman filtering for discrete-time Markovian jump systems with parameter uncertainty. *Journal of Computational and Applied Mathematics* , 169 (1), 53-69.
- McEneaney, W. (1999). Robust/game-theoretic methods in filtering and estimation. *Proc. DARPA Symposium an Advances in Enterprise Control* .
- McKean, H. D. (1975). *Fourier series and integrals*. Academic Press.
- R. E. Mortensen. (1968). Maximum Likelihood Recursive Nonlinear Filtering. *Journal of Optimization Theory and Applications* , 2 (6), 386-394.
- Runolfsson, T. (1990). Stationary risk-sensitive lqg control and its relation to lqg and h_{∞} -control. *IEEE Conference on Decision and Control (CDC)*, (págs. 1018–1023).
- Schimitz, J. E. (2012). Fuzzy-PID controller applied to a refrigeration system. 20.
- Soyguder. (2011). Intelligent system based on wavelet decomposition and neural network for predicting of fan speed for energy saving in HVAC system43,. *Energy and Buildings* , 43, 814-822.
- W. M. McEneaney. (1998). Robust H_{∞} Filtering for Nonlinear Systems. *Systems and Control Letters* , 33 (5), 315-325.
- Whittle, P. (1990). *Risk-sensitive optimal control*. John Wiley and Sons,.
- Xu, D. C. (2014). Optimal Kalman Filtering for a Class of State Delay Systems with Randomly Multiple Sensor Delays. *Abstract and Applied Analysis, Hindawi* , ID 716716, 10 pages.
- Yin, X. (2017). Initial-state detectability of stochastic discrete-event systems with probabilistic sensor failures. *Automatica* , 80, 127-134.
- Yunus A. Cengel, A. J. (2011). *Tranferencia de calor y masa* (Cuarta ed.). México: Mc Graw Hill.