

Observador adaptable para edificios bajo el enfoque de propagación de ondas

Jesús Morales-Valdez * Luis Alvarez-Icaza * Antonio Concha **

* Instituto de Ingeniería, Universidad Nacional Autónoma de México
04510 Coyoacán DF, México

(e-mail: jmoralesv@iingen.unam.mx, alvar@pumas.iingen.unam.mx)

** Facultad de Ingeniería Mecánica y Eléctrica, Universidad
de Colima, C.P. 28400, Coquimatlán, Colima, (aconcha@uclm.mx)

Resumen: Se presenta un observador adaptable para modelos de edificios a cortante que permite recuperar los parámetros estructurales desconocidos y las señales no medibles de desplazamiento y velocidad, a partir únicamente de señales de aceleración. El modelo del edificio se basa en una barra a cortante discreta, que se usa en un esquema de identificación por mínimos cuadrados normalizado, con factor de olvido y un esquema de proyección paramétrica que garantiza parámetros positivos, y un estimador de estados tipo Luenberger. El esquema de identificación planteado, resuelve el problema de desacoplar los parámetros rigidez-masa y amortiguamiento-masa de los estados del modelo. Además, se presenta una nueva parametrización basada en filtros integrales lineales, que eliminan perturbaciones constantes y atenúan el ruido de medición. Los resultados experimentales validan la versatilidad del método propuesto.

Palabras clave: Observador adaptable, identificación de parámetros, filtros integrales lineales, propagación de ondas, monitoreo de salud estructural

1. INTRODUCCIÓN

Los edificios son un tipo particular de estructuras civiles que acumulan daño gradualmente durante su vida útil debido a la degradación de los materiales y elementos que los conforman, o bien a causa de fenómenos naturales que inciden de manera negativa en su funcionamiento, como son los sismos. La mayoría de los métodos de monitoreo de salud estructural en ingeniería civil están basados en el análisis modal, que estudia cambios en las frecuencias naturales y en las formas modales, características que no son sensibles a daño local, especialmente cuando éste es moderado o pequeño. En Doebling et al. (1998) se presenta una revisión extensiva sobre este tipo de métodos, que es actualizada posteriormente en Sohn et al. (2003). De manera similar, en Carden y Fanning (2004); Kong et al. (2017) se presenta una revisión de métodos vibracionales con énfasis en aplicaciones de ingeniería estructural. Das et al. (2016) presenta un estudio comparativo entre los diferentes métodos de detección de daño basados en vibraciones. Sin embargo, en Clinton et al. (2006) se concluye que las frecuencias de vibración y las formas modales no son siempre un indicador confiable de la presencia de daño, pues aquellas son sensibles a condiciones ambientales, como la temperatura y lluvia. No obstante, esta limitante es superada si se cuantifican las variaciones debidas a diversas condiciones climáticas, en diferentes días y estaciones del año, como se estudia en Clinton et al. (2006); Nayeri et al. (2008).

Por otra parte, los métodos de propagación de onda son un enfoque alternativo que permite estudiar características

locales de los edificios. Estos métodos fueron introducidos por Trifunac et al. (2003). Bajo esta idea, Todorovska y Rahmani (2012) presentan un algoritmo que identifica cambios en las velocidades de propagación del movimiento sísmico a través de un edificio. Posteriormente, el algoritmo es mejorado empleando técnicas como la interferometría e inversión de onda (Rahmani y Todorovska, 2014). Sin embargo, estos métodos están desarrollados en el dominio de la frecuencia y en consecuencia no son adecuados para aplicaciones en tiempo real. Además, los efectos de reflexión y dispersión pueden modificar la precisión para calcular las velocidades de propagación, como se discute en Fukuwa y S.Matsushima (1994).

En este artículo, se extienden los trabajos de Todorovska y Rahmani (2012); Rahmani y Todorovska (2014) que postulan un modelo de propagación de ondas en el dominio de la frecuencia. Aquí se mantiene el mismo enfoque, pero se transforma la forma de procesar la información para pasar de un proceso fuera de línea a uno de identificación de parámetros y estimación de estados en tiempo real. El observador adaptable produce el mejor conjunto posible de parámetros, en el sentido de mínimos cuadrados, que no se ocupa directamente de la reflexión y dispersión. Por otro lado, el requisito de recuperar los parámetros en tiempo real descarta el uso de procesamiento de datos fuera de línea para eliminar el sesgo en las mediciones de aceleración. Los efectos de éste son superados empleando Filtros Integrales Lineales (FIL), cuya inclusión también elimina las componentes de alta frecuencia del espectro de aceleración en tiempo real, centrándose en el ancho de banda de interés, con ellos se logra un efecto similar al

filtrado sugerido en Rahmani y Todorovska (2014). Por otra parte, en la práctica es difícil medir los desplazamientos y velocidades debido a que no existe un marco de referencia inercial estático. Tampoco es viable integrar las señales de aceleración, debido a que el sesgo distorsiona las estimaciones de los desplazamientos y velocidades. Por esta razón se usa un estimador de estados tipo Luenberger, que supera ese problema. Este artículo está organizado de la siguiente manera: la sección 2 describe el modelo de edificio y el proceso de discretización usados. La sección 3 describe el observador adaptable propuesto que consta de un esquema de identificación y un estimador de estados. Los resultados experimentales se presentan en la sección 4, y finalmente, las conclusiones de este trabajo se dan en la sección 5.

2. MODELO MATEMÁTICO

Considere el edificio de cortante de múltiples pisos mostrado en la Fig. 1, cuya dinámica es modelada empleando la ecuación de onda con amortiguamiento de Kelvin, (Morales-Valdez y Alvarez-Icaza, 2015)

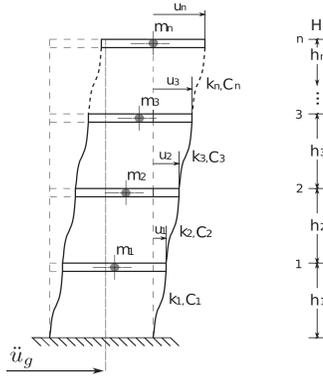


Figura 1. Edificio de cortante clásico

$$\beta^2 \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \eta^2 \frac{\partial^2 \dot{u}}{\partial y^2} = \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad (1)$$

donde β es la velocidad de propagación del movimiento y η es una constante proporcional a la fuerza de amortiguamiento. Las condiciones iniciales y de frontera para este modelo (1) son las siguientes:

$$u(y, 0) = 0 \quad 0 \leq y \leq H \quad (2a)$$

$$\dot{u}(y, 0) = 0 \quad 0 \leq y \leq H \quad (2b)$$

$$u(0, t) = u_g \quad 0 < t \quad (2c)$$

$$\mu \dot{u}(H, t) = 0 \quad 0 < t \quad (2d)$$

donde μ es el módulo de cortante. Además se supone que el edificio está inicialmente en reposo de acuerdo con (2a) y (2b), y por lo tanto $u(0)$, $\dot{u}(0)$ y $\ddot{u}(0)$ son cero. Durante la actividad sísmica, únicamente la base de la estructura es excitada mediante u_g , ver (2c). El edificio está libre de esfuerzo en el techo de acuerdo con (2d). Finalmente, el modelo en (1), permite tratar el modelo de edificio a cortante como una barra de cortante elástica y por lo tanto los efectos de propagación de onda pueden ser estudiados.

2.1 Semidiscretización espacial

Con el objetivo de crear un sistema de identificación en línea, el modelo continuo es discretizado en puntos que coinciden con los pisos instrumentados. En consecuencia, se producen diferentes velocidades de propagación y coeficientes de amortiguamiento. Para los puntos 1 al $n-1$ se usa una aproximación centrada de segundo orden y un *backward* de primer orden en el punto n , generando

$$\ddot{u} = \beta_M^2 \Lambda u + \eta_M^2 \Lambda \dot{u} + b \ddot{u}_g \quad (3)$$

donde β_M^2 y η_M^2 son matrices $\in \mathcal{R}^{p \times p}$, con $p = (n+1)$, que se definen de la siguiente manera

$$\beta_M^2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \beta_1^2 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & \beta_2^2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & \beta_n^2 \end{bmatrix}, \quad \eta_M^2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \eta_1^2 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & \eta_2^2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & \eta_n^2 \end{bmatrix} \quad (4)$$

Los elementos de las matrices en (4) están relacionados con las propiedades de cada piso. Una ventaja importante de (3) es que no necesita transformación de coordenadas para encontrar la solución del sistema. Además,

$$\Lambda = \frac{1}{\Delta h^2} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 1 & -2 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 1 & -2 & 1 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$u = [u_0, u_1, u_2, \dots, u_n]^T, \quad \dot{u} = [\dot{u}_0, \dot{u}_1, \dot{u}_2, \dots, \dot{u}_n]^T, \quad (6)$$

$$\ddot{u} = [\ddot{u}_0, \ddot{u}_1, \ddot{u}_2, \dots, \ddot{u}_n]^T$$

donde $\Delta h = H/(n+1)$ para pisos uniformemente espaciados. Además, se supone que la aceleración en la condición de frontera, $H = 0$, es medible y equivalente a la actividad sísmica, es decir, $\ddot{u}_0 = \ddot{u}_g$. Las entradas u_0 y $\dot{u}_0 \in \mathcal{R}^+$ dentro de los vectores u y $\dot{u} \in \mathcal{R}^{p \times 1}$ en (6) describen el desplazamiento y la velocidad del terreno, respectivamente. Mientras los pisos restantes u_i y \dot{u}_i con $i = 1, 2, \dots, n$ representan las mediciones absolutas respectivas en cada piso. Finalmente $\ddot{u} \in \mathcal{R}^{p \times 1}$ es el vector de aceleración absoluta. En espacio de estados (3) es de la forma

$$\begin{bmatrix} \dot{u} \\ \dot{v} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0_{p \times p} & I_{p \times p} \\ \beta_M^2 \Lambda & \eta_M^2 \Lambda \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ b \end{bmatrix} \ddot{u}_g \quad (7)$$

cuya salida está dada por

$$z = (\ddot{u} - b \ddot{u}_g) = [\beta_M^2 \Lambda \quad \eta_M^2 \Lambda] [u \quad v]^T \quad (8)$$

donde, $0_{p \times p}$ e $I_{p \times p}$ denotan las matrices nula e identidad de tamaño $(p \times p)$, respectivamente.

3. OBSERVADOR ADAPTABLE

Asumiendo que en un edificio real las matrices de parámetros β_M^2 y η_M^2 son desconocidas y que los desplazamientos y velocidades no pueden ser medidos, en esta sección se diseña un observador adaptable, que combina un estimador de

estados con un esquema de identificación para reconstruir las señales no medibles y al mismo tiempo recuperar los parámetros desconocidos.

3.1 Identificación de parámetros

Sea la ecuación de onda con amortiguamiento de Kelvin discretizada (3), la cual puede ser reescrita como

$$z = \beta_M^2 \Lambda u + \eta_M^2 \Lambda \dot{u}, \quad \text{con} \quad z = (\ddot{u} - b\ddot{u}_g) \quad (9)$$

replantando la Ec. (9) como

$$\beta_M^2 \Lambda u = \psi \beta_V^2 = \psi \Theta_\beta \quad (10)$$

$$\eta_M^2 \Lambda \dot{u} = \dot{\psi} \eta_V^2 = \dot{\psi} \Theta_\eta \quad (11)$$

donde, los elementos de las matrices β_M^2 y η_M^2 son empleados para construir los vectores β_V^2 y $\eta_V^2 \in \mathcal{R}^{p \times 1}$. Por consiguiente, Λu y $\Lambda \dot{u}$ son ahora matrices con dimensión $\mathcal{R}^{p \times p}$. Por facilidad son renombradas como ψ y $\dot{\psi}$, y se definen como

$$\Theta_\beta = [0 \ \beta_1^2 \ \beta_2^2 \ \beta_3^2 \ \dots \ \beta_{n-1}^2 \ \beta_n^2]^T \quad (12)$$

$$\psi = \frac{1}{\Delta h^2} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ u_0 & -2u_1 & u_2 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & u_1 & -2u_2 & u_3 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & u_2 & -2u_3 & u_4 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & u_{n-2} & -2u_{n-1} & u_n \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & u_{n-1} & -u_n \end{bmatrix} \quad (13)$$

$$\Theta_\eta = [0 \ \eta_1^2 \ \eta_2^2 \ \eta_3^2 \ \dots \ \eta_{n-1}^2 \ \eta_n^2]^T \quad (14)$$

$$\dot{\psi} = \frac{1}{\Delta h^2} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \dot{u}_0 & -2\dot{u}_1 & \dot{u}_2 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \dot{u}_1 & -2\dot{u}_2 & \dot{u}_3 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dot{u}_2 & -2\dot{u}_3 & \dot{u}_4 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & \dot{u}_{n-2} & -2\dot{u}_{n-1} & \dot{u}_n \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & \dot{u}_{n-1} & -\dot{u}_n \end{bmatrix} \quad (15)$$

donde, $\Theta_\beta, \Theta_\eta \in \mathcal{R}^{p \times 1}$. Por lo tanto, (9) es ahora de la forma

$$z = \psi \Theta_\beta + \dot{\psi} \Theta_\eta \quad (16)$$

usando la transformada de Laplace, (16) es reescrita en el dominio de la frecuencia como

$$Z(s) = \Psi(s) \Theta_\beta + s \Psi(s) \Theta_\eta \quad (17)$$

multiplicando (17) por s^3 , se produce

$$\begin{aligned} s^3 Z(s) &= s^3 \Psi(s) \Theta_\beta + s^4 \Psi(s) \Theta_\eta \\ &= s \mathcal{L}[\ddot{\psi}] \Psi(s) \Theta_\beta + s^2 \mathcal{L}[\ddot{\psi}] \Psi(s) \Theta_\eta \end{aligned} \quad (18)$$

Note que mientras (16) depende de señales no medibles, (18) depende únicamente de señales medibles de aceleración. En el dominio del tiempo (18) es de la forma

$$z^{(3)} = \psi^{(3)} \Theta_\beta + \psi^{(4)} \Theta_\eta \quad (19)$$

donde el superíndice $(j) = 1, 2, 3, \dots, n$, representa la j -ésima derivada temporal. Por otra parte, asumiendo que las señales de aceleración están contaminadas con ruido

de medición y perturbaciones constantes, estas pueden ser eliminadas empleando filtros integrales lineales (Garnier et al., 2010), definidas como

$$I_q\{\varphi(t)\} = \frac{1}{\delta^q} \int_{t-\delta}^t \int_{\tau_1-\delta}^{\tau_1} \dots \int_{\tau_{q-1}-\delta}^{\tau_{q-1}} \varphi(\tau_q) d\tau_q \dots d\tau_1 \quad (20)$$

donde, q es el número de integrales sobre intervalos de tiempo finito de la señal $\varphi(t)$. Por otra parte, el tiempo de integración $\delta \in \mathcal{R}^+$ está definido por el tamaño de la ventana móvil, como

$$\delta = \bar{n} T_s \quad (21)$$

donde T_s es el período de muestreo y $\bar{n} > 0$ es el factor de escala que define el tiempo de la ventana de integración, que debe ser seleccionado de acuerdo con el ancho de banda del sistema. Aplicando el operador $I_5[\cdot]$ a (19), se produce

$$\Xi(t) = \Upsilon_\beta(t) \Theta_\beta + \Upsilon_\eta(t) \Theta_\eta \quad (22)$$

donde

$$\Xi(t) = \frac{\vartheta}{\delta^3} I_2 \left\{ \sum_{j=0}^3 \binom{3}{j} (-1)^j z(t-j\delta) \right\} \quad (23)$$

$$\Upsilon_\beta(t) = \frac{\vartheta}{\delta} I_4 \left\{ \sum_{j=0}^1 \binom{1}{j} (-1)^j \ddot{\psi}(t-j\delta) \right\} \quad (24)$$

$$\Upsilon_\eta(t) = \frac{\vartheta}{\delta^2} I_3 \left\{ \sum_{j=0}^2 \binom{2}{j} (-1)^j \ddot{\psi}(t-j\delta) \right\} \quad (25)$$

donde, $\Xi \in \mathcal{R}^{p \times 1}$, Υ_β y $\Upsilon_\eta \in \mathcal{R}^{p \times p}$, $\binom{n}{j}$ es el coeficiente binomial y finalmente $\vartheta \in \mathcal{R}^+$ es un grado de libertad que permite normalizar la amplitud de las señales filtradas. Una manera de parametrizar (22) es

$$\Xi(t) = \Upsilon(t) \Theta \quad (26)$$

donde, $\Theta = [\Theta_\beta^T, \Theta_\eta^T]^T \in \mathcal{R}^{2p \times 1}$ es el vector de parámetros reales del sistema y $\Upsilon = [\Upsilon_\beta, \Upsilon_\eta] \in \mathcal{R}^{p \times 2p}$ es el regresor, formado por señales de aceleración filtradas.

3.2 Mínimos cuadrados

Sea $\hat{\Theta} = [\hat{\Theta}_\beta^T, \hat{\Theta}_\eta^T]^T$ el vector de parámetros estimados en (26), tal que son identificados empleando el algoritmo normalizado de mínimos cuadrados con factor de olvido, dado por, (Ioannou y Sun, 1989)

$$\dot{P} = \alpha P - \frac{P \Upsilon^T \Upsilon P}{m^2} \quad (27)$$

$$\dot{\hat{\Theta}} = P \Upsilon^T \varepsilon \quad (28)$$

donde α es el factor de olvido, P es la matriz de covarianza, la cual cumple que $P = P^T > 0 \in \mathcal{R}^{2p \times 2p}$, $P(0) > 0$, $1 > \alpha \geq 0 \in \mathcal{R}^+$, $m^2 = 1 + \|\Upsilon \Upsilon^T\|$, satisface que $\Upsilon/m \in \mathcal{L}_\infty$, asegurando que el error de estimación normalizado tiende a cero.

$$\hat{\Xi} = \Upsilon \hat{\Theta} \quad (29)$$

Proyección paramétrica Definiendo la siguiente proyección paramétrica en (30) y (31), se garantizan estimados positivos $\forall t > 0$

$$\hat{\Theta}_{\beta i+}(t) = \hat{\Theta}_{\beta i}(t) + (\varsigma_1 - \hat{\Theta}_{\beta i}(t)) \left(\frac{1}{2} - \frac{\chi_1 \hat{\Theta}_{\beta i}(t)}{2\sqrt{(\chi_1 \hat{\Theta}_{\beta i}(t))^2 + e^2}} \right) \quad (30)$$

$$\hat{\Theta}_{\eta i+}(t) = \hat{\Theta}_{\eta i}(t) + (\varsigma_2 - \hat{\Theta}_{\eta i}(t)) \left(\frac{1}{2} - \frac{\chi_2 \hat{\Theta}_{\eta i}(t)}{2\sqrt{(\chi_2 \hat{\Theta}_{\eta i}(t))^2 + e^2}} \right) \quad (31)$$

donde $\hat{\Theta}_{\beta i+}(t)$, $\hat{\Theta}_{\eta i+}(t)$ son los estimados proyectados de $\Theta_{\beta i}$, $\Theta_{\eta i}$, $i = 0, 1, 2, \dots, n$; $\varsigma_1 = \varsigma_2 = 0.0001$, son las cotas inferiores para los parámetros estimados, $\chi_1 = \chi_2 = 500$ son parámetros que permiten aproximar a la función sign; finalmente $e = 0.05$. Por simplicidad se usará $\hat{\Theta}_{\beta i} = \hat{\Theta}_{\beta i+}$, de la misma manera $\hat{\Theta}_{\eta i} = \hat{\Theta}_{\eta i+}$.

3.3 Observador de estados

Considerando que el par (A, D) del modelo propuesto en (7) y (8) no es completamente observable, se diseña un estimador de orden reducido

$$\begin{bmatrix} \dot{u}_r \\ \dot{v}_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0_{n \times n} & I_{n \times n} \\ \beta_{Mr}^2 \Lambda_r & \eta_{Mr}^2 \Lambda_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_r \\ v_r \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0_{n \times 1} \\ l_{n \times 1} \end{bmatrix} \ddot{u}_g \quad (32)$$

$$z_r(t) = (\ddot{u}_r + l\ddot{u}_g) = [\beta_{Mr}^2 \Lambda_r \quad \eta_{Mr}^2 \Lambda_r] [u_r \quad v_r]^T \quad (33)$$

$$\begin{aligned} u_r &= [u_1 - u_0, u_2 - u_0, u_3 - u_0, \dots, u_n - u_0]^T, \\ v_r &= [v_1 - v_0, v_2 - v_0, v_3 - v_0, \dots, v_n - v_0]^T, \\ \ddot{u}_r &= [\ddot{u}_1 - \ddot{u}_0, \ddot{u}_2 - \ddot{u}_0, \ddot{u}_3 - \ddot{u}_0, \dots, \ddot{u}_n - \ddot{u}_0]^T, \\ l &= [1, 1, \dots, 1]^T \end{aligned} \quad (34)$$

donde u_r , v_r , $\dot{v}_r \in \mathcal{R}^{n \times 1}$ son los vectores de desplazamiento, velocidad y aceleración relativos, respectivamente; $l \in \mathcal{R}^{n \times 1}$; $\beta_{Mr}^2 = \text{diag}[\beta_1^2, \beta_2^2, \dots, \beta_n^2]$ y $\eta_{Mr}^2 = \text{diag}[\eta_1^2, \eta_2^2, \dots, \eta_n^2]$ ambos $\in \mathcal{R}^{n \times n}$. Además,

$$\Lambda_r = \frac{1}{\Delta h^2} \begin{bmatrix} -2 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 1 & -2 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & 1 & -2 & 1 \\ 0 & \dots & 0 & 1 & -1 \end{bmatrix} \quad (35)$$

el observador adaptable propuesto usa un estimador de estados tipo Luenberger para estimar $x_r = [u_r^T, v_r^T]^T \in \mathcal{R}^{2n \times 1}$,

$$\dot{\hat{x}}_r(t) = \hat{A}_r(t)\hat{x}_r(t) + B_r\ddot{u}_g(t) + L\tilde{z}_r(t) \quad (36)$$

$$\hat{z}_r(t) = \hat{D}_r(t)\hat{x}_r(t), \quad \tilde{z}_r(t) = z_r - \hat{z}_r(t) \quad (37)$$

Note que ahora el estimador (36) es implementable, debido a que el par (A_r, D_r) en (32)-(33) es completamente observable con rango $2n$ y por lo tanto todas las mediciones no disponibles pueden ser estimadas. Observe que \hat{x}_r , $\hat{z}_r \in \mathcal{R}^{2n \times 1}$, \hat{A}_r y \hat{D}_r son los estimados de x_r , z_r , A_r y D_r , respectivamente, las cuales se definen como

$$\hat{A}_r(t) = \begin{bmatrix} 0_{n \times n} & I_{n \times n} \\ \widehat{\beta_{Mr}^2}(t)\Lambda_r & \widehat{\eta_{Mr}^2}(t)\Lambda_r \end{bmatrix} \quad (38)$$

$$\hat{D}_r(t) = \begin{bmatrix} \widehat{\beta_{Mr}^2}(t)\Lambda_r & \widehat{\eta_{Mr}^2}(t)\Lambda_r \end{bmatrix} \quad (39)$$

donde, $\widehat{\beta_{Mr}^2}(t)$ y $\widehat{\eta_{Mr}^2}(t)$ están conformadas por los estimados de β_{Mr}^2 y η_{Mr}^2 , producidos por el algoritmo de mínimos

cuadrados en (27) y (28), respectivamente. Además, sea el error de estimación

$$\tilde{x}_r(t) = x_r(t) - \hat{x}_r(t) \quad (40)$$

cuya dinámica satisface la ecuación diferencial

$$\dot{\tilde{x}}_r(t) = \dot{x}_r(t) - \dot{\hat{x}}_r(t) \quad (41a)$$

$$= [\hat{A}_r(t) - L\hat{D}_r(t)]\tilde{x}_r(t) + \zeta(t) \quad (41b)$$

donde $\zeta(t) = [\tilde{A}_r(t) - L\tilde{D}_r(t)]x_r(t)$; Si la ganancia del observador L satisface

$$L = [0_{n \times n} \quad \gamma I_{n \times n}]^T, \quad \gamma > 0 \quad (42)$$

entonces, el error de estimación \tilde{x}_r está acotado. Además si el vector de parámetros estimados $\hat{\Theta}$ satisface la condición de excitación persistente, entonces la dinámica de \tilde{x}_r se reduce a

$$\dot{\tilde{x}}_r(t) = A_{r*}\tilde{x}_r(t) \quad (43)$$

$$A_{r*} = \begin{bmatrix} 0_{n \times n} & I_{n \times n} \\ (1 + \gamma)\beta_{Mr}^2 \Lambda_r & (1 + \gamma)\eta_{Mr}^2 \Lambda_r \end{bmatrix} \quad (44)$$

y por lo tanto, el error de observación converge exponencialmente a cero, pues la matriz resultante A_{r*} es Hurwitz (ver detalles en Morales-Valdez et al. (2017)).

4. RESULTADOS EXPERIMENTALES

En esta sección se presentan los resultados de identificación del edificio de cinco pisos de escala reducida como el presentado en Morales-Valdez et al. (2017). Los experimentos aquí fueron llevados a cabo con un tiempo de muestreo de 0.001 s.

La excitación sísmica usada es el sismo de 1985, en la componente Norte-Sur, registrado en la ciudad de México por la Secretaría de Comunicaciones y Transportes (SCT). Note que la señal de excitación es escalada para que coincida con el prototipo experimental, como se ilustra en la Fig. 3.



Figura 2. Edificio de cinco pisos escala reducida

Al aplicar la excitación sísmica únicamente en la base del edificio, el algoritmo de estimación propuesto logra recuperar la respuesta estructural del edificio identificando los parámetros estructurales de referencia. La Fig. 4 muestra la evolución de las velocidades de cortante identificadas,

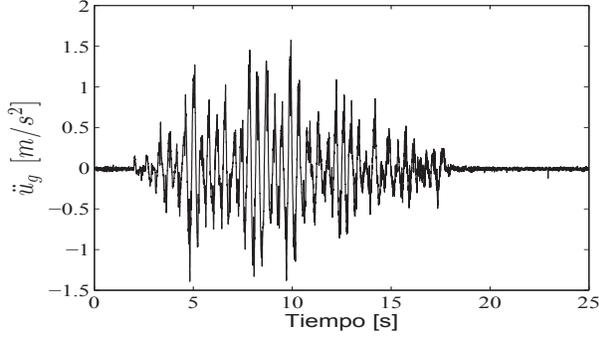


Figura 3. Señal de excitación: Sismo de 1985 registrado por SCT, componente norte-sur

mientras los coeficientes de amortiguamiento pueden ser observados en la Fig. 5. En ambos casos se observa que la convergencia de los parámetros se logra antes de los 10 s y se mantiene para tiempos posteriores al señalado. La Tabla 1, presenta los valores identificados. Note que los resultados presentados en este artículo fueron obtenidos empleando condiciones iniciales nulas para los parámetros β_i y η_i , $\alpha = 0.001$ y $P(0) = 10^5 * I_{12 \times 12}$; finalmente $\bar{n} = 40$.¹ El algoritmo de identificación recupera propiedades estructurales similares para todos los pisos, debido a que éstos están constituidos con el mismo material, tienen el mismo número de columnas y la misma separación de entrepisos, emulando un medio homogéneo.

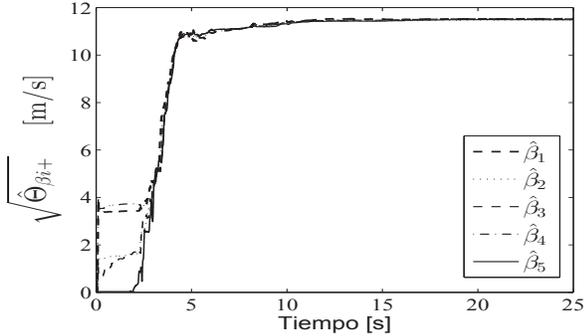


Figura 4. Evolución de las velocidades de cortante identificadas

Tabla 1. Parámetros estimados

Piso:	1	2	3	4	5
$\hat{\beta}_i$ [m/s]:	11.53	11.48	11.52	11.53	11.49
$\hat{\eta}_i$ [Ns/m]:	0.0316	0.1160	0.1898	0.1995	0.1927

Tomando en cuenta que para este experimento los parámetros reales son desconocidos y no pueden ser comparados de manera directa con los valores estimados. En consecuencia el desempeño del algoritmo es validado comparando las frecuencias de vibración calculadas a partir de los parámetros estimados con respecto a las obtenidas a partir del barrido frecuencial de una señal Chirp. La Tabla 2 contiene un resumen de la comparación anterior. Observe que las frecuencias calculadas están suficientemente cerca

¹ Se recomienda usar una frecuencia de corte con el doble de la frecuencia máxima del sistema, para lograr un filtrado correcto

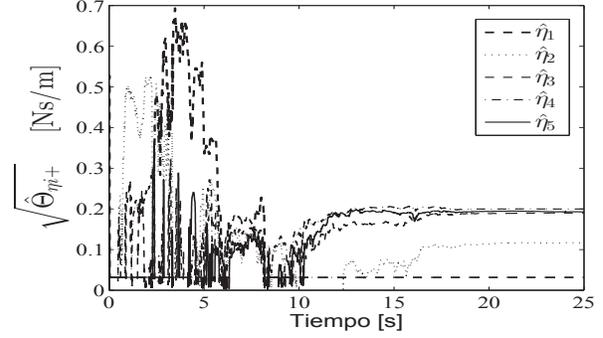


Figura 5. Evolución de los coeficientes de amortiguamiento identificados

de los valores de referencia proporcionados por la Chirp, a pesar de que no coinciden exactamente con ellos. Esto confirma el desempeño satisfactorio del algoritmo, pues el error de estimación entre las frecuencias reales y las estimadas es de 4.35% aproximadamente, en el peor de los casos.

Tabla 2. Comparación entre las frecuencias de vibración real y sus estimadas

f_{r_i} [Hz]	\hat{f} [Hz]	$\Delta \hat{f}/f$ (%)
1.38	1.44	-4.35
4.06	4.22	-3.94
6.53	6.66	-1.99
8.51	8.56	-0.59
10.13	9.76	3.65

Con el objetivo de evaluar el desempeño del observador adaptable, la Fig. 6 muestra la comparación entre el desplazamiento medido en el quinto piso con respecto a su estimado. En éste caso se nota una buena convergencia antes de los primeros 5 s. Es importante señalar que los desplazamientos son sometidos a una etapa de procesamiento para atenuar el ruido de baja frecuencia y eliminar sesgos. Esto se logra empleando un par de filtros pasa altas de segundo orden colocados en serie, que tienen una frecuencia de corte $f_c \approx 0.65$ Hz.

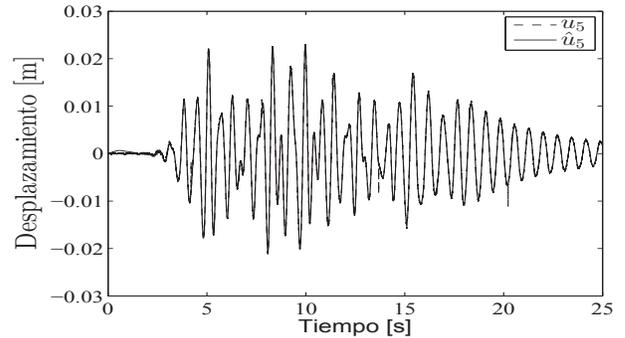


Figura 6. Desplazamiento medido y estimado en el quinto piso

De manera similar, las velocidades correspondientes al mismo piso son también comparadas entre la señal medible y la estimada, como se muestra en la Fig. 7. No obstante, considerando que las velocidades no pueden ser medidas

directamente, la señal de referencia es producida filtrando el desplazamiento u_5 mediante un filtro pasa-banda con la frecuencia de corte a 15 Hz, que evita incrementar el ruido de alta frecuencia como sucede con las derivadas convencionales. Después de la frecuencia de corte, la señal filtrada es atenuada y no se produce desfase. La frecuencia de corte fue elegida tomando en cuenta el ancho de banda de la estructura, obtenido inicialmente mediante la señal Chirp. Las funciones de transferencia para los filtros pasa banda son las siguientes

$$f(s)_{hp} = \frac{100s}{s + 100} \quad f(s)_{lp} = \frac{100}{s + 100} \quad (45)$$

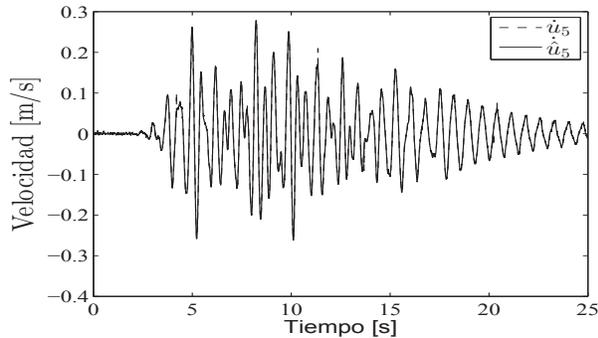


Figura 7. Velocidad medida y estimada en el quinto piso

La Fig. 7, evidencia que el estado estimado converge a la medición real y que el observador adaptable opera satisfactoriamente.

5. CONCLUSIÓN

Se diseñó un observador adaptable que opera en tiempo real para estimar los parámetros estructurales desconocidos, así como estados no medibles de desplazamiento y velocidad. Para ello, se introdujo el modelo de barra de cortante discreta, que se implementa en tiempo real, a diferencia de la mayoría de los métodos bajo el enfoque de propagación de ondas que están desarrollados en el dominio de la frecuencia. Los filtros integrales lineales permitieron desacoplar el problema de identificación del problema de estimación de estados, pues con este enfoque únicamente se requiere de señales de aceleración medibles, evitando emplear señales de desplazamiento y velocidad. Adicionalmente, las perturbaciones constantes se eliminaron, mientras el ruido de medición se atenuó. Se recuperaron las señales no medibles de desplazamiento y velocidad, mediante un estimador tipo Luenberger. El modelo discretizado permite excitar el edificio únicamente en su base, mientras que el movimiento a los pisos es llevado a cabo por la propagación de la excitación. Esto, a diferencia del enfoque tradicional donde la excitación sísmica es distribuida en todos los pisos en el mismo instante de tiempo. El observador adaptable, se basa únicamente en mediciones de aceleración y no necesita de transformación de coordenadas.

AGRADECIMIENTOS

Esta investigación fue realizada con apoyo de los proyectos UNAM-PAPIIT IN109414 e IN109316.

REFERENCIAS

- Carden, E.P. y Fanning, P. (2004). Vibration based condition monitoring: A review. *Structural Health Monitoring*, 3, 355–377.
- Clinton, J.F., Bradford, S.C., Heaton, T.H., y Favela, J. (2006). The observed wander of the natural frequencies in a structure. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 96, 237–257.
- Das, S., Saha, P., y Patro, S. (2016). Vibration-based damage detection techniques used for health monitoring of structures: a review. *Journal of Civil Structural Health Monitoring*, 6(3), 477–507.
- Doebbling, S.W., Farrar, C., y Prime, M.B. (1998). A summary review of vibration-based damage identification methods. *The Shock and Vibration Digest*, 30(2), 1–34.
- Fukuwa, N. y S.Matsushima (1994). Wave dispersion and optimal mass modeling for one dimensional periodic structure. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 23, 1165–1180.
- Garnier, H., Mensier, M., y Richard, A. (2010). Continuous-time model identification from sampled data: Implementation issues and performance evaluation. *International Journal of Control*, 76(13), 1337–1357.
- Ioannou, P. y Sun, J. (1989). *Robust Adaptive Control*. Upper Saddle River, NJ, Prentice Hall.
- Kong, X., Cai, C.S., y Hu, J. (2017). The state-of-the-art on framework of vibration-based structural damage identification for decision making. *Applied Sciences*, 7(5), 497–510.
- Morales-Valdez, J., Alvarez-Icaza, L., y Concha, A. (2017). On-line adaptive observer for buildings based on wave propagation approach. *Journal of Vibration and Control*, 1–21.
- Morales-Valdez, J. y Alvarez-Icaza, L. (2015). Identificación paramétrica en línea de edificios con tiempos de viaje de onda. In *AMCA 2015, Memorias del Congreso Nacional de Control Automático*, 563–568. Cuernavaca, Morelos, México.
- Nayeri, R.D., Masri, S.F., Ghanem, R.G., y Nigbor, R.L. (2008). A novel approach for the structural identification and monitoring of a full-scale 17-story building based on ambient vibration measurement. *Smart Materials and Structures*, 17(2), 1–19.
- Rahmani, M. y Todorovska, M.I. (2014). 1D System identification of a 54-story steel frame building by seismic interferometry. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 43(4), 627–640.
- Sohn, H., Farrar, C., Hemez, F., Devin, D.S., Daniel, W.S., Brett, R.N., y Jerry, J.C. (2003). A review of structural health monitoring literature: 1996–2001. *Los Alamos National Laboratory Report, LA-13976-MS*, 1–331.
- Todorovska, M.I. y Rahmani, M.T. (2012). System identification of building by wave travel time analysis and layered shear beam models-spatial resolution and accuracy. *Structural Control and Health Monitoring*, 20(5), 686–702.
- Trifunac, M., Ivanović, S., y Todorovska, M. (2003). Wave propagation in a seven-story reinforced concrete building: III. Damage detection via changes in wavenumbers. *Soil Dynamic and Earthquake Engineering*, 23(1), 65–75.