# Control de Dirección por Modos Deslizantes de un Vehículo Autónomo a Escala

Adonai Rosas-Vilchis<sup>\*</sup> Luis T. Aguilar<sup>\*</sup> Alejandra Ferreira de Loza<sup>\*</sup>

\* Instituto Politécnico Nacional, CITEDI, Avenida Instituto Politécnico Nacional 1310 Colonia Nueva Tijuana, Tijuana B.C., 22435 (e-mails: arosas@citedi.mx, laguilarb@ipn.mx, dferreira@citedi.mx).

**Resumen:** Se presenta la solución al problema de control robusto por modos deslizantes de un carro en miniatura conocido como *AutoNOMOS mini*. Se sintetizan y evaluan dos controladores: el primero es por modos deslizantes de primer orden y el otro es por modos deslizantes de segundo orden. En ambos casos se asume que solo las posiciones se pueden medir. Para estimar las velocidades se utiliza un diferenciador exacto robusto. El artículo viene complementado con el análisis de estabilidad mediante el criterio de Lyapunov. Los resultados teóricos son validados a través de simulaciones numéricas y experimentos.

*Palabras Clave:* Vehículo autónomo, control de estructura variable, control por salida, robustez.

## 1. INTRODUCCIÓN

En el presente artículo se pretende resolver el problema de estabilización de orientación, en el seguimiento de trayectoria, de un carro en miniatura conocido como *AutoNOMOS mini*, sujeto a perturbaciones que afectan el desempeño del vehículo. Se dispone unicamente de la medición de la posición angular a través de sensores colocados en el carro.

El vehículo es un prototipo a escala 1:10 de un auto real. La computadora a bordo es la ODROID-XU4 64GB con un procesador Samsung Exynos 5422 Cortex<sup>TM</sup>-A15 de 2Ghz y Cortex<sup>TM</sup>-A7 de ocho núcleos, con 2Gb de memoria RAM y una memoria Flash eMMC5.0 HS400. Además está complementado con 42 terminales para entradas y salidas, dos puertos USB 3.0 y un USB 2.0, una tarjeta de red Gigabit Ethernet 10/100/1000 y un puerto HDMI (Roy and Bommakanti, 2015). La computadora tiene instalado el sistema operativo Linux Ubuntu 14.04 y el sistema operativo de robots (ROS, por sus siglas en inglés). La tracción del carro funciona con un motor de 15 volts (Faulhaber brushless) que contiene un lazo interno de control PID. La dirección está actuada a través de un servo motor XciteRC<sup>®</sup> (XLS-19s).

El vehículo cuenta con los siguientes sensores:

- **Cámara:** Modelo KINECT de Microsoft, contiene una cámara infrarroja que mide profundidad y otra cámara a color que, por medio de visión artificial, puede detectar objetos, figuras, colores, etc. Se encuentra en la parte frontal del *AutoNOMOS mini*.
- **Escáner rotatorio láser:** Modelo RP lidar (Robopeak Team, 2014), sensa obstáculos los 360 grados en un radio de 6 metros.



Fig. 1. Prototipo del vehículo autoNOMOS mini.

- Cámara ojo de pescado: Se utiliza para simular la posición GPS, ya que es un vehículo que se usa en lugares cerrados, detecta la ubicación mediante referencias en el techo.
- Giroscopio y acelerómetro: Modelo MPU6050 de Invensense<sup>®</sup> (2011), mide el ángulo de rotación del AutoNOMOS mini así como su acelaración.

Uno de los problemas más comunes de los vehículos autónomos, es su sensibidad a perturbaciones y ruido de los sensores utilizados para retroalimentación (Amer et al., 2017; Freund and Mayr, 1997; Hua et al., 2016). Los controladores por modos deslizantes son reconocidos por su robustez ante perturbaciones acopladas a la seãl de control y por la propiedad de estabilización en tiempo finito, lo que nos motiva a aplicarlos para resolver el presente problema de seguimiento de trayectoria. Para nuestro propósito, y tomando como base el modelo de Murray and Sastry (1993), se pretende diseñar un control por modos deslizantes convencionales (Utkin, 1992) y otro via twisting (Emelyanov and Korovin, 2000) para resolver el problema de la orientación en el seguimiento de trayectorias del vehículo AutoNOMOS mini. Dado que solo se mide la posición angular, se utiliza un diferenciador por modos deslizantes (Levant, 2003) para obtener la velocidad angular. Se asume además que la velocidad lineal es constante.

## 2. MODELO DINÁMICO Y PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

#### 2.1 Modelo Dinámico

El modelo cinemático que describe el movimiento del vehículo (Murray and Sastry, 1993) viene dado por:

$$\begin{aligned} x &= v \cos(\theta) \tag{1}\\ \dot{y} &= v \sin(\theta) \tag{2}$$

$$\dot{y} = v\sin(\theta) \tag{2}$$

$$\dot{\theta} = \frac{v}{1} \tan(\varphi) \tag{3}$$

$$\dot{\varphi} = \overset{\iota}{u} + w \tag{4}$$

donde  $x(t) \in \mathbb{R}$  es la posición horizontal con respecto al marco de referencia o (véase Figura 2),  $y(t) \in \mathbb{R}$  es la posición vertical con respecto a  $o, \theta(t) \in \mathbb{R}$  es el ángulo que se forma entre centro del eje de la parte posterior del vehículo con respecto al eje horizontal,  $\varphi(t) \in \mathbb{R}$  es el ángulo de la llanta delantera con respecto a su propio eje, actuado a través de un servomotor,  $u(t) \in \mathbb{R}$  es la entrada de control que manipula la velocidad de giro del volante,  $t \in \mathbb{R}$  es el tiempo, v = 0.427 m/s es la velocidad de avance que se asume constante, l = 0.27 m es la longitud transversal del vehículo y  $w(t) \in \mathbb{R}$  es una pertubación desconocida que afecta la dinámica de la dirección, pero se asume que es acotada de manera uniforme, es decir

$$|w(t)| \le W,\tag{5}$$

donde W es una constante positiva conocida a priori.

Por la naturaleza del vehículo, el ángulo de la llanta  $\varphi(t)$ está restringido en su giro de  $\pm 38^{\circ}$ , en otras palabras,

$$|\varphi| \le \varphi^{\max} \approx 0.66 \text{ rad.}$$
 (6)

En consecuencia, la variable  $\theta(t) \in \mathbb{R}$  es tambien acotada  $(|\theta| < \theta^{\max}).$ 



Fig. 2. Modelo cinemático del vehículo.

#### 2.2 Problema de Control

El problema de control se define de la siguiente manera: encontrar la entrada de control  $u(t) \in \mathbb{R}$  tal que el ángulo del centro posterior  $\theta(t)$  tienda de forma asintótica al ángulo deseado  $\theta_d(t)$ , es decir

$$\lim_{t \to \infty} |\theta(t) - \theta_d(t)| = 0, \tag{7}$$

a pesar de la presencia perturbaciones externas  $w(t) \in \mathbb{R}$ . La referencia  $\theta_d(t)$  es una función continuamente diferenciable.

En la siguiente sección se lleva a cabo el diseño de un controlador por modos deslizantes de primer orden basado en realimentación de estados.

## 3. SÍNTESIS Y ANÁLISIS DE CONTROL POR MODOS DESLIZANTES CONVENCIONALES POR **RETROALIMENTACIÓN DE ESTADOS**

Para resolver el problema (7), considérese el error de posición angular

$$\sigma = \theta - \theta_d. \tag{8}$$

Si la dinámica del sistema de lazo cerrado en términos del error fuese

$$\dot{\sigma} = -c\sigma \tag{9}$$

entonces  $\sigma(t)$  decaeria de manera exponencial al origen, es decir,  $\sigma(t) = \sigma(0) \exp\{-ct\}$ . Para forzar que el sistema de lazo cerrado se reduzca a la dinámica (9) se propone la siguiente superficie deslizante

$$\dot{\sigma} = \dot{\sigma} + c\sigma$$
 (10)

donde c es una constante positiva y que es basicamente la taza de decaimiento de la trayectoria. Para sintetizar el controlador que forze a  $\sigma(t)$  a llegar conjunto S =  $\{\sigma \in \mathbb{R} : s = \dot{s} = 0\}$  en tiempo finito se parte del criterio de existencia de modos deslizantes, es decir, se debe verificar que  $s(t)\dot{s}(t)$  sea negativa definida para todo t > 0. Entonces,

$$\dot{s} = s(\ddot{\sigma} + c\dot{\sigma}) = s\left(\frac{v}{l}\sec^2(\varphi)(u+w) - \ddot{\theta}_d + c\dot{\sigma}\right).$$
<sup>(11)</sup>

Proponiendo el siguiente controlador

$$u = \frac{\iota}{v} \cos^2(\varphi) \left(-M \operatorname{sign}(\sigma) - c\dot{\sigma}\right)$$
(12)

se puede demostrar que

s

$$s\dot{s} = -M|s| + \frac{v}{l}\sec^2(\varphi)ws - \ddot{\theta}_d s$$
$$\leq -\left(M - \frac{v}{l}\sec^2(\varphi^{\max})W - \ddot{\theta}_d\right)|s| \qquad (13)$$

donde se utilizó la desigualdad (5). La última desigualdad será negativa definida si y solo si

$$M > \frac{v}{l}\sec^2(\varphi^{\max})W + \sup_t |\ddot{\theta}_d(t)|.$$
(14)

concluyendo así estabilidad asintótica de la superficie s. Bajo la línea de razonamiento presentada en Utkin (1992) se puede concluir alcanzabilidad al conjunto  $\mathcal{S}$  en tiempo finito con tiempo de convergencia

$$t_s \le \frac{2|s(0)|}{\sqrt{2}\left(M - \frac{v}{l}\sec^2(\varphi^{\max}) - \sup|\ddot{\theta}_d(t)|\right)}.$$
(15)

Una vez que las trayectorias lleguen al conjunto S entonces  $\sigma(t)$  y  $\dot{\sigma}(t)$  decaen de manera exponencial al origen. Consecuentemente, de (10) se tiene que  $\sigma \to 0$ , luego entonces  $\theta(t) \to \theta_d(t)$  cuando  $t \to \infty$ . En la siguiente sección se aborda el problema de seguimiento usando un control basado en modos deslizantes de segundo orden.

## 4. SÍNTESIS Y ANÁLISIS DE CONTROL POR MODOS DESLIZANTES DE SEGUNDO ORDEN POR RETROALIMENTACIÓN DE ESTADOS

Por principio, defínase la salida en términos del error de seguimiento (8). El sistema dinámico (3)–(4) es de grado relativo dos con respecto a la salida  $\sigma(t) \in \mathbb{R}$ . El objetivo de control se reduce entonces a encontrar una ley de control  $u(\sigma, \dot{\sigma})$  tal que  $\sigma(t) \equiv \dot{\sigma}(t) \equiv 0$  para todo t, por lo que es necesario derivar (8) dos veces consecutivas, esto es,

$$\dot{\sigma} = \dot{\theta} - \dot{\theta}_d = \frac{v}{l} \tan(\varphi) - \dot{\theta}_d \tag{16}$$

$$\ddot{\sigma} = \ddot{\theta} - \ddot{\theta}_d = \frac{v}{l}\sec^2(\varphi)u - \ddot{\theta}_d + \frac{v}{l}\sec^2(\varphi)w.$$
(17)

Entonces, el sistema (3)–(4), bajo la salida (8), es de grado relativo dos. Por lo tanto para resolver el problema (7) se propone el siguiente controlador:

$$u = -\frac{\iota}{v}\cos^2(\varphi)(r_1\operatorname{sign}(\sigma) + r_2\operatorname{sign}(\dot{\sigma}) + \beta_1\sigma + \beta_2\dot{\sigma}), (18)$$

$$r_1 > r_2 > \sup_t |\ddot{\theta}_d| + \frac{v}{l} \sec^2(\varphi^{\max}), \quad \beta_1 > 0, \, \beta_2 > 0, \, (19)$$

forzan a que las trayectorias converjan al conjunto invariante

$$S_T = \{ (\sigma, \dot{\sigma}) \in \mathbb{R}^2 : \sigma = \dot{\sigma} = 0 \},$$
(20)

Entonces, sustituyendo (18) en (17), la ecuación de lazo cerrado, en términos del error de seguimiento (8), queda de la siguiente forma

$$\ddot{\sigma} = -r_1 \operatorname{sign}(\sigma) - r_2 \operatorname{sign}(\dot{\sigma}) - \beta_1 \sigma - \beta_2 \dot{\sigma} - \ddot{\theta}_d + \frac{v}{l} \operatorname{sec}^2(\varphi) w.$$
(21)

Se asume que la solución de la ecuación diferencial con lado derecho discontinuo (21) es en el sentido de Filippov (1988). Por simplicidad, los dos últimos términos de (21) se reescribiran de manera compacta como

$$\bar{w} = \frac{v}{l}\sec^2(\varphi)w - \ddot{\theta}_d.$$
 (22)

Además, dado que  $\ddot{\theta}_d(t)$  y w(t) son acotadas (5), entonces existe una cota  $\bar{W} > 0$  que satisface

$$\left|\ddot{\theta}_d + \frac{v}{l}\sec^2(\theta)w\right| \le \sup_t |\ddot{\theta}_d| + \frac{v}{l}\sec^2(\theta^{\max})W < \bar{W}.$$
(23)

Para demostrar que las trayectorias convergen al conjunto  $S_T$  se propone la siguiente función candidata de Lyapunov

$$V = \frac{1}{2}(\beta_1 + \varepsilon\beta_2)\sigma^2 + \varepsilon\sigma\dot{\sigma} + \frac{1}{2}\dot{\sigma}^2 + r_1|\sigma| \qquad (24)$$

donde  $\varepsilon$ es una constante positiva. La función de LyapunovVserá definida positiva y radialmente no acotada si se satisface que  $r_1>0$ y si

$$\beta_1 + \varepsilon \beta_2 > 0, \quad \beta_1 + \varepsilon \beta_2 - \varepsilon^2 > 0.$$
 (25)

La derivada temporal de V a lo largo de la solución de la ecuación de lazo cerrado viene dada por:

$$V = (\beta_1 + \varepsilon \beta_2)\sigma \dot{\sigma} + \varepsilon \dot{\sigma}^2 + \varepsilon \sigma \ddot{\sigma} + \dot{\sigma} \ddot{\sigma} + r_1 \operatorname{sign}(\sigma) \dot{\sigma}$$
  

$$= (\beta_1 + \varepsilon \beta_2)\sigma \dot{\sigma} + \varepsilon \dot{\sigma}^2 + r_1 \operatorname{sign}(\sigma) \dot{\sigma}$$
  

$$+ \varepsilon \sigma (-r_1 \operatorname{sign}(\sigma) - r_2 \operatorname{sign}(\dot{\sigma}) - \beta_1 \sigma - \beta_2 \dot{\sigma} + \bar{w})$$
  

$$+ \dot{\sigma} (-r_1 \operatorname{sign}(\sigma) - r_2 \operatorname{sign}(\dot{\sigma}) - \beta_1 \sigma - \beta_2 \dot{\sigma} + \bar{w})$$
  

$$= \varepsilon \dot{\sigma}^2 + \dot{\sigma} (-r_2 \operatorname{sign}(\dot{\sigma}) - \beta_2 \dot{\sigma} + \bar{w})$$
  

$$+ \varepsilon \sigma (-r_1 \operatorname{sign}(\sigma) - r_2 \operatorname{sign}(\dot{\sigma}) - \beta_1 \sigma + \bar{w})$$
  

$$= -\varepsilon \beta_1 \sigma^2 - (\beta_2 - \varepsilon) \dot{\sigma}^2 - \varepsilon r_1 |\sigma| - r_2 |\dot{\sigma}| + \bar{w} \dot{\sigma}$$
  

$$+ \varepsilon \sigma (-r_2 \operatorname{sign}(\dot{\sigma}) + \bar{w}).$$
(26)

En virtud de (6) y de (23), se obtiene la siguiente desigualdad

$$\dot{V} \leq -\varepsilon\beta\sigma^2 - (\beta_2 - \varepsilon)\dot{\sigma}^2 - \varepsilon \left(r_1 - r_2 - \bar{W}\right)|\sigma| - \left(r_2 - \bar{W}\right)|\dot{\sigma}|.$$
(27)

Entonces  $\dot{V}$  será negativa definida si y solo si  $\beta_2 > \varepsilon$  y si las ganancias  $r_1$  y  $r_2$  satisfacen la siguiente condición:

$$r_1 > r_2 > W.$$
 (28)

Por consiguiente se concluye estabilidad asintótica del origen. La demostración de estabilidad en tiempo finito de un sistema similar se concluye en Orlov et al. (2003) y en Moreno (2012).

## 5. CONTROLADORES POR RETROALIMENTACIÓN POR SALIDA

Los controladores diseñados en las secciones anteriores asumen el conocimiento de todo el estado. Sin embargo, en virtud de que solo es posible medir  $\theta$ , en esta sección se introduce un diferenciador robusto basado en modos deslizantes de orden superior (Levant, 2003) para estimar, teóricamente en tiempo finito, el error de velocidad angular  $\dot{\sigma}$ .

#### 5.1 Diferenciador Exacto Robusto

En virtud de que la velocidad angular  $\theta$  no se puede medir entonces se procede a diseñar un diferenciador exacto robusto (Levant, 2003), es decir

$$\dot{z}_0 = -\lambda_0 |z_0 - \sigma|^{1/2} \operatorname{sign}(z_0 - \sigma) + z_1 \dot{z}_1 = -\lambda_1 \operatorname{sign}(z_1 - \dot{z}_0),$$
(29)

donde  $z_0(t) \in \mathbb{R}$  y  $z_1(t) \in \mathbb{R}$  son los estados estimados de  $\sigma(t) \in \mathbb{R}$  y  $\dot{\sigma}(t) \in \mathbb{R}$ , respectivamente. Para asegurar que los estados estimados convergan en tiempo finito a los estados de la planta se debe satisfacer la siguiente desigualdad:

$$|\ddot{\sigma}| \le L \tag{30}$$



Fig. 3. Diagrama del sistema en lazo cerrado donde el bloque d/dt es el diferenciador exacto robusto.

donde L se le conoce como la constante de de Lipschitz, que para la salida  $\sigma(t)$  se deduce de la siguiente manera

$$\begin{aligned} |\ddot{\sigma}| &= \left|\frac{v}{l}\sec^2(\theta)u - \ddot{\theta}_d + \frac{v}{l}\sec^2(\theta)w\right| \\ &\leq \frac{v}{l}|\sec^2(\theta^{\max})||u| - \sup_t |\ddot{\theta}_d| + \frac{v}{l}|\sec^2(\theta^{\max})||w|. \end{aligned}$$

En virtud de que  $|u| \leq \alpha$ , con  $\alpha > 0$ , y  $|w| \leq W$ están acotadas, a su vez v y l son constantes, la última desigualdad se satisface por lo tanto el diferenciador (29) se puede aplicar al sistema (3)–(4).

#### 5.2 Controladores por Retroalimentación de Salida

El controlador por modos deslizantes convencional por salida es entonces

$$u = \frac{l}{v}\cos^{2}(\varphi) \left(-M \operatorname{sign}(z_{1} + cz_{0}) + cz_{1}\right)$$
(31)

sujetos a los parámetros (14). Mientras que el controlador Twisting por retroalimentación de salida resulta ser

$$u = -\frac{l}{v}\cos^{2}(\varphi) \left(r_{1}\operatorname{sign}(z_{0}) + r_{2}\operatorname{sign}(z_{1}) + \beta_{1}z_{0} + \beta_{2}z_{1}\right),$$
(32)

donde  $r_1$  y  $r_2$  son las ganancias que deben satisfacer (25). En la Figura 3 se illustra el esquema de lazo cerrado. Obsérve que  $\varphi$  es la señal efectivamente aplicada al actuador (servomotor), la cual es una señal continua que se obtiene al integrar la señal de control u.

## 6. SIMULACIONES NUMÉRICAS Y RESULTADOS EXPERIMENTALES

#### 6.1 Validaciones Numéricas

Para el desarrollo de las simulaciones se consideraron perturbaciones de manera permanente w(t) = 0.08 rad. El tiempo de simulación es de 10 segundos. La trayectoria deseada a seguir es:

$$\theta_d(t) = 0.6 \sin(t/2).$$
 (33)

Las condiciones iniciales de la planta fueron  $\varphi(0) = \theta(0) = 0.4255$  rad y  $\dot{\theta}(0) = 0$  rad/s. Las ganancias del diferenciador (29) fueron  $\lambda_0 = 20$ ,  $\lambda_1 = 100$  y L = 1.67.

Control por modos deslizantes convencional. La ganancia del controlador por modos deslizantes (31) fue M =20 y c = 6. En la Figura 4(a) se muestra el error de seguimiento  $\theta(t) - \theta_d(t)$  donde se observa que converge al origen de manera asintótica, satisfaciendo así el objetivo de control (7). El tiempo aproximado de convergencia a la superficie es de 0.3 s. La Figura 4(b) muestra el error de velocidad angular donde se observan conmutaciones una vez que las trayectorias convergen a la superficie. En la Figura 4(c) se muestra el ángulo  $\varphi$  donde se puede apreciar el efecto del control en el ángulo del volante. La Figura 4(d) expone la señal de control donde se exhiben conmutaciones de alta frecuencia conocidas como *chattering*.

Control por modos deslizantes de segundo orden. Las ganancias del controlador twisting (32) fueron  $r_1 = 20$ ,  $r_2 = 18$ ,  $\beta_1 = 5$  y  $\beta_2 = 3$ . En la Figura 5(a) se muestra el error de seguimiento  $\theta(t) - \theta_d(t)$  donde se observa que converge al origen en tiempo finito con  $t_s \approx 1$  s, satisfaciendo de igual manera el objetivo de control (7). La Figura 5(b) muestra el error de velocidad angular  $\dot{\theta}(t) - \dot{\theta}_d(t)$  donde observan conmutaciones una vez que el error llega al origen. En la Figura 5(c) se muestra el ángulo  $\varphi(t)$  donde se puede observar la respuesta del control en el ángulo del volante y que de igual manera aparece el chattering.

Es evidente que ambos controladores logran el objetivo de control. A su vez, ambos esquemas de control comparten la desventaja de presentar el fenómeno del chattering que podrían afectar la vida útil de los actuadores. Sin embargo, en el vehículo, la señal inyectada es la referencia del ángulo del volante, la cuál es una señal continua como se aprecia en la Figura 3.

## 6.2 Resultados Experimentales

En esta subsección se muestran resultados experimentales para los controladores (31) y (32) usando la trayectoria deseada (33). En nuestros experimentos se utilizó un giróscopo como sensor de posición angular. El vehículo alcanzará una velocidad constante v = 0.476 m/s y el tiempo de muestreo es T = 20 ms. Por cuestiones de programación del giroscopio, las condiciones iniciales en los experimentos fueron  $\theta(0) = \dot{\theta}(0) = 0$ .

Control por modos deslizantes convencional (31). Las ganancias del controlador convencional (31) para los experimentos fueron M = 5 y c = 3. En la Figura 6(a) se muestra el error de seguimiento  $\theta(t) - \theta_d(t)$  donde se observa que la trayectoria se mantienen alrededor del origen, satisfaciendo el objetivo de control (7). La Figura 6(b) muestra el error de las velocidades  $\dot{\theta}(t) - \dot{\theta}_d(t)$  donde se observa las pequeñas oscilaciones en el origen así como ruido en los sensores. La Figura 6(c) muestra el ángulo  $\varphi$ , que es la señal inyectada al actuador (ver Figura 3). En la Figura 6(d) se muestra la señal de control u.

Control por modos deslizantes de segundo orden (32).

Dado que  $\theta_d(t)$  es periódica y en virtud de (6) entonces la desigualdad (23) se puede acotar de manera específica como  $\overline{W} > 0.15 + (v/l) \sec^2(0.66)W$ . Si se asume que las perturbaciones existentes no exceden los límites de la velocidad de giro del volante (0.6 rad/s) entonces  $\overline{W} \approx 0.5$ . En consecuencia, las ganancias del controlador twisting (32) para los experimentos fueron  $r_1 = 3$ ,  $r_2 = 2$ ,  $\beta_1 = 3$  y  $\beta_2 = 2.5$ . En la Figura 7(a) se muestra el error de seguimiento  $\theta(t) - \theta_d(t)$  donde se observa que las trayectorias se mantienen alrededor del origen, satisfaciendo el objetivo de control (7). La Figura 7(c) muestra el ángulo  $\varphi(t)$  suministrado al actuador. En la Figura 7(d) observa la señal de control u.





# 7. CONCLUSIONES

En este estudio se presentaron controladores por modos deslizantes para resolver el problema de postura del vehículo AutoNOMOS mini usando solo medicíon de la posición angular. La ventaja del controlador Twisting con respecto al convecional es la convergencia de las trayectorias al origen en tiempo finito. Los resultados fueron validados a través de simulaciones y experimentos. Se demostró, tanto de manera analítica como numérica, que los controladores rechazan perturbaciones acopladas. Los resultados experimentales arrojaron que se satisface el objetivo de control usando ambos controladores, sin embargo está pendiente la reducción del ruido del sensor por contaminación de iluminación y otras variables que afectan el comportamiento del sistema de lazo cerrado.



Fig. 5. Resultados numéricos del sistema de lazo cerrado bajo perturbación permanente w(t) = 0.08 usando control Twisting.

Como trabajo futuro, los autores sintetizarán y analizarán controladores por modos deslizantes para resolver el problema de posicionamiento donde los controladores no dependan de los parámetros de la planta. Además validarán esos controladores de manera experimental ante diferentes trayectorias de referencia.

#### REFERENCIAS

- Amer, N., Zamzuri, H., Hudha, K., and Kadir, Z. (2017). Modelling and control strategies in path tracking control for autonomous ground vehicles: A review of state of the art and challenges. *Journal of Intelligent & Robotic Systems*, 86(2), 225–254.
- Emelyanov, S. and Korovin, S. (2000). Control of Complex and Uncertain Systems—New Types of Feedback. Springer, London.



Fig. 6. Resultados experimentales del sistema de lazo cerrado usando control por modos deslizantes convencionales.

- Filippov, A. (1988). Differential equations with discontinuous right-hand sides. Kluwer Academic Publisher, Dordrecht.
- Freund, E. and Mayr, R. (1997). Nonlinear path control in automated vehicle guidance. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 13(1), 49–60.
- Hua, C., Jing, H., Wang, R., Yan, F., and Chadli, M. (2016). Robust  $H_{\infty}$  output-feedback control for path following of autonomous ground vehicles. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 70–71(5), 414–427.
- Inven-sense<sup>®</sup> (2011). MPU-6000/MPU-6050 9-Axis Evaluation Board User Guide. Invensense, USA.
- Levant, A. (2003). Higher-order sliding modes, differentiation and output-feedback control. *International Journal* of Control, 76, 924–941.
- Moreno, J. (2012). A Lyapunov approach to output feedback control using second-order sliding modes. *IMA Journal of Mathematical Control and Information*, 29(3), 291–308.



Fig. 7. Resultados experimentales del sistema de lazo cerrado usando control Twisting.

- Murray, R.M. and Sastry, S.S. (1993). Nonholonomic motion planning: Steering using sinusoids. *IEEE Trans*actions on Automatic Control, 38, 700–716.
- Orlov, Y., Aguilar, L., and Cadiou, J. (2003). Switched chattering control vs. backlash/friction phenomena in electrical servo-motors. *International Journal of Control*, 76(9/10), 959–967.
- Robopeak Team (2014). RP Lidar: Low cost 360 degree 2D laser scanner (Lidar) system—Introduction and Datasheet. Robopeak.
- Roy, R. and Bommakanti, V. (2015). ODROID-XU4 User Manual. Hardkernel, South Korea.
- Utkin, V. (1992). Sliding modes in control optimization. Springer-Verlag, Berlin.