

# Análisis de disposición universal de electrodos para Electrocardiograma (ECG) para el uso con métodos topológicos de baja dimensión

Edgar Gerardo Guerrero-Torres\*  
David Alejandro Diaz-Romero\*\* D. E. Rivas-Cisneros\*\*\*

\* *Universidad Autónoma  
de Nuevo León, San Nicolás de los Garza  
Nuevo León, CP 66451 MX, (e-mails: edgar.guerrero@uanl.edu.mx).*  
\*\* *Universidad Autónoma  
de Nuevo León, San Nicolás de los Garza  
Nuevo León, CP 66451 MX, (e-mail: david.diazrr@uanl.edu.mx).*  
\*\*\* *Universidad Autónoma  
de Nuevo León, San Nicolás de los Garza  
Nuevo León, CP 66451 MX, (e-mail: daniel.rivascs@uanl.edu.mx).*

---

Resumen: En este trabajo, se analizan distintas combinaciones y disposiciones de arreglos de derivaciones del electrocardiograma, para su uso posterior en el método de análisis de cardiopatías, utilizando herramientas de topología de baja dimensión.

Los análisis desarrollados se realizaron disminuyendo el número de derivaciones usadas actualmente de doce a solo tres.

Disminuyendo a tres derivaciones, se consiguieron lecturas con información suficiente para ser utilizadas por el método de teoría de nudos y obtener los invariantes topológicos y su posterior uso en cardiología.

*Keywords:* Bidimensional, Electrocardiograma, Invariante topológico, Teoría de nudos, Tridimensional.

---

## 1. INTRODUCCIÓN

Las Enfermedades Cardiovasculares (ECV), son la principal causa de muerte a nivel mundial. Cada año mueren más personas por ECV que por cualquier otra enfermedad. Se calcula que en el año 2012, murieron 17.3 millones de personas por enfermedades vasculares, lo cual representa un 31% de las de las defunciones registradas en el mundo. Ver WHO (2016).

De estas muertes, 7.4 millones se debieron a la cardiopatía coronaria, y 6.7 millones a Accidentes Cerebrovasculares (ACV). Ver WHO (2016).

Las ECV, se deben a trastornos del corazón y vasos sanguíneos. Las cardiopatías coronarias, son enfermedades de los vasos sanguíneos que irrigan el músculo cardíaco. Los ACV o apoplejías, son enfermedades de los

vasos sanguíneos que irrigan el cerebro. El aumento de la tensión arterial o hipertensión arterial, es el trastorno en el cual los vasos sanguíneos tienen una tensión arterial persistentemente alta. La insuficiencia cardíaca, es una anomalía que desde el punto de vista clínico, altera la capacidad del corazón para llenarse o contraerse de forma adecuada, y por ende, afecta la generación de un gasto cardíaco<sup>1</sup> suficiente para satisfacer las demandas metabólicas del organismo, tanto en reposo como en la actividad física. Ver WHO (2016).

Las cardiopatías coronarias y las ACV suelen tener su causa en la presencia de una combinación de factores de riesgo, tales como el tabaquismo, malos hábitos alimenticios, la obesidad, la inactividad física, el consumo de alcohol y enfermedades como la hipertensión arterial, la

---

<sup>1</sup> Es la cantidad de sangre que expulsa el corazón hacia la aorta en un minuto, ver García and Mateu (2011).

diabetes y la hiperlipidemia<sup>2</sup>. Se estima que para el año 2030, 23.3 millones de personas podrían morir por ECV. Ver WHO (2016).

## 2. ELECTROCARDIOGRAMA

El Electrocardiograma nombrado con el acrónimo ECG, y en algunos países la abreviatura utilizada es EKG, fue desarrollado en 1903, por el fisiólogo *Willem Einthoven* (1860-1927), ver Lama (2004), y es el registro de la actividad eléctrica del corazón en función del tiempo, el cual registra los impulsos eléctricos que estimulan el corazón y producen la contracción, así como también, suministra información útil de las fases de reposo y recuperación. Ver Dubin (1986).

La actividad eléctrica que recorre el corazón, es captada con electrodos externos colocados sobre la piel, y se registran en el ECG, el cual se inscribe sobre una tira de papel milimetrada y constituye un registro permanente de la actividad cardíaca. El papel del electrocardiograma registra los cambios de la actividad eléctrica dibujando un trazado en una banda de papel en movimiento, la cual presenta dos ejes, el eje horizontal que mide el tiempo y el eje vertical que mide la amplitud. Ver Dubin (1986).

El ECG normal, se encuentra dividido en tres diferentes secciones, las *ondas*<sup>3</sup> P, Q, R, S, J, T y U, los *segmentos*<sup>4</sup> PQ y ST, y los *intervalos*<sup>5</sup> PR y QT (ver Fig. 1). Ver Davies and Scott (2014); Hampton (2019); Foster (2009); Hamm and Willems (2007).

Los cambios en el trazado normal de un ECG pueden indicar una o más condiciones relacionadas con el corazón, este procedimiento es útil para el diagnóstico y control de enfermedades cardíacas y para detectar irregularidades en la actividad eléctrica del corazón. Ver Davies and Scott (2014).

El electrocardiograma se compone de dos secciones, los electrodos y las derivaciones. Los electrodos en el ECG son los dispositivos que hacen contacto con la piel del paciente y a su vez con el Electrocardiógrafo, con los cuales se obtienen la información eléctrica para su análisis en el electrocardiograma. Esta prueba es indolora y no representa ningún riesgo. Ver Davies and Scott (2014).

Para realizar el registro del electrocardiograma se colocan sobre el paciente diez electrodos, que se dividen

<sup>2</sup> Es el trastorno que se caracteriza por el aumento de las grasas (colesterol y triglicéridos) en la sangre, ver Kreisberg and Reusch (2009).

<sup>3</sup> Es una deflexión positiva o negativa a partir de la línea isoelectrica

<sup>4</sup> Es la línea isoelectrica entre dos ondas dentro de un mismo latido

<sup>5</sup> Es el complejo de una o más ondas con un segmento

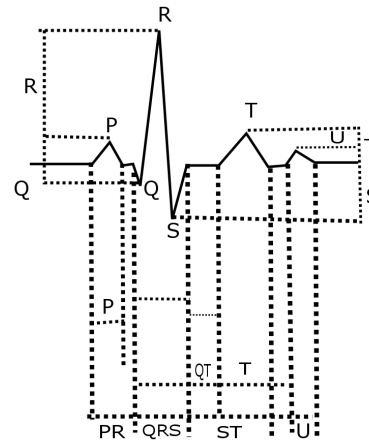


Figura 1. Secciones del ECG normal.

en dos grupos, los *electrodos periféricos* que son cuatro que van colocados en las extremidades del paciente y los *electrodos precordiales* son seis y se colocan en el área precordial del paciente, de los cuales se obtienen las doce derivaciones. Ver Dubin (1986); Davies and Scott (2014); Foster (2009); Hamm and Willems (2007).

Las derivaciones en el ECG normal son doce, las cuales son seis *derivaciones estándar o de miembros* que se dividen en tres *derivaciones bipolares o de Einthoven* I, II, III, y tres *derivaciones unipolares o de Goldberger*, aVR, aVL y aVF y seis *derivaciones precordiales (unipolares) o de Wilson*, V1, V2, V3, V4, V5 y V6 (ver Fig. 2). Ver Dubin (1986); Hampton (2019); Foster (2009); Hamm and Willems (2007).

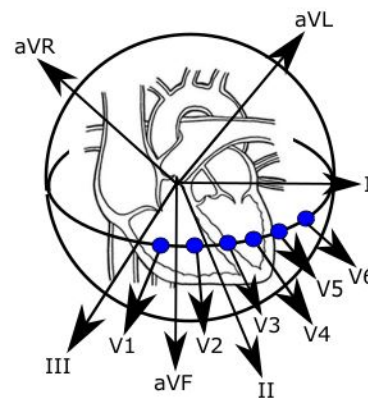


Figura 2. ECG Normal.

## 3. TEORÍA DE NUDOS

La Topología es la rama de las matemáticas que estudia las propiedades que mantiene un cuerpo al deformarlo

sin que medien cortes y/o uniones de la superficie. Dentro de la Topología, está la rama de la Teoría de Nudos, el cual su principal objetivo es la clasificación de nudos y enlaces. Si se ve de forma abstracta, un nudo es una cuerda la cual se anuda y los extremos de este se pegan, el resultado de esto son *nudos cerrados*. Un nudo que admite un diagrama sin cruces es el nudo trivial (ver Fig. 3). Ver Adams (2001).

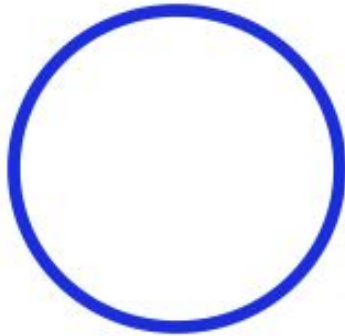


Figura 3. Nudo Trivial

El problema principal de la teoría de nudos es el determinar cuándo dos nudos son equivalentes o no. Para demostrar si dos nudos son equivalentes se utilizan invariantes polinomiales, si los nudos tienen el mismo polinomio presentan la misma estructura topológica, y cuando tiene diferente polinomio se dice que son nudos no equivalentes. Ver Adams (2001).

Un nudo  $\mathbb{K}$  es una curva cerrada en el espacio en tres dimensiones que no se intersecta en ningún punto o lugar. Ver Adams (2001).

El hombre ha utilizado los nudos, trenzas y enlaces a través de los años hasta la actualidad, por ejemplo, en los primeros años de la humanidad, nuestros antepasados ataron una piedra a un pedazo de madera para formar un hacha. También necesitaron trenzar lianas o pelo de animales para construir cuerdas, que posteriormente enlazaron y anudaron para construir redes para pesca. Los nudos también aparecen en manuscritos, esculturas, pinturas y otras formas de arte alrededor del mundo. Ver Cisneros (2011); Wang (2012).

Culturas como la Inca, utilizaron una herramienta llamada Quipus, proviene del quechua escrito: khipu y significa nudo, en la cual basaron sus registros de cantidades y representación de números. Este quipu era un conjunto de cuerdas con nudos. El Quipu más antiguo data del año 2.500 a.C. Ver Fediani and Tenorio (2004).

El nacimiento de la teoría de nudos se dio a finales del siglo XVIII, el primer escrito fue realizado por Johann Carl Friedrich Gauss (1777 - 1855) el cual estudió las

orbitas de planetas y describía el primer invariante de los enlaces (nudos enredados entre sí). Descubriendo una característica no trivial de las concatenaciones, demostrando en 1833 que el número concatenaciones de dos nudos, se puede calcular mediante una integral. Ver Wang (2012); Silver (2006).

En, 1867, William Thomson, llamado Lord Kelvin, propuso su teoría de los átomos de vórtice, donde una materia construida por átomos, no eran más que remolinos y vórtices, enlazados y anudados en un espacio relleno de éter. Peter Guthrie Tait, colaborador de Kelvin, se encargó del estudio y de la clasificación de los nudos, para encontrar cuando dos nudos eran diferentes. Tait enumeró a los nudos en términos del número de cruces e hizo descubrimientos empíricos llamados desde entonces las *Conjeturas de Tait*. Ver Kelvin (1867); Silver (2006).

Durante cincuenta años, el polinomio de Alexander, fue el único invariante, pero fue hasta finales de la época de los ochenta, cuando en 1970 nace la Teoría combinatoria. Fue en 1984, cuando Vaughan Frederick Randal Jones (1952- ), descubrió un nuevo invariante de nudos, ahora conocido como el polinomio de Jones, el cual se rige por los movimientos de Reidemeister, el cual resultó lo suficientemente poderoso para demostrar fácilmente la mayoría de las conjeturas de Tait. Ver Lozano (1998).

#### 4. DESARROLLO DE LA METODOLOGIA

Un registro de ECG <sup>6</sup> posee generalmente trece columnas incluyendo el tiempo. Para reducir la dimensión de la información a una cantidad que pueda utilizarse en Teoría de Nudos, combinamos vectores de manera que se obtengan vectores resultantes.

Dependiendo de su ubicación, se probaron diferentes combinaciones como se describe a continuación.

##### 4.1 FORMACIÓN DE LOS COMPONENTES

Los análisis para obtener una sumatoria de vectores se realizaron de la siguiente manera.

ARREGLO PROPUESTO 1: Promedio de la dirección de vectores del plano frontal (ver Fig. 4).

$$\begin{aligned} X &= aVR + V1 + V2 \\ Y &= aVL + V5 + V6 \\ Z &= aVF + V3 + V4 \end{aligned} \tag{1}$$

<sup>6</sup> Se tomó la base de datos del ECG de Physionet de señales digitales fisiológicas, que incluye una base de señales de individuos sanos y pacientes con una gran variedad de condiciones patológicas, a las cual se puede acceder en la dirección web: [www.physionet.org](http://www.physionet.org). Ver Physionet (2016)

El análisis tomó la consideración de la dirección vectorial de cada una de las derivaciones que son utilizadas para la obtención del vector resultante.

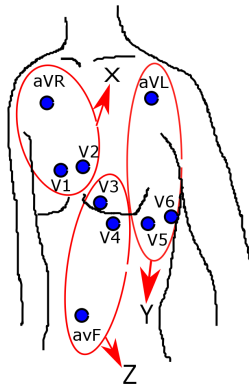


Figura 4. Dirección de vectores del plano frontal

ARREGLO PROPUESTO 2: Promedio de las derivaciones precordiales (ver Fig. 5).

$$\begin{aligned} X &= V1 + V2 \\ Y &= V5 + V6 \\ Z &= V3 + V4 \end{aligned} \quad (2)$$

El análisis tomó la consideración de la dirección vectorial de cada una de las derivaciones que son utilizadas para la obtención del vector resultante.

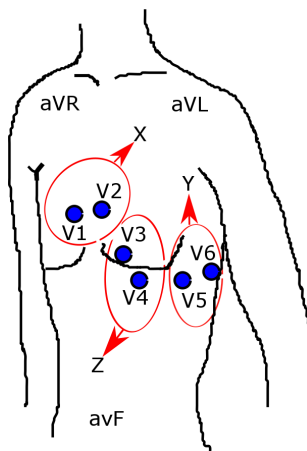


Figura 5. Promedio derivaciones precordiales.

ARREGLO PROPUESTO 3: Promedios de vectores principales y de Einthoven

$$\begin{aligned} X &= aVR + V1 + V2 + D1 + D2 \\ Y &= aVL + V5 + V6 + D1 + D2 \\ Z &= aVF + V3 + V4 + D1 + D2 \end{aligned} \quad (3)$$

Se elaboró esta formación de componentes experimental por la dirección y cercanía de cada una de las derivaciones, sin tomar en cuenta  $D3$  por lo retirado que se encuentra esta derivación.

El resultado en cada un arreglo  $\Omega$  in  $\mathbb{R}^{n \times 4}$ , donde  $n$  es el número de lecturas y en la dimensión de este arreglo está incluido el tiempo. Este arreglo representa la trayectoria resultante de la formación de los componentes.

El arreglo  $\Omega$ , es evaluado por un algoritmo para dictar los cruces de la trayectoria, los cuales a su vez, caracterizan al nudo del sistema.

El polinomio resultante indica un tipo de trayectoria que puede correlacionarse con una afección del músculo cardíaco.

#### 4.2 ESPACIO TRIDIMENSIONAL DE LOS VECTORES RESULTANTES

Ejemplo 1. El siguiente ejemplo es de un paciente con infarto al miocardio, donde se utiliza el arreglo propuesto 1, por la ecuación (1), donde se calculó el arreglo  $\Omega$  de  $n \times 4$ , con los vectores resultantes obtenidos a partir de las señales recolectadas del electrocardiograma del paciente 002 .

- Se tiene tres señales resultante (X, Y, Z) del electrocardiograma y se obtiene una representación bidimensional de cada una de ellas, (ver Fig. 6).

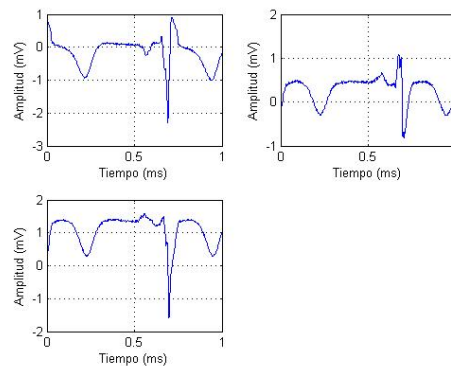


Figura 6. Vectores resultantes (X, Y, Z) contra el tiempo.

- Se grafican X, Y y Z (vectores resultantes) en el espacio tridimensional para obtener la dinámica del nudo (ver Fig. 7). Ver Rivas (2013).
- Los datos obtenidos de la dinámica del nudo se ingresan al algoritmo de puntos de cruce. Los cruces obtenidos se ingresan a un paquete externo de teoría de nudos para obtener su invariante topológico de Alexander. En este ejemplo el polinomio de Alexander es 1,(ver Fig. 8). Ver Díaz (2007).

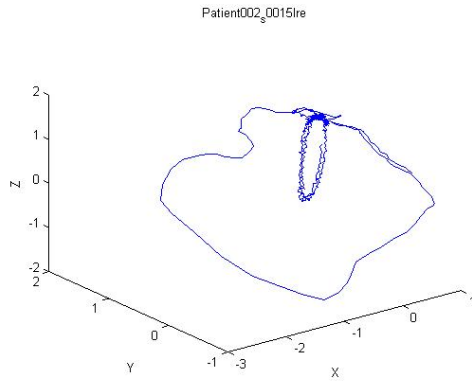


Figura 7. Representación tridimensional (X, Y, Z).

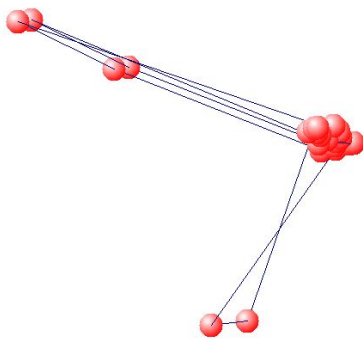


Figura 8. Invariante topológico de Alexander 1.

Ejemplo 2. En este ejemplo del Paciente 118 con cardiopatía. Se utilizaron la misma metodología anterior pero empleando el arreglo propuesto 3, por la ecuación (3), para calcular el arreglo  $\Omega$  de los vectores resultantes.

- Se grafica la representación bidimensional de cada uno de estos vectores resultantes X, Y y Z, (ver Fig. 9).

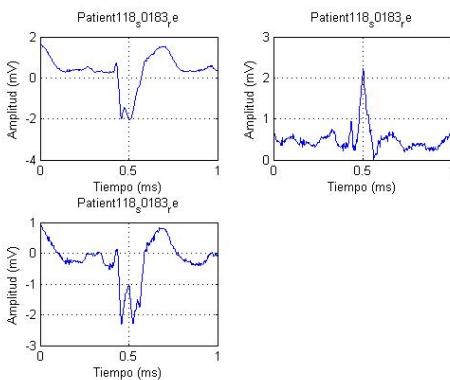


Figura 9. Vectores resultantes (X, Y, Z) contra el tiempo.

- Se grafican los vectores resultantes en el espacio tridimensional para observar la dinámica del nudo., (ver Fig. 10). Ver Rivas (2013).

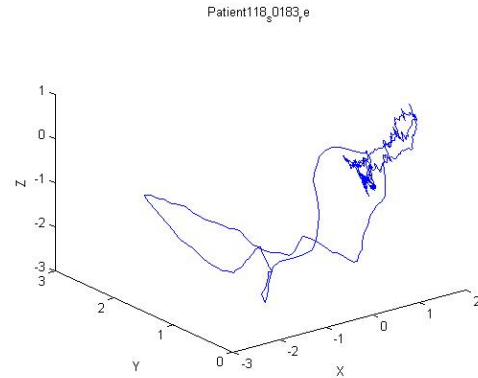


Figura 10. Representación tridimensional (X, Y, Z).

- Las datos conseguidos se ingresan de igual manera al algoritmo de cruces, estos cruces se ingresan al paquete externo para obtener el polinomio de Alexander, en este ejemplo del paciente 118 el invariante topológico de Alexander es  $2t^2 - 3t + 2$ , (ver Fig. 11). Ver Díaz (2007).

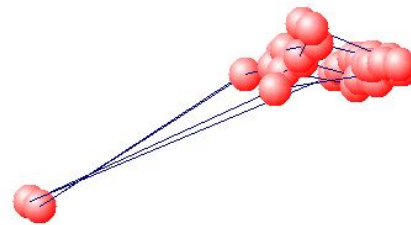


Figura 11. Invariante topológico de Alexander  $2t^2 - 3t + 2$ .

## 5. RESULTADOS

Se realizó el análisis a distintos pacientes con condiciones patológicas diferentes de la base de datos de Physionet, y se obtuvieron los siguientes invariantes polinomiales (ver Cuadro 12), estos resultados se compararon con los invariantes polinomiales obtenidos con las pruebas del ECG normal, y se observaron similitudes o semejanzas en los polinomios.

Paciente	Diag.	A,1	A,2	A,3	ECGN.
Patient002	M.I.	1	$-t + 1$	1	1
Patient105	H.C.	1	$-t + 1$	1	$-t + 1$
Patient107	V.H.D.	<i>Sin.nudo</i>	$-t + 1$	1	1
Patient109	Dys.	1	1	1	<i>Sin.nudo</i>
Patient118	Car./H.F.	1	1	$2t^2 - 3t + 2$	1

Figura 12. Resultados de invariantes polinomiales.

Dónde: Diag: Diagnóstico, A.1: Análisis 1, A.2: Análisis 2, A.3: Análisis 3, ECG N.: Electrocardiograma Normal M.I.: Myocardial Infarction, H.C.:Healthy controls, V.H.D.:Valvular Heart Disease, Dys.:Dysrhythmia, Car / H.F.: Cardiomyopathy / Heart Failure.

## 6. CONCLUSIÓN

En este trabajo se disminuyó el número de señales de doce utilizadas actualmente a solo tres señales, la cual nos proporcionó información útil para poder analizar la actividad cardiaca del corazón por métodos topológicos.

La implementación de este análisis, servirá para poder obtener con una cantidad menor de derivaciones, los invariantes topológicos que caractericen la trayectoria tridimensional bajo estudio.

## AGRADECIMIENTOS

Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT) por su apoyo mediante la beca 336594 y a la Universidad Autónoma de Nuevo León (UANL).

## REFERENCIAS

- World Health Organization. *Cardiovascular diseases (CVDs)*, <http://www.who.int/mediacentre/factsheets/fs317/en/>, 2016.
- World Health Organization. *Cardiovascular diseases*, [http://www.who.int/cardiovascular\\_diseases/en/](http://www.who.int/cardiovascular_diseases/en/), 2016.
- D. Dubin. *Electrocardiograma Práctica*. 3era. Edición, Interamericana de Ediciones, México, DF, 1986.
- A. Davies and A. Scott. *Starting to Read ECGs, The Basic*. Springer-Verlag, London, 2014.
- J. R. Hampton. *ECG Fácil*. 7ta. Edición, Elsevier, España, S.L., 2009.
- D. B. Foster. *Twelve-Lead Electrocardiography, Theory and Interpretation*. 3ra. Edición, Editorial Medica Panamericana, Madrid España, 2009.
- C. W. Hamm and S. Willems. *El Electrocardiograma, Su Interpretación Práctica*. 2da. Edition, Springer-Verlag, London, 2007.
- A. Lama T.. Einthoven el hombre y su invento. *Revista Médica de Chile*, 132: pages 260–264, 2004.
- J.L. Cisneros M.. Introducción a la Teoría de Nudos. *V Jornadas de Física y Matemáticas*, Universidad Autónoma de Ciudad Juárez, 2011.
- L. Wang Xiao. Introducción a la Teoría de Nudos. *Departamento de Matemáticas, Estadística y Computación*, Universidad de Cantabria, Cantabria, España, 2012.
- D. S. Silver. Orígenes de la Teoría de Nudos. *Revista Investigación y Ciencia*, Edición Española de Scientific American, 2006.
- C. C. Adams. *A. The Knot Book: An Elementary Introduction to the Mathematical Theory of Knots*. Freedman and Company, New York, 2001.
- M. T. Lozano Imízcoz. Nudos y Variedades Tridimensionales. *Academia de Ciencias Exactas, Físicas, Químicas y Naturaleza de Zaragoza*, Zaragoza, España, 1998.
- E. M. Fedriani Martel and Á.F. Tenorio Villalón. Los sistemas de numeración maya, azteca e inca. *Lecturas Matemáticas*, Universidad Pablo de Olavide, Sevilla, España, Vol. 25, páginas 159-190, 2004.
- Lord Kelvin (Sir William Thomson). On Vortex Atoms. *Proceedings of the Royal Society of Edinburgh*, Vol. VI, pp. 94–105, 1867.
- Physionet. *PTB Diagnostic ECG Database (ptbdb)*, <https://www.physionet.org/cgi-bin/atm/ATM>, 2016.
- D. E. Rivas Cisneros. Análisis de Anmalías del Corazón por Métodos Topológicos. *Tesis Maestría*, San Nicolás de los Garza, Nuevo León, 2013.
- D. A. Díaz-Romero. Knotted Dynamical Systems. *Doctoral Thesis*, 2007.
- X. García and L. Mateu and J. Maynar., and J. Mercadal, and A. Ochagavía and A. Ferrandiz. Estimación del gasto cardíaco. *Utilidad en la práctica clínica. Monitorización disponible invasiva y no invasiva*, *Med Intensiva*, 35(9), páginas 552–561, 2011.
- R.A. Kreisberg and J. E.B. Reusch Hiperlipidemia (Exceso de grasas en la sangre) *The Journal of Clinical Endocrinology & Metabolism* First Published Online: January 14, 2009.