

Sincronización evolutiva de una red de neuronas

G. Solís-Perales* L. M. Reyes** J. Caín*

* *CUCEI, Universidad de Guadalajara, Av. Rev. 1500, CP. 44430
(e-mail: gualberto.solis@cucei.udg.mx, jairo.sanchez@alumno.udg.mx).*
** *Depto. de Ciencias Computacionales CUCEI, Universidad de Gdl,
Av. Rev. 1500, CP. 44430 (luz.reyes@academico.udg.mx).*

Abstract: En esta propuesta se presenta un modelo de sistemas acoplados, cuyos comportamientos evolutivos son comparables con los de una red de neuronas. En la red estructural, se modelan las conexiones físicas de los axones y dendritas entre neuronas. La variable principal sobre la que recae la evolución en las conexiones, es el potencial de las neuronas, además, se observa cómo es que la función de la fuerza de acople, se comporta como un controlador adaptativo que hace converger la red a la sincronización. El cambio del valor del grado de cada nodo, es una evidencia que muestra la evolución de la red, esto se logra mediante el cambio evolutivo o adaptativo de la fuerza de acoplamiento entre los nodos, esta función determina la estructura de la red funcional a lo largo del tiempo, al relacionar la magnitud de las desviaciones de una neurona con sus vecinas, con un umbral que determina la conexión de esa neurona.

Keywords: Evolución, sincronización, red funcional, red estructural, neuronas.

1. INTRODUCCIÓN

La sincronización es un fenómeno que se presenta cuando unidades de un conjunto interactúan dinámicamente y ajustan algunas de sus propiedades para llegar a una simultaneidad en el tiempo. Es intrínseco en la naturaleza, desde los niveles más altos de organización: la economía mundial, el mercado de valores, los sistemas ecológicos (Li et al., 2003), (Wlti, 2011), (Blasius et al., 1999), hasta los niveles más bajos: las reacciones químicas, ritmos circadianos, neuronas en el cerebro (Pedro Stange et al., 1998), (Fukuda et al., 2007), (Engel et al., 1990). No es de sorprender que la naturaleza produzca organización con el fin de llegar a la sincronización de sus procesos, si asumimos que todo en el universo está en conexión, en red, nos induce pensar que existe algún tipo de sincronización. El desarrollo científico de la teoría de sincronización, desde los primeros avances hechos por winfree y kuramoto (Winfree, 1967), (Kuramoto and Araki, 1975), hasta las últimas investigaciones, ha reducido el problema de describir científicamente el fenómeno para cada red en especial, a tan solo estudiar por generalizado la topología de las diferentes redes que se forman al interactuar dos o más unidades dinámicamente (Pecora and Carroll, 1998), (Um et al., 2014), (Barahona and Pecora, 2002), (Wang and Chen, 2002).

Desde el momento en que se descubrieron respuestas oscilatorias en la corteza visual de los gatos y entre áreas del cerebro humano capaces de sincronizarse (Sehatpour et al., 2008), (Tallon-Baudry et al., 2001), (Senkowski et al., 2008), la inclinación por estudiar la dinámica en conjunto de las neuronas, ha sido enfocada en la

sincronización de redes complejas como una alternativa viable en el entendimiento de la función cognitiva del cerebro (Bressler and Menon, 2010), (Sporns et al., 2005). Avances significativos se han obtenido en las neurociencias con el enfoque de redes complejas, como demostrar características topológicas de la red funcional y estructural del cerebro: distribución de potencia en el grado, dinámica de mundo pequeño, modularidad, jerarquía y la existencia de módulos altamente conectados (Wang et al., 2014), o la evidencia que muestra que las funciones cognitivas del cerebro dependen de la actividad y coactividad de grandes poblaciones de neuronas en redes distribuidas (Sporns et al., 2005). Para no generar ambigüedad se toman en cuenta las definiciones de Bressler (Bressler and Menon, 2010), él define a una red estructural del cerebro como un conjunto de unidades neuronales interconectadas, conexiones anatómicas en la materia blanca (fibras axonales) que unen diferentes regiones del cerebro y define a una red funcional como una colección de áreas del cerebro interconectadas, que interactúan para desarrollar una función. Se han propuesto modelos que han intentado dilucidar bajo la sincronización de redes de neuronas, las interacciones entre regiones de la red funcional del cerebro, tales modelos han alcanzado la sincronización incluyendo en la red propuesta, características y propiedades topológicas de las redes del cerebro. El modelo generalizado de Kuramoto (Cumin and Unsworth, 2007), ha ayudado a describir de una manera más apegada a la realidad como es que frecuencias y acoples variantes en el tiempo afectan a la sincronización de la red de neuronas, la desventaja es que cada neurona es caracterizada como un oscilador, lo cual deja de lado el amplio rango de com-

portamientos dinámicos que puede presentar la neurona (Jiang et al., 2004). Otros (Batista et al., 2010), (Prado et al., 2014), (Ferrari et al., 2015), a sabiendas de que las redes tanto estructural como funcional del cerebro tienen la propiedad de mundo pequeño y modularidad, han simulado una red donde sus módulos cumplen con ser de mundo pequeño o aleatorios y las conexiones entre módulos son al igual de mundo pequeño o utilizan un enfoque aun mas biológico, la matriz de adyacencia de la red estructural del cerebro de un gato. En estos trabajos se encontró una forma más débil de sincronización, la sincronización de fase, también se encontró como las neuronas caracterizadas con el modelo de Rulkov o Huber-Braun producen un comportamiento oscilatorio capaz de sincronizarse a distintos valores de fase y bajo ciertas condiciones de acoplamiento. Además, demostraron la existencia de una reducción de fase del sistema, que puede ser representada como un modelo generalizado de Kuramoto. Sin embargo, aunque los modelos de redes propuestos pueden dar una idea de como es que las distintas partes del cerebro se coordinan para realizar una tarea, no resuelven del todo la incógnita, ya que la red estructural que proponen, aun cuando cumple con las características topológicas encontradas en el cerebro, ésta solo produce una red funcional fija, lo cual no modela los resultados encontrados experimentalmente (Wang et al., 2014).

Wang (Wang et al., 2014) menciona la vital importancia de entender y modelar la dinámica evolutiva del cerebro humano con modelos de redes de neuronas, ya que organizaciones estructurales fijas del cerebro, pueden producir patrones de red funcionales diferentes. Se ha demostrado que los patrones y fuerzas de acople de las conexiones funcionales, pueden cambiar de acuerdo a la tarea demandada, por tal motivo, no basta con modelar una red estructural con acople fijo o variante en el tiempo para todas las conexiones, pues la red funcional generada es fija. Yan (Yan and Wang, 2014) en su trabajo propone una regla para las fuerzas de interconexión de la red donde el acople está en función del error, esta fuerza de acople entre las neuronas crece conforme más discrepancia se encuentre en sus comportamientos, permitiendo a la red llegar a la sincronización. El trabajo de Yan muestra un avance con respecto a resultados previos, puesto que propone un acople variante con el error, sin embargo, la premisa de aumentar la fuerza de conexión entre las neuronas conforme aumente la diferencia entre sus potenciales no es práctico o realista, lo encontrado en investigaciones sugiere que la fuerza de acople aumenta conforme dos neuronas tienen comportamientos similares, tal premisa tomada por Yan lleva a las neuronas a una conexión fija, esto significa que el acoplamiento llega a un valor fijo y por tanto generará una red funcional fija. En otras palabras, la evolución que se obtiene es transitoria sólo en el valor del acoplamiento y no en la estructura de la red.

En este trabajo se propone un modelo que reproduce la dinámica evolutiva de una red funcional de neuronas con modelo de Hodgkin-Huxley, donde la regla que dicta la fuerza de acople entre neuronas y la topología de la red funcional es una función que depende del estado de

los elementos de la red. El modelo permite generar una red funcional sincronizable, cuya configuración en las conexiones evoluciona de acuerdo a los comportamientos de afinidad en el potencial de membrana de las neuronas. El modelo genera cúmulos de neuronas con un comportamiento síncrono similar transitorio, luego la red se reorganiza y se generan nuevos cúmulos. En (Parravano and Reyes, 2008) los autores presentan un modelo para describir el movimiento de partículas en gases, en donde las posiciones de las mismas son determinadas por sus vecinas y la distancia entre ellas, de tal forma que algunas partículas influyen la posición de otra siempre que estén dentro de un rango espacial. Esta idea es llevada a la sincronización de una red de neuronas que muestre o describa un comportamiento evolutivo en la interconexión de las neuronas o grupos de neuronas.

2. MODELO DE RED EVOLUTIVA DE NEURONAS

Un sistema compuesto de N unidades dinámicas interconectadas puede ser representado por una red. Las ecuaciones de estado de una red son descritas por

$$\dot{\mathbf{x}}_i = f(\mathbf{x}_i) + c \sum_{j=1}^N a_{ij} \Gamma \mathbf{x}_j, \quad i = 1, 2, \dots, N. \quad (1)$$

En el modelo $\mathbf{x}_i = (x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{in})^T \in \mathbb{R}^n$ son las variables de estado del i -ésimo nodo, c representa la fuerza de acople y $\Gamma \in \mathbb{R}^{n \times n}$ es una matriz constante $0 - 1$ que vincula variables acopladas. La matriz de acoplamiento $A = a_{ij} \in \mathbb{R}^{n \times n}$ representa la configuración de conexiones de la red. Si existe una conexión entre el nodo i -ésimo y el nodo j -ésimo entonces $a_{ij} = 1$, de otra forma, si no existe conexión $a_{ij} = 0$. Además, $a_{ii} = -k_i$, donde k_i es el grado del nodo i .

En la red funcional de neuronas que se propone, el comportamiento de cada nodo reproduce la dinámica de la neurona mediante el modelo de (Hodgkin and Huxley, 1952)

$$\begin{aligned} C_M \frac{d\mathbf{V}}{dt} &= -I_{Na}(t) - I_K(t) - I_L(t) + I(t) \\ I_{Na}(t) &= g_{Na} \mathbf{m}^3 \mathbf{h} (\mathbf{V} - E_{Na}) \\ I_K(t) &= g_K \mathbf{n}^4 (\mathbf{V} - E_K) \\ I_L(t) &= g_L (\mathbf{V} - E_L) \\ \frac{d\mathbf{n}}{dt} &= \alpha_n(t) (1 - \mathbf{n}) - \beta_n(t) \mathbf{n} \\ \frac{d\mathbf{m}}{dt} &= \alpha_m(t) (1 - \mathbf{m}) - \beta_m(t) \mathbf{m} \\ \frac{d\mathbf{h}}{dt} &= \alpha_h(t) (1 - \mathbf{h}) - \beta_h(t) \mathbf{h}. \end{aligned} \quad (2)$$

La primer variable de estado \mathbf{V} es el potencial de la membrana, igual a la suma de las corrientes iónicas que fluyen a través de la membrana de la neurona, las tres variables de estado restantes \mathbf{n} , \mathbf{m} y \mathbf{h} modelan la probabilidad

de que un canal iónico esté abierto en un momento de tiempo dado. $I_{Na}(t)$, $I_K(t)$, $I_L(t)$ y $I(t)$ representan las corrientes electricas producidas por las corrientes iónicas del sodio, potasio y cloro respectivamente, y las corrientes inyectadas externamente. E_{Na} , E_K y E_L son los potenciales de equilibrio para los iones de sodio, potasio y el potencial de la corriente nula de fuga debido a los iones de cloro y otros. Las constantes g_{Na} , g_K y g_L representan la máxima conductancia. $\alpha_n(t)$, $\beta_n(t)$, $\alpha_m(t)$, $\beta_m(t)$, $\alpha_h(t)$ y $\beta_h(t)$ expresan razones de cambio las cuales varían con el voltaje mas no con el tiempo. La sincronización de una red de neuronas significa sincronización en el potencial de la membrana, por lo tanto, la interconexión del i -ésimo nodo en la parte derecha de (1) se lleva a cabo a través de la primer variable de estado de (2).

El concepto de evolución en una red nos dirige a pensar que es necesario tener un cambio en la topología, derivado de la interacción dinámica en conjunto de los nodos, en otras palabras, significa que la matriz de acoplamientos está en función de las variables de estado de los nodos, por lo tanto, para tener una red evolutiva funcional de neuronas que modele los diversos patrones de red funcionales observados en el cerebro y que son generados bajo una red estructural fija, la matriz de acoplamientos deberá estar en función del potencial de membrana $A(\mathbf{V}(t)) = a_{ij}(\mathbf{V}(t))$. El problema que surge es encontrar una regla que dicte qué nodo se conectará con quién y porqué.

En este trabajo se propone utilizar un vector empleado en mapas acoplados, los cuales modelan sistemas dinámicos acoplados cuyos acoplamientos cambian en dependencia a los estados de los elementos del sistema y sus interacciones (Shibata and Kaneko, 2003). El vector

$$\mathbf{r}_i = \mathbf{r}_{0i} + \sum_{j \in \mathfrak{N}(i)} \frac{\mathbf{r}_{0j} - \mathbf{r}_{0i}}{|\mathbf{r}_{0j} - \mathbf{r}_{0i}|} F(\mathbf{x}_j, \mathbf{x}_i) \quad (3)$$

indica la posición en el mapa del elemento i -ésimo en un espacio d -dimensional, proporciona la dirección y sentido del movimiento. En (3) el conjunto de elementos interactuando con el i -ésimo elemento es denotado por $\mathfrak{N}(i) = \{j : |\mathbf{r}_0(j) - \mathbf{r}_0(i)| \leq R\}$ y el numero de elementos en $\mathfrak{N}(i)$ es $N_n(i)$. $F(\mathbf{x}(i), \mathbf{x}(j))$ es una fuerza atractiva o repulsiva que depende del estado del i -ésimo y j -ésimo elemento. Las posiciones de los N elementos del sistema son colocados en un dominio espacial $[0, L]^d$ de dimensión d , con condiciones de limite periódico. Tal vector en un mapa acoplado permite obtener comportamientos sociales de comunidades en competición social-ecológica (Parravano and Reyes, 2008), que al ser introducido como la regla social en el modelo propuesto, será de utilidad para modelar y tratar de dar respuesta a una de las preguntas criticas sobre cognición, Cómo es que diferentes redes funcionales cooperan, compiten y coordinan su actividad durante el complejo comportamiento cognitivo? (Bressler and Menon, 2010).

Con base en lo anterior, por lo tanto, el vector en (3) determinará en nuestro modelo hacia donde la i -ésima neurona enviará su información. De esta forma la matriz de acoplamiento

$$A(\mathbf{r}(\mathbf{x})) = \begin{cases} a_{ij} = 1, & |\mathbf{r}_{0j} - \mathbf{r}_{0i}| \leq R \\ a_{ij} = 0, & |\mathbf{r}_{0j} - \mathbf{r}_{0i}| > R \end{cases} \quad (4)$$

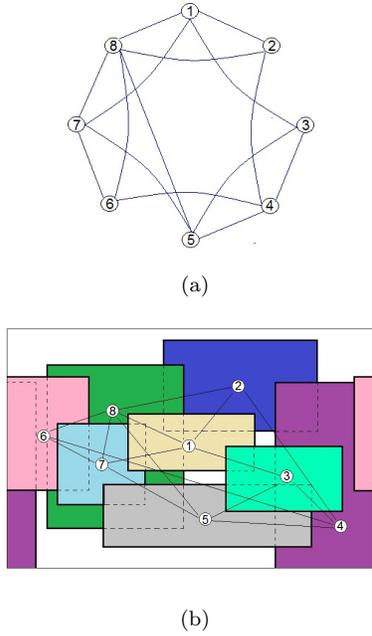
de la red funcional está en función de las variables de estado del sistema y modela la formación y destrucción de las conexiones sinápticas entre neuronas.

Teniendo en cuenta que la red estructural es aquella que caracteriza el cableado físico, en otras palabras es la red que caracteriza la configuración de las conexiones axonales y dendríticas entre neuronas, en nuestro modelo esta red se incluye como un conjunto de dominios espaciales $[L_{0i}, L_{fi}]^{d_i}$ de dimensión d_i , con condiciones de limite periódico y que se encuentran sobre un plano periódico $[0, L]^d$. Cada espacio periódico $[L_{0i}, L_{fi}]^{d_i}$ restringe el dominio del vector \mathbf{r}_i de la neurona i -ésima, figura 1(b). Los centros geométricos de los espacios periódicos $[L_{0i}, L_{fi}]^{d_i}$ representan los nodos de la red estructural y los traslapes entre ellos las conexiones. De esta forma se puede representar cualquier red estructural colocando los centros geométricos, de manera que los traslapes entre ellos generen la configuración de red deseada. En la figura 1 se puede observar como una red de mundo pequeño constituida de 8 nodos numerados, es representada mediante 8 planos de diferente color. Cada plano representa la ramificación de los axones y dendritas de la neurona (nodo), mientras que el traslape entre un plano y otro significa que dos neuronas están conectadas físicamente (arista), por que sus ramificaciones se interceptaron. Los planos numerados que representan las ramificaciones de las neuronas (nodos) corresponden a los dominios espaciales periódicos $[L_{01}, L_{f1}]^{d_1}, [L_{02}, L_{f2}]^{d_2}, \dots, [L_{08}, L_{f8}]^{d_8}$ los cuales restringen el movimiento de los vectores $\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \dots, \mathbf{r}_8$ respectivamente. Si se analiza cualquier nodo en la red de mundo pequeño de la figura 1(a) y el plano correspondiente a ese nodo en la figura 1(b), se cae en cuenta que hay una correspondencia entre las conexiones del nodo con sus vecinos y los traslapes entre el plano con los planos vecinos. Por ejemplo el nodo 1 esta conectado con los nodos $\{2, 3, 7, 8\}$ y el plano 1 se traslapa con los planos $\{2, 3, 7, 8\}$.

El modelo que se propone de la red funcional evolutiva de neuronas generada bajo una red estructural fija es:

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}}_i &= f(\mathbf{x}_i) + c(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j) \sum_{j=1}^N a_{ij}(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j) \Gamma \mathbf{x}_j, \\ \mathbf{r}_i &= \mathbf{r}_{0i} + \gamma \left(\sum_{j \in \mathfrak{N}(i)} \frac{\mathbf{r}_{0j} - \mathbf{r}_{0i}}{|\mathbf{r}_{0j} - \mathbf{r}_{0i}|} \right) \left(\mathbf{x}_i \sum_{j \in \mathfrak{N}(i)} \mathbf{x}_j \right), \\ \mathbf{r}_i &\in [L_{0i}, L_{fi}]^d \\ i &= 1, 2, \dots, N \in \mathbb{R}. \end{aligned} \quad (5)$$

La fuerza $F(\mathbf{x}(i), \mathbf{x}(j))$ del vector en (3) se modificó en (5) por $\mathbf{x}_i \sum_{j \in \mathfrak{N}(i)} \mathbf{x}_j$, esta nueva expresión genera el sentido del movimiento de la información y puede ser interpretada como la afinidad de la i -ésima neurona de



compartir información con su vecindario. El parámetro γ expresa el acople de un elemento con su vecindario, si su valor es muy grande no se podrán formar grupos por que el cambio $|\mathbf{r}_{0j} - \mathbf{r}_{0i}|$ es mayor que R . La fuerza de acople $c(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j) = \frac{\varepsilon}{N_n(i)}$ es una función que depende indirectamente del estado.

3. SINCRONIZACIÓN Y EVOLUCIÓN DE LA RED DE NEURONAS

El objetivo de un controlador es obligar al sistema del error a converger a cero y poder obtener salidas lo mas similares a la referencia de entrada. Si se analiza el modelo de una red compleja (1), se puede afirmar que el termino $c \sum_{j=1}^N a_{ij} \Gamma \mathbf{x}_j$ forma un controlador que obliga a las dinámicas de los elementos a ser iguales a través del tiempo. La sincronización de los elementos se logra entonces si el controlador es capaz de llevar al sistema del error a cero.

Suponiendo que se encuentran N elementos aislados, donde la dinámica del i -ésimo elemento esta dada por:

$$\dot{\mathbf{x}}_i = f(\mathbf{x}_i), \quad i = 1, 2, \dots, N, \quad (6)$$

entonces el error sera:

$$\mathbf{e}_i = \sum_{j=1}^N (\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j), \quad i = 1, 2, \dots, N. \quad (7)$$

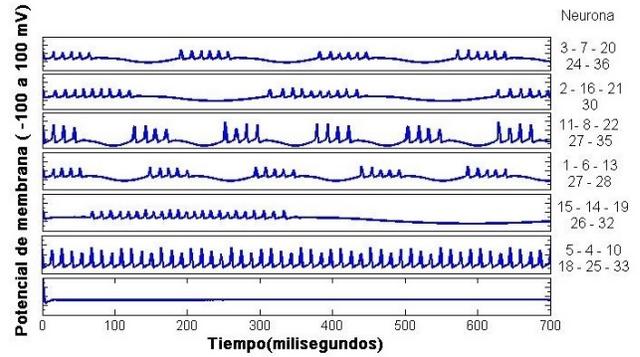


Fig. 2. Comportamiento dinámico de las 36 neuronas (nodos) si estuvieran aisladas.

Hasta este punto el sistema esta en lazo abierto, ahora si algunos de los N elementos aislados del sistema se acoplan por algún o algunos de sus estados, el error se expresará entonces por:

$$\mathbf{e}_i = \sum_{j=1}^N a_{ij} \Gamma \mathbf{x}_j, \quad i = 1, 2, \dots, N, \quad (8)$$

donde $a_{ij} \in \mathbb{R}^{n \times n}$ proporciona la información de la configuración del sistema de los N elementos acoplados y $\Gamma \in \mathbb{R}^{n \times n}$ es una matriz constante 0-1 que vincula variables acopladas. Si se multiplica el error por una ganancia c , se tiene entonces la misma forma de 1 que es un controlador proporcional que lleva al sistema de N elementos aislados a la sincronización y a tal cosa se le llama red compleja. Si se analiza el lado derecho de la primer ecuación de (5), se puede discernir que forma un controlador adaptativo para la sincronización de la red. La sumatoria representa el error que son las diferencias entre el potencial de acción de la neurona i -ésima y el estado de las neuronas de su vecindario, la ganancia adaptativa del controlador es la función de la fuerza de acople. Los acoplamientos a_{ij} dependen del vector $\mathbf{r}(\mathbf{x})$ y modelan si existe o no el intercambio de información entre neuronas, propiciando la existencia de evolución en la red funcional. La red estructural es fija con la topología dictada por la posición geométrica de los dominios periódicos $[L_{0i}, L_{fi}]^d$ en el plano periódico $[0, L]^d$.

3.1 SIMULACIÓN NUMÉRICA

La simulación numérica del modelo se realizó con los valores de los parámetros de la tabla 1 y los comportamientos de las $N = 36$ neuronas fueron elegidos como los de la figura 2. Se utilizaron 36 neuronas por cuestiones de capacidad de procesamiento, ya que el modelo de Hodgkin-Huxley usado para cada nodo requiere de una gran cantidad de iteraciones para realizar su integración numérica. Es posible generar una red con cualquier cantidad de nodos pero depender de la capacidad de procesamiento.

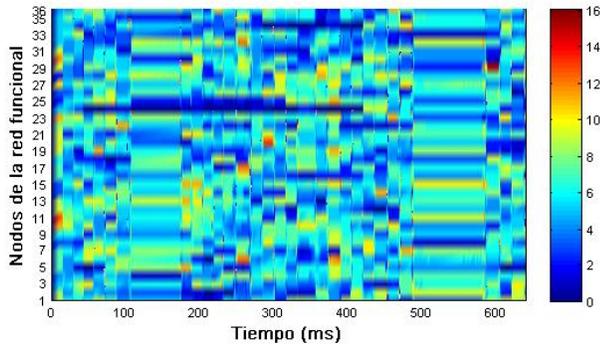


Fig. 3. Evolución de la red funcional. El eje Y representa los 36 nodos de la red y cada color de la barra derecha representa el numero de vecinos conectados al nodo. La variación de intensidad de color cuando se mueve horizontalmente sobre la gráfica muestra la evolución de la red.

La red estructural utilizada en la simulación fue una red regular donde todas las dendritas y axones de las neuronas están conectadas todas contra todas.

Table 1. Parámetros utilizados en la simulación numérica del modelo.

Parámetro	Valor	Parámetro	Valor
g_{Na}	120 mS/cm ²	E_{Na}	55 mV
g_K	36 mS/cm ²	E_K	-72 mV
g_L	0.3 mS/cm ²	E_L	-49.4 mV
C_M	1 μ F/cm ²	ε	1.12
L	150	γ	3.5×10^{-7}
N	36	d	2
R	35		

La evolución existe cuando se tienen diferentes topologías de la red en el tiempo y la función de acople depende de algún estado del sistema, por lo tanto para el modelo propuesto el cambio de grado de los nodos asegura evolución. La evolución obtenida en simulación de la red funcional se muestra en la figura 3. Donde la intensidad de color, que se expresa mediante una barra numerada, indica la magnitud del grado del nodo. El eje Y representa el numero del nodo en la red y el eje X el tiempo en milisegundos. Conforme se mueve sobre la figura 3 a una altura fija del eje Y a través del eje X, existe un cambio de color que indica la variación de grado del nodo. El cambio de color en el sentido horizontal y vertical asegura que se tiene un cambio de configuración de la red en el tiempo y que el grado del nodo es diferente a sus vecinos.

Aunque la topología de la red esté evolucionando con respecto al estado, ésta llega a una sincronización en los potenciales de membrana de las neuronas figura 4. La intensidad de color representa la magnitud del potencial cuya unidad es el Volt, la barra derecha muestra que la intensidad de color corresponde con un voltaje que va desde los -100 mV, 40 mV más bajo que el potencial de reposo, hasta los 50 mV. El eje de las ordenadas representa el numero del nodo en la red y el eje de las abscisas el tiempo en milisegundos. La figura 4 muestra como los 36 nodos sincronizan su potencial de acción,

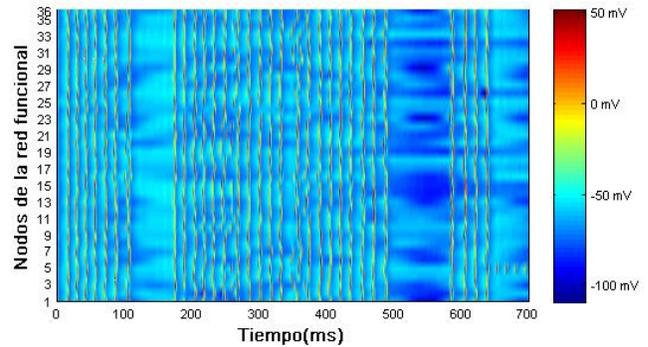


Fig. 4. Sincronización de la red. El eje Y representa los 36 nodos de la red y cada color de la barra derecha representa el potencial de membrana. La intensidad constante de color cuando se mueve verticalmente sobre la gráfica muestra que existe sincronización en los potenciales de membrana de las neuronas.

si se mueve sobre la gráfica verticalmente no se tiene cambio en la intensidad de color, lo que demuestra que las neuronas llegaron a una simultaneidad en sus voltajes.

La evolución de la red funcional no permite demostrar que la función de error para la sincronización es estable, ya que se puede asegurar estabilidad en un intervalo de tiempo donde existe una topología fija, más no para el momento en que existe un cambio de una configuración de una red a otra.

4. CONCLUSIONES

El resultado muestra la sincronización evolutiva de una red de neuronas. La evolución se entiende como el cambio de la estructura de la red en términos de los potenciales de las neuronas conectadas, es decir aquellas neuronas cuyo potencial de membrana estén cercanos. Así entonces, el modelo propuesto genera una clase de patrones evolutivos en la red funcional de neuronas, este comportamiento evolutivo representa las conexiones y desconexiones electricas entre neuronas. Un comportamiento similar (conexión - desconexión evolutiva) se ha observado de manera experimental en seres vivos. El acople entre neuronas que forma a la red puede verse como un controlador adaptativo que obliga a la red a converger a la sincronización práctica entre subgrupos de neuronas, aún cuando la matriz de acoplamientos evoluciona. La matriz de acoplamientos al estar en dependencia del potencial de membrana mediante una función que reproduce comportamientos sociales, genera cambios en la topología, la cual es entonces puramente definida por las conexiones entre las neuronas en un tiempo particular y ademas, tales conexiones están dadas por la afinidad entre los potenciales de las neuronas con un comportamiento sincrónico. Se encontró entonces que pueden generarse diferentes subgrupos de neuronas con comportamientos diferentes y todas en la misma red. Esto puede entenderse como una realización de diferentes tareas realizadas por la misma red de neuronas, donde cada tarea puede verse como un comportamiento sincrónico particular.

REFERENCIAS

- Barahona, M. and Pecora, L.M. (2002). Synchronization in small-world systems. *Phys. Rev. Lett.*, 89, 054101. doi:10.1103/PhysRevLett.89.054101.
- Batista, C., Nunes, R., Batista, A., Viana, R., Lopes, S., and Pereira, T. (2010). Global synchronization of bursting neurons in clustered networks. *arXiv preprint arXiv:1012.4512*.
- Blasius, B., Huppert, A., and Stone, L. (1999). Complex dynamics and phase synchronization in spatially extended ecological systems. *Nature*, 399(6734), 354–359.
- Bressler, S.L. and Menon, V. (2010). Large-scale brain networks in cognition: emerging methods and principles. *Trends in cognitive sciences*, 14(6), 277–290.
- Cumin, D. and Unsworth, C. (2007). Generalising the kuramoto model for the study of neuronal synchronisation in the brain. *Physica D: Nonlinear Phenomena*, 226(2), 181–196.
- Engel, A.K., Knig, P., Gray, C.M., and Singer, W. (1990). Stimulus-dependent neuronal oscillations in cat visual cortex: Inter-columnar interaction as determined by cross-correlation analysis. *European Journal of Neuroscience*, 2(7), 588–606. doi:10.1111/j.1460-9568.1990.tb00449.x.
- Ferrari, F.A., Viana, R.L., Lopes, S.R., and Stoop, R. (2015). Phase synchronization of coupled bursting neurons and the generalized kuramoto model. *Neural Networks*, 66, 107–118.
- Fukuda, H., Nakamichi, N., Hisatsune, M., Murase, H., and Mizuno, T. (2007). Synchronization of plant circadian oscillators with a phase delay effect of the vein network. *Phys. Rev. Lett.*, 99, 098102. doi: 10.1103/PhysRevLett.99.098102.
- Hodgkin, A.L. and Huxley, A.F. (1952). A quantitative description of membrane current and its application to conduction and excitation in nerve. *The Journal of physiology*, 117(4), 500.
- Jiang, W., Tsang, K.M., and Hua, Z. (2004). Hopf bifurcation in the hodgkin–huxley model exposed to elf electrical field. *Chaos, Solitons & Fractals*, 20(4), 759–764.
- Kuramoto, Y. and Araki, H. (1975). Lecture notes in physics, international symposium on mathematical problems in theoretical physics.
- Li, X., Jin, Y.Y., and Chen, G. (2003). Complexity and synchronization of the world trade web. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 328(12), 287 – 296. doi:http://dx.doi.org/10.1016/S0378-4371(03)00567-3.
- Parravano, A. and Reyes, L. (2008). Gaslike model of social motility. *Physical Review E*, 78(2), 026120.
- Pecora, L.M. and Carroll, T.L. (1998). Master stability functions for synchronized coupled systems. *Physical Review Letters*, 80(10), 2109.
- Pedro Stange, ., Alexander S. Mikhailov, *, ., ., and Hess, B. (1998). Mutual synchronization of molecular turnover cycles in allosteric enzymes. *The Journal of Physical Chemistry B*, 102(32), 6273–6289. doi: 10.1021/jp9813185.
- Prado, T.d.L., Lopes, S., Batista, C., Kurths, J., and Viana, R. (2014). Synchronization of bursting hodgkin-huxley-type neurons in clustered networks. *Physical Review E*, 90(3), 032818.
- Sehatpour, P., Molholm, S., Schwartz, T.H., Mahoney, J.R., Mehta, A.D., Javitt, D.C., Stanton, P.K., and Foxe, J.J. (2008). A human intracranial study of long-range oscillatory coherence across a frontal–occipital–hippocampal brain network during visual object processing. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 105(11), 4399–4404.
- Senkowski, D., Schneider, T.R., Foxe, J.J., and Engel, A.K. (2008). Crossmodal binding through neural coherence: implications for multisensory processing. *Trends in neurosciences*, 31(8), 401–409.
- Shibata, T. and Kaneko, K. (2003). Coupled map gas: structure formation and dynamics of interacting motile elements with internal dynamics. *Physica D: Nonlinear Phenomena*, 181(3), 197–214.
- Sporns, O., Tononi, G., and Kotter, R. (2005). The human connectome: a structural description of the human. *Brain PLoS Comput Biol.*(2005), 1.
- Tallon-Baudry, C., Bertrand, O., and Fischer, C. (2001). Oscillatory synchrony between human extrastriate areas during visual short-term memory maintenance. *J Neurosci*, 21(20), 177.
- Um, J., Hong, H., and Park, H. (2014). Nature of synchronization transitions in random networks of coupled oscillators. *Physical Review E*, 89(1), 012810.
- Wang, X.F. and Chen, G. (2002). Synchronization in scale-free dynamical networks: robustness and fragility. *IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Fundamental Theory and Applications*, 49(1), 54–62. doi:10.1109/81.974874.
- Wang, Z., Dai, Z., Gong, G., Zhou, C., and He, Y. (2014). Understanding structural-functional relationships in the human brain a large-scale network perspective. *The Neuroscientist*, 1073858414537560.
- Winfree, A.T. (1967). Biological rhythms and the behavior of populations of coupled oscillators. *Journal of theoretical biology*, 16(1), 15–42.
- Wliti, S. (2011). Stock market synchronization and monetary integration. *Journal of International Money and Finance*, 30(1), 96 – 110. doi: http://dx.doi.org/10.1016/j.jimonfin.2010.07.004.
- Yan, C. and Wang, R. (2014). Asymmetric neural network synchronization and dynamics based on an adaptive learning rule of synapses. *Neurocomputing*, 125, 41–45.