

# Control por realimentación estática de velocidad y alimentación de aire en un motor Diesel con recirculación de gases de escape \*

José Luis Mendoza-Soto<sup>†</sup> Hugo Rodríguez Cortés<sup>‡</sup> Luis Alvarez-Icaza<sup>§</sup>

<sup>‡</sup> Centro de Investigaciones y Estudios Avanzados

Av. Instituto Politecnico Nacional 2508, Delegación Gustavo A. Madero,  
San Pedro Zacatenco, 07360 Ciudad de México, D.F.

<sup>§</sup> Instituto de Ingeniería

Universidad Nacional Autónoma de México  
04510 Coyoacán DF, México

**Resumen**—En este artículo se propone una estrategia de control para un motor diésel turbocargado basada en retroalimentación estática del estado. La técnica utilizada es una opción de control que permite evitar el uso de la técnica de extensión dinámica del sistema para linealización exacta. El controlador propuesto se aplica a un modelo no lineal reducido de cuarto orden del sistema motor-turbocompresor de geometría variable. Se presentan simulaciones numéricas que muestran el desempeño del control propuesto.

## I. INTRODUCCIÓN

El control de la velocidad, la relación aire combustible y del flujo de gases de escape recirculados en un motor diésel ayuda a incrementar la eficiencia con la que se utiliza el combustible. A diferencia de los motores a gasolina en los que se busca mantener operando al motor en una relación aire combustible (AFR) cercana a la relación estequiométrica en los motores diésel se busca que la mezcla de combustible tenga una relación mayor a la estequiométrica. Este incremento de AFR se obtiene al incrementar la masa de aire fresco que entra en la cámara de combustión por medio de un compresor impulsado por la energía cinética de los gases de escape que pasan a través de una turbina de geometría variable. La turbina de geometría variable tiene la característica de poder cambiar el ángulo de ataque de sus palas para controlar la potencia que toma de los gases de escape. El incremento de la relación aire combustible produce un incremento en la potencia que el motor es capaz de proporcionar con lo que se reduce la relación tamaño-potencia del motor. La desventaja de una AFR alta es que el combustible no se quema por completo, con lo que se producen emisiones contaminantes dañinas, en especial las emisiones de óxidos de nitrógeno  $NO_x$ . Una forma de reducir estas emisiones es agregar filtros de emisiones a la salida del colector de escape. Otra forma

de controlar las emisiones en un motor diésel es con la recirculación de gases de escape al utilizar una válvula entre los colectores de admisión y de escape. Parte de los gases de escape pueden recircularse hacia el colector de admisión con lo que se reduce la cantidad de emisiones y se consigue precalentar el aire fresco que entra al colector de admisión logrando una mejor combustión. La desventaja de recircular gases de escape es que se reduce la energía utilizada para mover la turbina acoplada al compresor que alimenta de aire al colector de admisión, por lo tanto la relación aire combustible no es capaz de mantenerse y la potencia entregada por el motor se reduce. Por lo anterior la recirculación de gases de escape se realiza solo cuando las condiciones de potencia exigidas al motor lo permiten. Por el contrario, cuando la potencia exigida al motor es baja es factible la recirculación de gases de escape. En la Fig. 1 se muestra un esquema simplificado del sistema motor-turbocompresor.

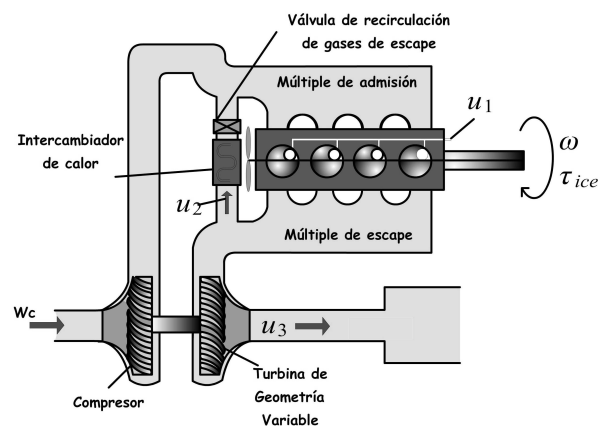


Figura 1. Esquema de un motor diesel

\*Trabajo realizado bajo el patrocinio de CONACYT.

<sup>†</sup>, eemsj03@yahoo.com.mx

<sup>‡</sup>Profesor, hrodriguez@cinvestav.mx, Corresponsal.

<sup>§</sup>Profesor, alvar@pumas.iingen.unam.mx, Corresponsal.

En la literatura existen estrategias para control del sistema de alimentación de aire en motores diésel turbocargados

separados del control de la velocidad.

Existen diferentes controladores para regular el aire alimentado al motor diésel por medio de un sistema turbocargador. En (Jankovic *et al.*, 2000) se emplea linealización entrada-salida dinámica y diseño de Lyapunov para la obtención un controlador no lineal. En (Nieuwstadt *et al.*, 2000) se presentan controladores PI descentralizados con la estimación de variables como la presión. En los dos casos anteriores se presentan resultados experimentales.

En (Larsen *et al.*, 2000) se utiliza un enfoque de pasivación indirecta utilizando un par entrada-salida para estabilizar la dinámica cero del sistema y por medio de otro par entrada salida para realizar la pasivación, los autores presentan resultados en simulación. En (Upadhyay *et al.*, 2002) se diseña un controlador basado en modos deslizantes para el control de la inyección de aire, donde el desempeño del controlador se analiza mediante simulaciones.

En (Ayadi y Houcine, 2004) se linealiza el modelo del turbocompresor alrededor de un punto de operación para diseñar un controlador basado en la propiedad de planitud diferencial con respecto a la salida definida por el error en la presión del colector de escape, los autores presentan resultados en simulación. En (Ortner y del Re, 2007) se utilizó control predictivo para optimizar el sistema de aire del motor. En este artículo se presentan resultados experimentales. En (Plianos *et al.*, 2007) se propone un controlador por medio del enfoque clásico de linealización por realimentación de estados dinámica. Se realiza la extensión dinámica de una señal de control y así diseñar un controlador lineal para seguir las referencias.

Para realizar el control de velocidad del motor diésel en (Outbib *et al.*, 2002) se presenta un modelo dinámico con el que se diseña un controlador no lineal por medio diseño de Lyapunov. Se utiliza el flujo de combustible como variable de control. En (Song y Grigoriadis, 2003) se controla la velocidad de un motor diesel con modelo simplificado en presencia de perturbaciones en el par de carga y con retardos de transporte. El esquema de diseño de control propuesto se basa en ganancias programadas y un enfoque de parámetros lineales variables (LPV Linear Parameter Varying) y desigualdades matriciales (LMI's).

En (Wahlström y Nielsen, 2010) se presenta una estrategia que toma en cuenta el control de la velocidad y el sistema de alimentación de aire del motor. Se utilizan controladores PID para regular directamente los valores deseados de la fracción de gases de escape recirculados (EGR) y la relación aire combustible (AFR). A diferencia de otras estrategias en donde AFR y EGR se controlan de forma indirecta a través de la presión en los colectores de admisión y de escape en este los autores proponen el control de estas variables directamente. Los autores de este trabajo proponen una función de costo para sintonizar las ganancias del controlador PID.

En (Mendoza-Soto y Alvarez-Icaza, 2012) se controla en conjunto la velocidad del motor diésel y el sistema de alimentación de aire utilizando una combinación de control

predictivo generalizado y linealización entrada-estado.

A diferencia de controladores como los presentados en (Larsen y Kokotovic, 1998) y (Larsen *et al.*, 2000), donde se usan enfoques similares, en el controlador propuesto en este artículo se controla la velocidad del motor, la relación AFR y el flujo de gases de escape de manera simultánea con cambios en el par de carga.

El controlador propuesto en este artículo se basa en el trabajo presentado en (Rodriguez *et al.*, 2006) en donde se muestra una forma alterna de implementar la linealización entrada-salida de sistemas linealizables por retroalimentación dinámica del estado.

Este documento esta organizado como sigue. En la sección I se presenta una introducción al tema. En la sección II se presenta una descripción del modelo de un motor diesel equipado con turbocompresor de geometría variable. La sección III discute el diseño del controlador propuesto. La sección IV muestra los resultados obtenidos mediante simulación. Finalmente la sección V presenta las conclusiones de este trabajo.

## II. MODELO DEL SISTEMA MOTOR-TURBOCOMPRESOR DE GEOMETRÍA VARIABLE

El modelo del sistema motor-turbocompresor que se considera en este trabajo es una combinación de los modelos utilizados en (Jankovic *et al.*, 2000) para el control de flujo de aire y en (Younes, 1993) para el control de velocidad en motores de combustión interna diésel.

La dinámica del eje del motor se describe por medio de la ecuación de potencia mecánica:

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{1}{J\omega} (P_i - P_b) \quad (1)$$

donde  $\omega$  es la velocidad angular del motor,  $J$  es la inercia del motor de combustión interna,  $P_i$  es la potencia indicada del motor y  $P_b = \tau_m \omega$  incluye la potencia de freno total. La potencia  $P_i$  es un función del valor calorífico neto del combustible  $p_{th}$ , el flujo de combustible  $u_1$  y la eficiencia de conversión de energía calorífica a mecánica  $\eta_i$

$$P_i = \eta_i p_{th} u_1 \quad (2)$$

En (Younes, 1993) se presenta la validación experimental de un modelo polinomial para la dinámica de velocidad de un motor diesel, donde la eficiencia  $\eta_i$  se puede modelar como

$$\eta_i = a_\lambda + b_\lambda AFR + c_\lambda AFR^2 \quad (3)$$

donde  $AFR$  es la relación aire combustible definida como:

$$AFR = \frac{W_c}{u_1} \quad (4)$$

El modelo presentado en (Younes, 1993) y utilizado en (Outbib *et al.*, 2002) dado por las ecuaciones (5)-(6) se obtiene al aplicar las expresiones (2) – (4) en (1) y por medio de un balance de flujos en el colector de admisión.

$$\dot{\omega} = h_1 \frac{u_1}{\omega} + h_2 \frac{p_1^2 \omega}{u_1} + h_3 p_1 - h_4 \tau_m \quad (5)$$

$$\dot{p}_1 = h_5 W_c - h_6 \omega p_1 \quad (6)$$

donde  $h_i$ ,  $i = 1, \dots, 6$ ; son constantes que agrupan los parámetros del motor y se considera el flujo de aire  $W_c$  como una entrada controlada desde el exterior o flujo constante.

En (Jankovic *et al.*, 2000) se utiliza el siguiente modelo de 3er orden para el control del flujo de aire alimentado a un turbocompresor

$$\dot{p}_1 = \frac{rT_1}{V_1} (W_c + u_2 - K_e p_1) \quad (7)$$

$$\dot{p}_2 = \frac{rT_2}{V_2} (K_e p_1 + u_1 - u_2 - u_3) \quad (8)$$

$$\dot{P}_c = \frac{1}{\tau} (-P_c + \eta_m k_t (1 - p_2^{-\mu}) u_3) \quad (9)$$

$$W_c = k_c \frac{P_c}{p_1^\mu - 1}$$

donde  $p_1$  y  $p_2$  son presiones del colector de admisión y de escape normalizadas respecto a la presión atmosférica. Las variables de control son el flujo de gases de escape recirculados  $u_2$  y el flujo de gases a través de la turbina  $u_3$ . En este modelo se asume que la velocidad angular y el flujo de combustible se controlan de manera externa y se asumen como constantes.  $K_e$  es una función de  $\omega$ .

Una combinación de los modelos anteriores utilizada en (Mendoza-Soto y Alvarez-Icaza, 2012) y (Mendoza-Soto y Alvarez-Icaza, 2013) puede obtenerse por medio de un balance de flujos en el colector de admisión. Ahora al considerar el flujo de gas recirculado y utilizando la ecuación de velocidad (5) se obtiene el término  $K_e = k_e \omega$  en el modelo (7) – (9). Entonces se tiene el modelo de cuarto orden

$$\dot{\omega} = k_1 \frac{u_1}{\omega} + k_2 \frac{p_1^2 \omega}{u_1} + k_3 p_1 - k_4 \tau_m \quad (10)$$

$$\dot{p}_1 = k_5 (W_c + u_2 - k_e \omega p_1) \quad (11)$$

$$\dot{p}_2 = k_6 (k_e \omega p_1 + u_1 - u_2 - u_3) \quad (12)$$

$$\dot{P}_c = \frac{1}{\tau} \left( -P_c + \eta_m k_t \left( 1 - \left( \frac{p_a}{p_2} \right)^\mu \right) u_3 \right) \quad (13)$$

$$W_c = k_c \frac{P_c}{\left( \frac{p_1}{p_a} \right)^\mu - 1} \quad (14)$$

donde  $\omega$  es la velocidad angular. La inyección de flujo de combustible se controla comunmente por medio de la posición del acelerador. El flujo de gases recirculados puede manipularse por medio de una válvula que conecta los colectores de admisión y de escape. La cantidad de gases de escape  $u_3$  puede controlarse por medio de un actuador que cambia el ángulo de ataque de las aspas en la turbina.

Las constantes  $k_i$ ,  $i = 1, \dots, 6$ ,  $k_c$ ,  $k_e$  y  $k_t$  se definen en la forma siguiente

$$\begin{aligned} k_1 &= \frac{p_{th} a \lambda}{J} & k_2 &= \frac{p_{th} c_\lambda V_{cy}^2 n^2 \eta_v^2}{16 J r^2 T_1^2 \pi^2} & k_3 &= \frac{p_{th} b \lambda V_{cy} n \eta_v}{4 J r T_1 \pi} \\ k_4 &= \frac{1}{J} & k_5 &= \frac{r T_1}{V_1} & k_6 &= \frac{r T_2}{V_2} \\ k_c &= \frac{\eta_c}{T_a c_p} & k_e &= \frac{n V_d}{4 T_1 \pi r} & k_t &= \eta_t c_p T_2 \end{aligned}$$

donde  $\mu = \frac{c_p - c_v}{c_p}$  es la relación de calores específicos para el aire,  $c_p$  y  $c_v$  son las constantes de calor específico a presión y volumen constante para el aire y  $r$  es la constante de gases ideales.  $\eta_m$ ,  $\eta_t$  y  $\eta_v$  son las eficiencias del tubocargador, de la turbina y volumétrica, respectivamente.  $V_{cy}$ ,  $V_d$ ,  $V_1$  y  $V_2$  son los volúmenes por cilindro, de desplazamiento, y del colector de admisión y de escape, respectivamente.  $p_{th}$  es el valor calorífico neto inferior para el combustible diésel,  $\tau$  es la constante de tiempo del sistema turbocompresor,  $n$  representa el número de cilindros del motor,  $J$  la constante de inercia,  $p_a$  es la presión atmosférica;  $T_1$ ,  $T_2$  y  $T_a$  son las temperaturas del colector de admisión, de escape y ambiente respectivamente.

El espacio de configuración de los estados del sistema dinámico (10) – (14) es el conjunto abierto definido en  $\mathbb{R}^4$  como

$$\Omega := \left\{ (\omega, p_1, p_2, P_c) : \omega > 0, \frac{p_1}{p_a} > 1, \frac{p_2}{p_a} > 1, P_c > 0 \right\} \quad (15)$$

El valor de las señales de referencia para las salidas se calcula a partir de los puntos de equilibrio del sistema.

El flujo de combustible se obtiene a partir de la velocidad de referencia  $\bar{\omega}$  para el motor y el par de carga  $\tau_m$  como

$$\bar{u}_1 = \frac{k_4 k_e^2}{k_1 k_e^2 + k_2 ((1 + \Gamma_2) \Gamma_1)^2 + k_e k_3 (1 + \Gamma_2) \Gamma_1} \bar{\omega} \tau_m \quad (16)$$

donde

$$\Gamma_1 = \frac{\left( \Gamma_{1a} + \sqrt{\Gamma_{1a}^2 + 4(1 - EGR_d) AFR_d} \right)}{2} \quad (17)$$

$$\Gamma_2 = \frac{EGR_d}{1 - EGR_d} \quad (18)$$

con

$$\Gamma_{1a} = AFR_d (1 - EGR_d) + 15.6 EGR_d - 1 \quad (19)$$

donde  $AFR_d$  y  $EGR_d$  son la relación aire combustible y la fracción de gases de escape recirculados deseados. Entonces se puede determinar el flujo de aire  $\bar{W}_c$  necesario para cumplir con la relación  $AFR_d$  como

$$\bar{W}_c = \Gamma_1 \bar{u}_1 \quad (20)$$

de donde se obtienen las señales de control  $\bar{u}_2$  y  $\bar{u}_3$  como

$$\bar{u}_2 = \Gamma_2 \bar{W}_c \quad (21)$$

$$\bar{u}_3 = \bar{W}_c + \bar{u}_1 \quad (22)$$

Las señales de referencia  $\bar{p}_1$ ,  $\bar{p}_2$  y  $\bar{P}_c$  para construir las salidas del sistema (10) – (14) se obtienen de los puntos de equilibrio del sistema y de las ecuaciones (16) – (22) como

$$\bar{p}_1 = \frac{-\bar{u}_1 + \bar{u}_2 + \bar{u}_3}{k_e \bar{\omega}} \quad (23)$$

$$\bar{p}_2 = p_a \left( 1 - \frac{1}{\eta_m k_t u_3} \left( \frac{1}{k_c} (-\bar{u}_1 + \bar{u}_3) \Gamma_3 \right) \right)^{-\frac{1}{\mu}} \quad (24)$$

$$\bar{P}_c = \frac{1}{k_c} (-\bar{u}_1 + \bar{u}_3) \Gamma_3 \quad (25)$$

con

$$\Gamma_3 = \left( \frac{\bar{u}_2 - \bar{u}_1 + \bar{u}_3}{\bar{\omega} k_e p_a} \right)^\mu - 1 \quad (26)$$

### III. FORMULACIÓN DEL CONTROL

El sistema dinámico dado por las ecuaciones (31) – (34) con vector de salida (27) es linealizable por retroalimentación dinámica del estado (Mendoza-Soto y Alvarez-Icaza, 2012).

El método de control que se presenta en (Rodríguez *et al.*, 2006) es un alternativa para controlar por retroalimentación estática sistemas que son linealizables entrada-salida utilizando retroalimentación dinámica del estado. Entonces, de acuerdo a (Rodríguez *et al.*, 2006) existe una ley de control por realimentación de estados estática linealizante entrada-salida para el sistema dinámico (10) – (14).

Con el propósito de utilizar la técnica propuesta en (Rodríguez *et al.*, 2006) y lograr el objetivo de control se realiza el siguiente cambio de coordenadas. Defina

$$\begin{aligned} x_1 &= \omega - \bar{\omega}; & x_2 &= p_1 - \bar{p}_1; & x_3 &= p_2 - \bar{p}_2; \\ x_4 &= P_c - \bar{P}_c; & \tilde{u}_1 &= u_1 - \bar{u}_1; & \tilde{u}_2 &= u_2 - \bar{u}_2; \\ & & \tilde{u}_3 &= u_3 - \bar{u}_3; \end{aligned}$$

La salida del sistema dinámico se define como

$$Y = [ y_1 \quad y_2 \quad y_3 ]^T \quad (27)$$

con

$$y_1 = x_1 \quad (28)$$

$$y_2 = k_6 x_2 + k_5 x_3 \quad (29)$$

$$y_3 = x_4 \quad (30)$$

donde la elección de las salidas se realiza buscando que las señales de control aparezcan hasta la segunda derivada respecto al tiempo. En el caso de la salida  $y_2$  la señal de control se cancela en la primera derivada considerando la estructura tomada. La salida  $y_2$  es similar a la tomada en (Plianos *et al.*, 2007). El sistema (10) – (14) puede

reescribirse en coordenadas de error como

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= k_1 \frac{\tilde{u}_1 + \bar{u}_1}{x_1 + \bar{\omega}} + k_2 \frac{(x_2 + \bar{p}_1)^2 (x_1 + \bar{\omega})}{\tilde{u}_1 + \bar{u}_1} \\ &\quad + k_3 (x_2 + \bar{p}_1) - k_4 \tau_m \end{aligned} \quad (31)$$

$$\begin{aligned} \dot{x}_2 &= k_5 k_c \frac{(x_4 + \bar{P}_c)}{\left( \frac{(x_2 + \bar{p}_1)}{p_a} \right)^\mu - 1} + k_5 (\tilde{u}_2 + \bar{u}_2) \\ &\quad - k_5 k_e (x_1 + \bar{\omega}) (x_2 + \bar{p}_1) \end{aligned} \quad (32)$$

$$\begin{aligned} \dot{x}_3 &= k_6 k_e (x_1 + \bar{\omega}) (x_2 + \bar{p}_1) + k_6 (\tilde{u}_1 + \bar{u}_1) \\ &\quad - k_6 (\tilde{u}_2 + \bar{u}_2) - k_6 (\tilde{u}_3 + \bar{u}_3) \end{aligned} \quad (33)$$

$$\begin{aligned} \dot{x}_4 &= \frac{1}{\tau} \eta_m k_t \left( 1 - \left( \frac{p_a}{x_3 + \bar{p}_2} \right)^\mu \right) (\tilde{u}_3 + \bar{u}_3) \\ &\quad - \frac{1}{\tau} (x_4 + \bar{P}_c) \end{aligned} \quad (34)$$

Derivando una vez respecto a las salidas del sistema dinámico (31) – (34) se tiene

$$\begin{aligned} \dot{y}_1 &= k_1 \frac{(\tilde{u}_1 + \bar{u}_1)}{x_1 + \bar{\omega}} + k_2 \frac{(x_2 + \bar{p}_1)^2 (x_1 + \bar{\omega})}{(\tilde{u}_1 + \bar{u}_1)} \\ &\quad + k_3 (x_2 + \bar{p}_1) - k_4 \tau_m \end{aligned} \quad (35)$$

$$\begin{aligned} \dot{y}_2 &= k_6 k_5 k_c \frac{(x_4 + \bar{P}_c)}{\left( \frac{(x_2 + \bar{p}_1)}{p_a} \right)^\mu - 1} + k_5 k_6 \tilde{u}_1 \\ &\quad + k_5 k_6 \bar{u}_1 - k_5 k_6 \tilde{u}_3 - k_5 k_6 \bar{u}_3 \end{aligned} \quad (36)$$

$$\begin{aligned} \dot{y}_3 &= \frac{1}{\tau} \eta_m k_t \left( 1 - \left( \frac{p_a}{(x_3 + \bar{p}_2)} \right)^\mu \right) (\tilde{u}_3 + \bar{u}_3) \\ &\quad - \frac{1}{\tau} (x_4 + \bar{P}_c) \end{aligned} \quad (37)$$

por lo tanto el vector de grado relativo es

$$r = [ 1 \quad 1 \quad 1 ]^T$$

De acuerdo a (Rodríguez *et al.*, 2006) si ciertas salidas tienen grado relativo diferente de cero es entonces posible cerrar un lazo de control para estas salidas. En este caso, es posible cerrar el lazo de control para la salida  $y_3$ . Notar que al definir

$$\begin{aligned} \tilde{u}_3 &= \frac{-K_1 y_3 + \frac{1}{\tau} y_3 + \frac{1}{\tau} \bar{P}_c - \varphi_1(x_3) \bar{u}_3}{\varphi_1(x_3)} \\ &= f_1(y_3, x_3) \end{aligned} \quad (38)$$

en donde se ha considerado que

$$\varphi_1(x_3) = \frac{1}{\tau} \eta_m k_t \left( 1 - \left( \frac{p_a}{(x_3 + \bar{p}_2)} \right)^\mu \right) \quad (39)$$

$$\varphi_2(x_3, x_4) = k_c \frac{(x_4 + \bar{P}_c)}{\left( \frac{(x_2 + \bar{p}_1)}{p_a} \right)^\mu - 1} \quad (40)$$

se tiene

$$\dot{y}_3 = -K_1 y_3 \quad (41)$$

con  $K_1 > 0$  una ganancia de control. Al sustituir (38) en (36) puede verificarse que es posible definir la señal de control  $\tilde{u}_1$  con el objetivo de estabilizar  $y_2$ . Al definir

$$\begin{aligned}\tilde{u}_1 &= -\frac{K_2}{k_5 k_6} y_2 - \varphi_2(\cdot) - \bar{u}_1 + \bar{u}_3 + f_1(\cdot) \\ &= f_2(y_2, y_3, x_3, x_4)\end{aligned}\quad (42)$$

se tiene

$$\dot{y}_2 = -K_2 y_2 \quad (43)$$

Sustituyendo (38) y (42) en (35) la dependencia de la entrada para la salida  $y_1$  se trivializa. Por lo tanto es posible obtener la segunda derivada con respecto al tiempo de  $y_1$ . La segunda derivada respecto al tiempo de la salida  $y_1$  es

$$\ddot{y}_1 = \varphi_4(\cdot) \varphi_5(\cdot) + \varphi_3(\cdot) \varphi_6(\cdot) + \varphi_3(\cdot) k_5 \tilde{u}_2 + \varphi_7(\cdot) \quad (44)$$

donde

$$\begin{aligned}\varphi_3(y_1, y_2, y_3, x_2, x_3, x_4) \\ = k_3 + \frac{k_2}{f_2 + \bar{u}_1} (2\bar{p}_1 + 2x_2) (\bar{\omega} + y_1)\end{aligned}\quad (45)$$

$$\begin{aligned}\varphi_4(y_1, y_2, y_3, x_2, x_3, x_4) \\ = k_2 \frac{(\bar{p}_1 + x_2)^2}{f_2 + \bar{u}_1} - k_1 \frac{f_2 + \bar{u}_1}{(\bar{\omega} + y_1)^2}\end{aligned}\quad (46)$$

$$\begin{aligned}\varphi_5(y_1, y_2, y_3, x_2, x_3, x_4) \\ = k_1 \frac{(f_2 + \bar{u}_1)}{y_1 + \bar{\omega}} + k_2 \frac{(x_2 + \bar{p}_1)^2 (y_1 + \bar{\omega})}{(f_2 + \bar{u}_1)} \\ + k_3 (x_2 + \bar{p}_1) - k_4 \tau_m\end{aligned}\quad (47)$$

$$\begin{aligned}\varphi_6(y_1, x_2, x_3, x_4) \\ = k_5 (\bar{u}_2 - k_e (y_1 + \bar{\omega}) (x_2 + \bar{p}_1)) \\ + k_5 \varphi_2(x_3, x_4)\end{aligned}\quad (48)$$

$$\begin{aligned}\varphi_7(y_1, y_2, x_3, y_3) \\ = \frac{\partial \dot{y}_1}{\partial \tilde{u}_1} \dot{\tilde{u}}_1\end{aligned}\quad (49)$$

Por lo tanto, es posible definir a la señal de control  $\tilde{u}_2$  como sigue

$$\tilde{u}_2 = \frac{-2K_3 \dot{y}_1 - K_3^2 y_1 - \varphi_4(\cdot) \varphi_5(\cdot) - \varphi_3(\cdot) \varphi_6(\cdot)}{\varphi_3(\cdot) k_5} \quad (50)$$

con  $K_3 > 0$  una ganancia de control.

En este punto es posible expresar el resultado principal de este artículo.

*Proposición 1:* Considere el sistema dinámico (10) en (14) en lazo cerrado con las leyes de control definidas en (38), (42) y (50). Entonces existen ganancias  $K_1$ ,  $K_2$  y  $K_3$  tales que la dinámica en lazo cerrado es asintóticamente estable en el conjunto abierto (15).

*Demostración:* En términos de las coordenadas de error en la salida la dinámica en lazo cerrado puede expresarse

por las ecuaciones siguientes

$$\begin{aligned}\ddot{y}_1 + 2K_3 \dot{y}_1 + K_3^2 y_1 &= \varphi_7(y_1, y_2, x_3, y_3) \\ \dot{y}_2 + K_2 y_2 &= 0 \\ \dot{y}_3 + K_1 y_3 &= 0\end{aligned}\quad (51)$$

donde es evidente que si  $\varphi_7(\cdot) = 0$ ,  $K_1 > 0$ ,  $K_2 > 0$  y  $K_3 > 0$  se obtiene un sistema en lazo cerrado asintóticamente estable en el conjunto abierto (15). Sin embargo se tiene  $\varphi_7(\cdot) \neq 0$ . Por lo tanto, es necesario verificar que éste término de interconexión satisface las condiciones de crecimiento enunciadas en la proposición 4.10 de (R. Sepulchre y Kokotovic, 1997). Desafortunadamente, debido a que la señal de control  $\tilde{u}_1$  aparece en la ecuación (31) de una forma altamente no lineal el difeomorfismo entre  $X = [x_1, x_2, x_3, x_4]^T$  y  $Y = [y_1, \dot{y}_1, y_2, y_3]^T$  implica resolver las siguientes ecuaciones algebraicas

$$\begin{aligned}y_1 &= x_1 \\ \dot{y}_1 &= k_1 \frac{(\tilde{u}_1(x_2, x_3, x_4) + \bar{u}_1)}{x_1 + \bar{\omega}} + k_2 \frac{(x_2 + \bar{p}_1)^2 (x_1 + \bar{\omega})}{(\tilde{u}_1(x_2, x_3, x_4) + \bar{u}_1)} \\ &\quad + k_3 (x_2 + \bar{p}_1) - k_4 \tau_m \\ y_2 &= k_6 x_2 + k_5 x_3 \\ y_3 &= x_4\end{aligned}\quad (52)$$

Por lo tanto, en este trabajo se verifica unicamente por simulación que  $\varphi_7(\cdot)$  permanece acotada.

#### IV. RESULTADOS EN SIMULACIÓN

Para la simulación de los resultados se utilizó el software Matlab. La simulación del controlador se realizó tomando un tiempo de muestreo de 1 ms asignando valores de ganancia  $K_1 = 6$  y  $K_2 = K_3 = 10$ . Se consideró un par de carga constante con cambios de tipo escalón. Los parámetros utilizados se muestran en la tabla I

En la figura (2) se muestra en línea continua la evolución de los estados del motor aplicando el controlador propuesto y en línea punteada el valor de las referencias deseadas para cada estado. Se dan cambios escalón cada 5 segundos en el par de carga aplicado al motor para observar el desempeño del control. El par de carga aplicado es inicialmente de 1000 Nm, después de 5 segundos se incrementa a 1500 Nm y a los 10 segundos se reduce a 1350 Nm. En esta prueba se ajusta el valor de  $EGR_d = 0$  y la relación  $AFR_d = 21$  y se da una referencia de 1500 rpm al estado de velocidad del motor. La figura (3) muestra las señales de control obtenidas. Se observan etapas transitorias al momento de aplicar cambios del par de carga. También se observa el comportamiento de la relación aire combustible ante los cambios en la carga del motor. En todos los casos las señales llegan a su valor de referencia. La figura (4) muestra el comportamiento de la función  $\varphi_7(\cdot)$  mostrando que se mantiene acotada durante la operación del sistema.

La figura (6) se muestra la evolución de los estados para cambios en la fracción de gases de escape recirculados. En esta prueba se ha mantenido un par de carga en 1000

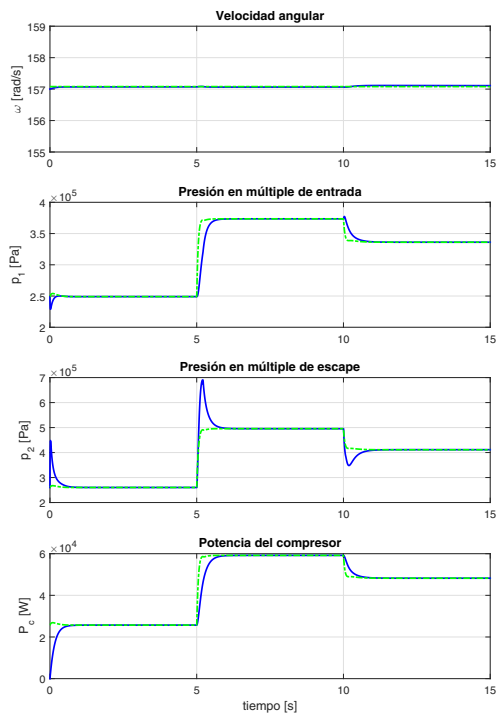


Figura 2. Evolución de los estados con cambios en el par de carga

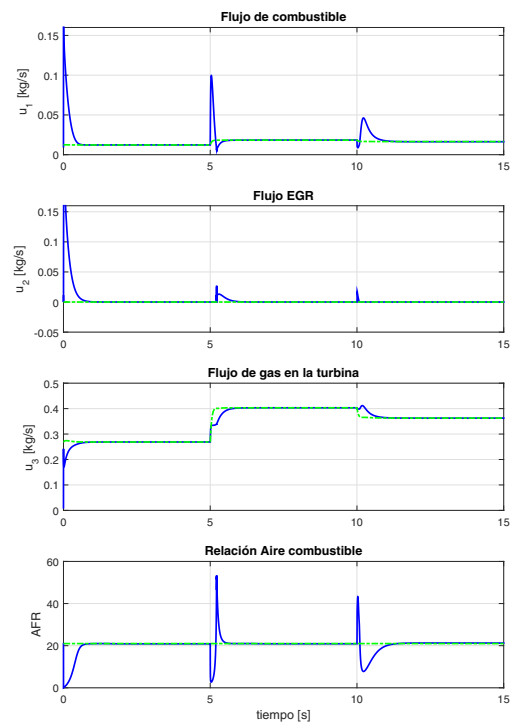


Figura 3. Señales de control con cambios de carga

$Nm$  y una velocidad de referencia constante en 1200  $rpm$ , mientras se aplican cambios en la fracción de gases de escape recirculados de 0, 0.1 y 0.2 cada 5 segundos. Se observa que al incrementar la cantidad de gases de escape recirculados la potencia en el compresor empieza a reducirse debido a la disminución de los gases que impulsan la turbina. En la figura (5) se observa el comportamiento de las señales de control al aplicar cambios en el flujo  $EGR$ . También se observa que la relación aire combustible no puede mantenerse en condiciones de recirculación de gases de escape como se había anticipado. Para poder mantener la relación  $AFR$  es necesario proporcionar más potencia al compresor lo cual solo ocurre si se incrementa el flujo de gases de escape que impulsa la turbina y esto ocurre cuando no hay gases de escape recirculados al colector de admisión.

## V. CONCLUSIÓN

Se ha propuesto un enfoque alternativo a la extensión dinámica para obtener la linealización exacta de un sistema motor turbocompresor de geometría variable. También se propuso una estrategia de realimentación de salida de forma estática para controlar los estados del modelo del sistema motor para regular a su valor de referencia las variables de velocidad, flujo de gases de escape recirculados y relación aire combustible con lo cual es posible programar la operación de un motor dependiendo de las condiciones de

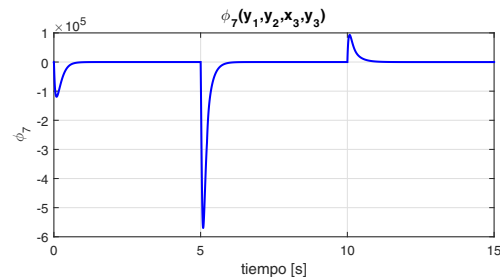


Figura 4. Evolución de  $\varphi_7(\cdot)$

manejo al que se somete.

## REFERENCIAS

- Ayadi, Mounir. Langlois, Nicolas y Chafouk Houcine (2004). Polynomial control of nonlinear turbocharged diesel engine model. En: *Proceedings of the IEEE Conference on Industrial Technology (ICIT)*. Hammamet, Tunisia. pp. 1384–1389.
- Jankovic, M., M. Jankovic y Kolmanovsky (2000). Constructive Lyapunov control design for turbocharged diesel engines. *IEEE Transactions on Control Systems Technology* 8(2), 288–299.
- Larsen, M., M. Jankovic y P. V. Kokotovic (2000). Indirect passivation design for a diesel engine model. En: *Proceedings of the 2000 IEEE International Conference on Control Applications*. Anchorage, Alaska USA. pp. 25–27.
- Larsen, Michael y Petar. Kokotovic (1998). Passivation design for a turbocharged diesel engine model. En: *Proceedings of the 37th IEEE Conference on Decision & Control*. Tampa, Florida USA. pp. 1535–1540.

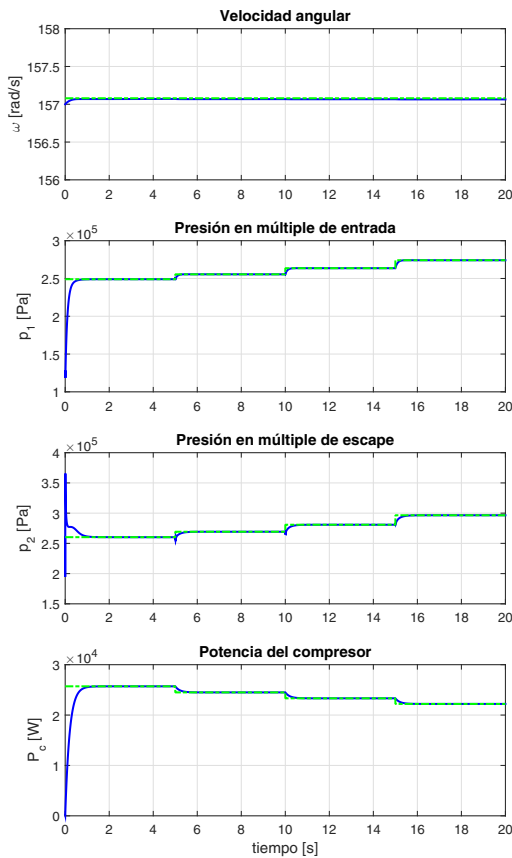


Figura 5. Evolución de los estados con cambios de EGR

|  |  |                         |
|--|--|-------------------------|
| $p_{th} = 43 \text{ MJ}$                   | $\mu = 0.285$                          | $\tau = 0.15 \text{ s}$ |
| $p_a = 100000 \text{ Pa}$                  | $V_{cy} = 0.0018 \text{ m}^3$          | $n = 5$                 |
| $V_2 = 0.001 \text{ m}^3$                  | $V_1 = 0.005 \text{ m}^3$              | $\eta_t = 0.9$          |
| $b_\lambda = 0.01543$                      | $c_\lambda = -0.00014073$              | $\eta_v = 0.8$          |
| $a_\lambda = 0.0371$                       | $J = 4000 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ | $\eta_c = 0.9$          |
| $c_p = 1012.2 \frac{\text{J}}{\text{kgK}}$ | $r = 287 \frac{\text{J}}{\text{kgK}}$  | $\eta_m = 0.8$          |
| $T_1 = T_a = 300 \text{ K}$                | $T_2 = 550 \text{ K}$                  |                         |

 TABLA I  
 TABLA DE PARÁMETROS.

- Mendoza-Soto, J. L. y L. Alvarez-Icaza (2012). Generalized predictive control of a turbocharged diesel engine. En: *American Control Conference*. Montréal, Canada. pp. 5725–5730.
- Mendoza-Soto, J. L. y L. Alvarez-Icaza (2013). Passivity based control of a turbocharger-diesel engine system with exhaust gas recirculation. En: *International Conference on Electrical Engineering, Computing Science and Automatic Control*. México, D. F. pp. 104–109.
- Nieuwstadt, M., I. Kolmanovsky, Stefanopoulou y M. A. Jankovic (2000). EGR-VGT control schemes: experimental comparison for a high-speed diesel engine. *IEEE Control Systems Magazine* **20**(3), 63–79.
- Ortner, Peter y Luigi del Re (2007). Predictive control of a diesel engine air path. *IEEE Transactions on Control Systems Technology* **15**(3), 449–456.
- Outbib, R., X. Dovifaaz, A. Rachid y M. Ouladsine (2002). Speed control of a diesel engine: A nonlinear approach. En: *Proceedings of the 2002*

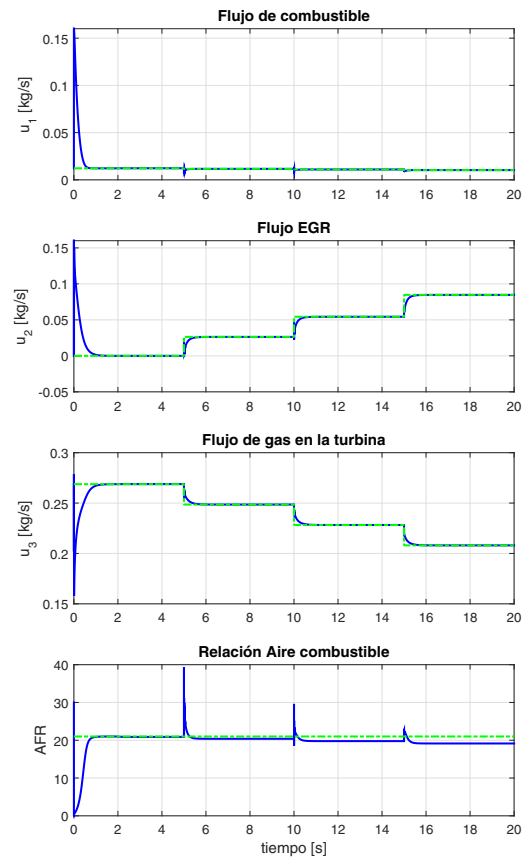


Figura 6. Señales de control y relación aire combustible

- American Control Conference*. Anchorage, Alaska USA. pp. 3293–3294.
- Plianos, Alexandros, Ali Achir, Richard Stobart, N. Langlois y H Chafouk (2007). Dynamic feedback linearization based control synthesis of the turbocharged diesel engine. En: *Proceedings of the 2007 American Control Conference*. New York, USA. pp. 4407–4412.
- R. Sepulchre, M. Jankovic y P. V. Kokotovic (1997). *Constructive Nonlinear Control*. Springer-Verlag. London.
- Rodríguez, H., A. Astolfi y R. Ortega (2006). On the construction of static stabilizers and static output trackers for dynamically linearizable systems, related results and applications. *International Journal of Control* **79**, 1523–1537.
- Song, Qingwen y Karolos M. Grigoriadis (2003). Diesel engine speed regulation using linear parameter varying control. En: *IEEE Proceedings of the American Control Conference*. Denver, Colorado. pp. 779–784.
- Upadhyay, D., V. I. Utkin y Rizzoni Giorgio (2002). Multivariable control design for intake flow regulation of a diesel engine using sliding mode. En: *Proceedings of the 15th Triennial World Congress IFAC*. Barcelona, Spain. pp. 1389–1394.
- Wahlström, Johan, Eriksson, Lars y Lars Nielsen (2010). Egr-vgt control and tuning for pumping work minimization and emission control. *IEEE Transactions on Control Systems Technology* **18**, 993–1003.
- Younes, R. (1993). Elaboration d un modèle de connaissance du moteur Diesel avec turbocompresseur géométrie variable en vue de l'optimisation de ses émissions. Tesis de doctorado. Thèse de l'Ecole Centrale de Lyon. Lyon.