

Control Total de la Energía Adaptable para la Dinámica Lateral-Direccional de un Aeronave de Ala Fija

José J. Corona-Sánchez * Hugo Rodríguez-Cortés **

* *Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del IPN, Ciudad de México (e-mail: jjcorona@cinvestav.mx).*

** *Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del IPN, Ciudad de México (e-mail: hrodriguez@cinvestav.mx)*

Resumen: En este trabajo se propone un esquema de adaptación en conjunto con un control inspirado en el control total de la energía (TECS por sus siglas en inglés), para controlar la dinámica lateral-direccional de un aeronave de ala fija. El controlador TECS usado en este trabajo no usa directamente los conceptos de energía, en su lugar la salida a controlar se define en función de la condición de vuelo deseada, en este caso el giro coordinado. El esquema de adaptación basado en Lyapunov estima los coeficientes aerodinámicos de los momentos en alabeo y guiñada, por medio de simulaciones numéricas se evalúa la eficacia del esquema de control propuesto.

Keywords: Sistemas adaptables, Control de sistemas no lineales.

1. INTRODUCCIÓN

Gracias al potencial de los vehículos aéreos no tripulados (VANT) en aplicaciones militares como civiles, estos han recibido considerable atención por parte de los investigadores. En aplicaciones como monitoreo de multitudes u operaciones de rescate, es de suma importancia que el vehículo pueda seguir una trayectoria pre programada en el plano Cartesiano. En el caso de los VANT de ala fija es necesario controlar la dinámica lateral-direccional de la aeronave.

El control lateral-direccional se encarga de estabilizar y dirigir a la aeronave hacia una referencia deseada en el plano Cartesiano. El estudio del control lateral-direccional no ha sido tan extenso a lo largo del tiempo en comparación con los estudios para la dinámica longitudinal. En [Salfi et al. (2009)] se propone un control PID tanto para el control longitudinal como para el control lateral-direccional, se muestran simulaciones numéricas para comprobar el desempeño del controlador propuesto. En [Athans et al. (1977)] se presenta un control estocástico usando múltiples formas adaptables (MMAC) para alcanzar vuelo recto y nivelado. Algunos esfuerzos por dar robustez al control de la dinámica lateral-direccional se presentan en [Reigelsperger et al. (1997)], donde se desarrolla una ley de control robusto usando síntesis μ para mantener el nivel de vuelo de una aeronave militar, el F-16/MATV. En [Alazard (2002)] se diseña una estrategia de control para la dinámica lateral-direccional considerando los efectos aeroelásticos, ésta se basa en el formalismo de síntesis de H_2 .

Los autores de [Ji et al. (2009)] y [Bruzzi (1994)] desarrollan un control para la dinámica lateral-direccional siguiendo la estrategia del control total de la energía

(TECS). Sin embargo la base del diseño, no es la energía total ni la distribución de energía como en el TECS establecido por Lambregts [Lambregts (1983)]. En [Corona-Sanchez and Rodriguez-Cortés (2015)] también se desarrolla un controlador basado en una modificación a la formulación del TECS, donde las salidas del controlador se construyen a partir de la condición de vuelo coordinado.

Los controladores antes mencionados basan sus estudios en el conocimiento de las derivadas de estabilidad, las cuales son función de las fuerzas y momentos aerodinámicos [Stevens and Lewis (2003)]. Los métodos actuales para modelar las características aerodinámicas de las aeronaves, son mediante paquetes computacionales, pruebas en túneles de viento y vuelos experimentales [y H. Rodríguez Cortés (2013)], aun con estas herramientas, resulta complicado obtener de forma estos coeficientes. Es por eso que en la literatura aparecen estudios donde se desarrollan esquemas adaptables para estimar estos coeficientes. Por ejemplo en [Swarnkar and Kothari (2016)], se diseña un esquema de backstepping adaptable para la dinámica lateral-direccional de un aeronave de ala fija, en este trabajo se muestran simulaciones donde se nota el desempeño de los parámetros aerodinámicos calculados con el esquema adaptable.

El objetivo principal de este trabajo es diseñar un esquema de adaptación de parámetros aerodinámicos basado en Lyapunov y unirlo a un esquema de control basado en el control total de la energía para un modelo simplificado de la dinámica lateral-direccional.

Este trabajo esta organizado de la siguiente forma. En la sección 2 se describe el modelo simplificado de la dinámica lateral-direccional de una aeronave. En la sección 3 presentan las condiciones para el vuelo coordinado. La sección 4 describe el diseño del control TECS. En 5

se desarrolla el esquema adaptable para los coeficientes aerodinámicos de los momentos de alabeo y guiñada. En 6 se muestran simulaciones numéricas para analizar el desempeño del controlador propuesto. Finalmente en 7 se presentan las conclusiones.

2. MODELO

En general una aeronave de ala se puede modelar como un cuerpo rígido moviéndose en el espacio, sujeto a fuerzas y momentos aerodinámicos [Stengel (2015)]. El modelo dinámico de una aeronave puede expresarse en diferentes marcos de referencia: ejes inerciales, ejes cuerpo, ejes de estabilidad y ejes viento [Estrada (Agosto, 2010)]. En la figura (1) se muestran los distintos marcos de referencia para una aeronave de ala fija; ejes cuerpo denotados con el sub índice b , ejes de estabilidad con s y ejes vientos con w . En este trabajo se usará como marco de referencia el de ejes viento.

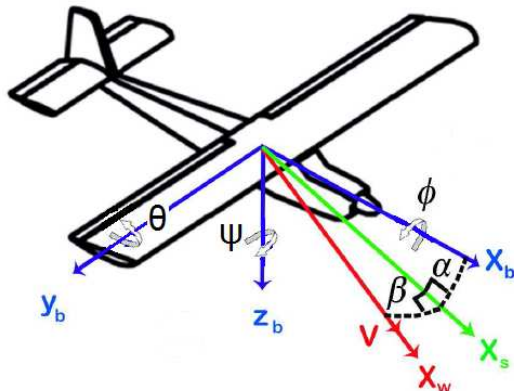


Figura 1. Ejes cuerpo y viento de una aeronave

La dinámica de un aeronave de ala fija expresada en ejes viento, es descrita en las siguientes ecuaciones¹

$$\begin{aligned}
 \dot{V} &= g(s_\beta c_\theta s_\phi - c_\alpha c_\beta s_\theta + s_\alpha c_\beta c_\theta c_\phi) \\
 &+ \frac{T c_\beta c_\alpha - D}{m} \\
 \dot{\alpha} &= \frac{mg(c_\alpha c_\theta c_\phi + s_\alpha s_\theta) - mV s_\beta (r s_\alpha + p c_\alpha)}{mV c_\beta} \\
 &+ q - \frac{T s_\alpha + L}{mV c_\beta} \\
 \dot{\beta} &= \frac{g(c_\beta c_\theta s_\phi + s_\beta c_\alpha s_\theta - s_\alpha s_\beta c_\theta c_\phi)}{V} \\
 &+ \frac{mV(p s_\alpha - r c_\alpha - T s_\beta c_\alpha) - Y}{mV} \\
 \dot{p} &= \frac{I_{zz}\bar{L} + I_{xz}N - I_{xz}(I_{yy} - I_{xx} - I_{zz})pq}{I_{xx}I_{zz} - I_{xz}^2} \\
 &- \frac{[I_{xz}^2 + I_{zz}(I_{zz} - I_{yy})]rq}{I_{xx}I_{zz} - I_{xz}^2} \\
 \dot{q} &= \frac{M - (I_{xx} - I_{zz})pr - I_{xz}(p^2 - r^2)}{I_{yy}} \\
 \dot{r} &= \frac{I_{xx}N + I_{xz}\bar{L} - I_{xz}(I_{yy} - I_{xx} - I_{zz})rq}{I_{xx}I_{zz} - I_{xz}^2} \\
 &- \frac{[I_{xz}^2 + I_{xx}(I_{xx} - I_{yy})]pq}{I_{xx}I_{zz} - I_{xz}^2}
 \end{aligned} \tag{1}$$

Las ecuaciones en (1) muestran ambas dinámicas, longitudinal y lateral. Los ángulos β , α , ϕ , θ y ψ son los ángulos de derrape, ataque, alabeo, cabeceo y guiñada, respectivamente. Las velocidades angulares de alabeo p , cabeceo q y guiñada r . Las fuerzas aerodinámicas, levantamiento L , fuerza lateral Y y fuerza de arrastre o resistencia al avance D . Los momentos aerodinámicos, momento de alabeo \bar{L} , momento de cabeceo M y momento de guiñada N . Finalmente, m es la masa, g la aceleración de gravedad, V la velocidad aerodinámica, T es el empuje producido por la planta motriz y I_{xx} , I_{yy} , I_{zz} y I_{xz} son los momentos de inercia de la aeronave.

2.1 Modelo Lateral-Direccional

En aeronaves de ala fija es común desacoplar la dinámica lateral de la longitudinal [Stevens and Lewis (2003)]. La dinámica lateral se puede desacoplar de la dinámica longitudinal con base en las siguientes consideraciones, α , θ y V son constantes, por lo tanto $q = 0$, [Stevens and Lewis (2003)]. Además en este modelo tomado de [Swarnkar and Kothari (2016)] se supone que el ángulo de derrape β es pequeño por lo tanto $s_\beta = 0$ y $c_\beta = 1$. De tal forma, a partir de (1) se obtienen las siguientes ecuaciones

¹ Con $\sin(x) = s_x$, $\cos(x) = c_x$ y $\tan(x) = t_x$

$$\begin{aligned}
 \dot{\beta} &= \frac{gc_{\bar{\theta}}s_{\phi}}{\bar{V}} + \frac{Y}{m\bar{V}} - r \\
 \dot{\phi} &= p + rt_{\bar{\theta}}c_{\phi} \\
 \dot{\psi} &= \frac{c_{\phi}}{c_{\bar{\theta}}}r \\
 \dot{p} &= \frac{I_{zz}}{I_{xx}I_{zz} - I_{xz}^2}\bar{L} \\
 \dot{r} &= \frac{I_{xx}}{I_{xx}I_{zz} - I_{xz}^2}N
 \end{aligned} \tag{2}$$

Se asume que la fuerza Y y los momentos aerodinámicos \bar{L} , N tienen la estructura siguiente

$$\begin{aligned}
 Y &= \frac{1}{2}\rho V^2 S C_Y(\beta) \\
 \bar{L} &= \frac{1}{2}\rho V^2 S b C_{\bar{L}}(\beta, p, r, \delta_a) \\
 N &= \frac{1}{2}\rho V^2 S b C_N(\beta, p, r, \delta_r)
 \end{aligned}$$

con los coeficientes aerodinámicos representados por

$$\begin{aligned}
 C_Y &= C_{Y\beta}\beta \\
 C_{\bar{L}} &= C_{\bar{L}_0} + C_{\bar{L}_\beta}\beta + C_{\bar{L}_p}\frac{pb}{2\bar{V}} + C_{\bar{L}_r}\frac{pb}{2\bar{V}} + C_{\bar{L}_{\delta_a}}\delta_a \\
 C_N &= C_{N_0} + C_{N_\beta}\beta + C_{N_p}\frac{pb}{2\bar{V}} + C_{N_r}\frac{pb}{2\bar{V}} + C_{N_{\delta_r}}\delta_r
 \end{aligned}$$

con b como la envergadura de la aeronave, las entradas de control δ_a deflexión de los alerones y δ_r deflexión del timón. Por lo tanto, la dinámica de alabeo y guiñada puede ser reescrita como

$$\begin{aligned}
 \dot{p} &= c_1 c_3 \left(\chi^T \Phi_1 + C_{\bar{L}_{\delta_a}} \delta_a \right) \\
 \dot{r} &= c_2 c_3 \left(\chi^T \Phi_2 + C_{N_{\delta_r}} \delta_r \right)
 \end{aligned}$$

donde χ , Φ_1 y Φ_2 son

$$\chi = \begin{bmatrix} 1 \\ \beta \\ c_0 p \\ c_0 r \end{bmatrix}; \quad \Phi_1 = \begin{bmatrix} C_{\bar{L}_0} \\ C_{\bar{L}_\beta} \\ C_{\bar{L}_p} \\ C_{\bar{L}_r} \end{bmatrix}; \quad \Phi_2 = \begin{bmatrix} C_{N_0} \\ C_{N_\beta} \\ C_{N_p} \\ C_{N_r} \end{bmatrix}$$

además

$$\begin{aligned}
 c_0 &= \frac{b}{2\bar{V}}; \quad c_1 = \frac{I_{zz}}{I_{xx}I_{zz} - I_{xz}^2} \\
 c_2 &= \frac{I_{xx}}{I_{xx}I_{zz} - I_{xz}^2}; \quad c_3 = \frac{1}{2}\rho\bar{V}^2 S b \\
 q_0 &= \frac{1}{2}\rho\bar{V}^2 S
 \end{aligned}$$

3. GIRO COORDINADO

En las aeronaves de ala fija, el cambio de dirección de vuelo se realiza inclinado la aeronave alrededor de su

eje longitudinal, por medio de los alerones, este giro es mas eficiente que el que se realiza únicamente con el timón [Von Mises (1959)]. Sin embargo, al inclinar la aeronave, la semi ala que produce mayor levantamiento induce una guiñada adversa, la cual puede contrarrestarse con la correcta intervención del timón [Stengel (2015)]. Al hecho de manipular los movimientos de los alerones en conjunto con el timón se conoce como giro coordinado o interconexión entre alerones y timón (ARI por sus siglas en inglés) [Stevens and Lewis (2003)].

Las condiciones para un giro coordinado ideal son [Stevens and Lewis (2003)], un ángulo de derrape constante, $\beta = cte$. Por lo tanto $\dot{\beta} = 0$ y una fuerza lateral igual a cero, $Y = 0$. A partir de estas condiciones la primera ecuación de (2) queda como sigue

$$\frac{g}{\bar{V}}c_{\bar{\theta}}s_{\mu} - r_d = 0 \tag{3}$$

con r_d la velocidad angular de guiñada deseada y μ el ángulo de inclinación de la aeronave durante el giro. La condición (3) también puede escribirse en términos de la derivada con respecto del tiempo del ángulo de guiñada $\dot{\psi}_d$, de la siguiente forma

$$\frac{g}{\bar{V}}c_{\bar{\theta}}s_{\mu} - \dot{\psi}_d \frac{c_{\mu}}{c_{\bar{\theta}}} = 0 \tag{4}$$

Con el objetivo de llevar al ángulo de guiñada a una referencia deseada ψ_d , la velocidad de guiñada deseada puede fijarse como

$$\tilde{\psi} = \psi - \psi_d$$

$$r_d = k_{\psi}\tilde{\psi}$$

Por lo tanto la condición de vuelo coordinado (3) toma la forma siguiente

$$\frac{g}{\bar{V}}c_{\bar{\theta}}s_{\mu} - k_{\psi}\tilde{\psi} = 0 \tag{5}$$

4. CONTROL TECS MODIFICADO

El control total de la energía introducido por Lambregts en [Lambregts (1983)] consiste en controlar los conceptos de distribución y cambio de la energía. Estas señales son llevadas a las referencias deseadas para alcanzar el objetivo de control.

Para el control de la dinámica lateral direccional, las salidas se construyen a partir de la restricción de giro coordinado (3), dado que los conceptos de energía en esta dinámica no son claros como en la dinámica longitudinal. En una aeronave de ala fija la dinámica lateral-direccional esta controlada por el timón y los alerones. Y como se describe en el giro coordinado se tendrán dos entradas de control para regular la dinámica lateral-direccional. Por lo tanto, se definen dos salidas con base al siguiente planteamiento.

Primero se establece la señal de error para el ángulo de derrape de la siguiente forma

$$\tilde{\beta} = \beta - \beta_d$$

con β_d el ángulo de derrape deseado.

Las salidas de la dinámica lateral-direccional inspiradas

en la técnica TECS pueden diseñarse a partir de sumar y restar los errores en guiñada y de ángulo de derrape a la primera ecuación de (2). Se obtiene

$$0 = \frac{g}{V} c_{\bar{\theta}} s_{\phi} + \frac{q_0 C_{Y_{\beta}} \beta}{m\bar{V}} - r - \dot{\beta} + k_{\psi} \tilde{\psi} - k_{\psi} \tilde{\psi} + k_{\beta} \tilde{\beta} - k_{\beta} \tilde{\beta}$$

donde k_{β} es una ganancia. La ecuación anterior se puede reescribir de forma compacta como

$$\frac{g}{V} c_{\bar{\theta}} s_{(\tilde{\phi}+\mu)} + \frac{q_0 C_{Y_{\beta}} (\tilde{\beta} + \beta_d)}{m\bar{V}} + \beta_e + r_e - k_{\psi} \tilde{\psi} - k_{\beta} \tilde{\beta} = 0$$

donde β_e y r_e son

$$r_e = k_{\psi} \tilde{\psi} - r$$

$$\beta_e = k_{\beta} \tilde{\beta} - \dot{\beta}$$

Puede observarse que si β_e y r_e convergen a cero también $\tilde{\psi}$ y $\tilde{\beta}$ convergen al origen. De tal forma que se tiene una condición de vuelo similar a la condición de vuelo ideal (3). Esta condición de vuelo, giro coordinado no ideal, esta descrita por la ecuación siguiente

$$\frac{g}{V} c_{\bar{\theta}} s_{(\tilde{\phi}+\mu)} - k_{\psi} \tilde{\psi} + \frac{q_0 C_{Y_{\beta}} \beta_d}{m\bar{V}} = 0 \quad (6)$$

Se tiene una condición de giro coordinado no ideal ya que en este caso no se puede garantizar que Y sea igual a 0. Para garantizar que Y es igual a cero, β_d debe fijarse como la solución de (6) cuando $\tilde{\phi} = 0$. Con el objetivo de llevar a $\tilde{\phi}$ a cero se define el siguiente control proporcional-derivativo para la dinámica rotacional.

$$\delta_{a_1} = k_{\phi} \tilde{\phi} + k_p \tilde{p}$$

$$\delta_{r_1} = k_{\psi_p} \tilde{\psi} + k_r \tilde{r}$$

con

$$\tilde{\phi} = \phi - \mu; \quad \tilde{p} = p - p_d$$

$$\tilde{r} = r - r_d$$

los errores en alabeo, en velocidad angular de alabeo, guiñada y velocidad angular de guiñada, respectivamente.

Ahora, para lograr que β_e y r_e converjan a cero se definen las siguientes salidas.

$$y_a = \beta_e + r_e; \quad y_r = \beta_e - r_e$$

Estas salidas toman el papel de la velocidad de la energía total y la velocidad de distribución de energía en la formulación original de la técnica TECS. Por lo tanto de acuerdo a [Lambregts (1983)] el controlador TECS está dado por las siguientes ecuaciones

$$\bar{\delta}_a = k_{a_p} (\beta_e + r_e) + k_{a_i} \eta_1$$

$$\bar{\delta}_r = k_{r_p} (\beta_e - r_e) + k_{r_i} \eta_2$$

donde

$$\dot{\eta}_1 = \beta_e + r_e; \quad \dot{\eta}_2 = \beta_e - r_e$$

Finalmente el control que se propone en este documento se puede escribir como

$$\delta_a = \bar{\delta}_a + \delta_{a_1} + \delta_{a_e}$$

$$\delta_r = \bar{\delta}_r + \delta_{r_1} + \delta_{r_e} \quad (7)$$

donde

$$\delta_{a_e} = -\chi^T \hat{\Phi}_1$$

$$\delta_{r_e} = -\chi^T \hat{\Phi}_2$$

con $\hat{\Phi}_1$ y $\hat{\Phi}_2$ los estimados de los coeficientes aerodinámicos. El esquema de estimación de parámetros se describe en la siguiente sección.

5. ESQUEMA ADAPTABLE

Como se mencionó anteriormente el objetivo del control adaptable es estimar los coeficientes aerodinámicos para el momento de guiñada y alabeo. Primeramente el sistema (2) en lazo cerrado con el control definido en (7) en coordenadas del error esta descrito por:

$$\dot{\tilde{\phi}} = \tilde{p} + \tilde{r} t_{\theta} c_{(\tilde{\phi}+\mu)}$$

$$\dot{\tilde{\psi}} = \frac{\tilde{r} c_{(\tilde{\phi}+\mu)}}{c_{\bar{\theta}}}$$

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{p}} = & k_1 \left(k_{\beta} \tilde{\beta} - \frac{g s_{(\tilde{\phi}+\mu)} c_{\theta}}{V} - \frac{q_0 C_{Y_{\beta}} (\tilde{\beta} + \beta_d)}{m\bar{V}} \right) k_{a_p} \\ & + k_1 \left(k_{\phi} \tilde{\phi} + k_p \tilde{p} + k_{a_i} \eta_1 + k_{a_p} k_{\psi} s_{\tilde{\psi}} \right) + \chi^T \tilde{\Phi}_1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{r}} = & k_3 \left(k_{\beta} \tilde{\beta} - \frac{g s_{(\tilde{\phi}+\mu)} c_{\theta}}{V} - \frac{q_0 C_{Y_{\beta}} (\tilde{\beta} + \beta_d)}{m\bar{V}} \right) k_{r_p} \\ & + k_3 \left(k_{\psi_p} \tilde{\psi} + k_r \tilde{r} + k_{r_i} \eta_2 + k_{r_p} (2\tilde{r} + k_{\psi} s_{\tilde{\psi}}) \right) \end{aligned}$$

$$+ \chi^T \tilde{\Phi}_2 \quad (8)$$

$$\dot{\tilde{\beta}} = \frac{g s_{(\tilde{\phi}+\mu)} c_{\bar{\theta}}}{V} - \tilde{r} + \frac{q_0 C_{Y_{\beta}} (\tilde{\beta} + \beta_d)}{m\bar{V}}$$

$$\begin{aligned} \dot{\eta}_1 = & k_{\beta} \tilde{\beta} - \frac{g s_{(\tilde{\phi}+\mu)} c_{\bar{\theta}}}{V} + \tilde{r} - \frac{q_0 C_{Y_{\beta}} (\tilde{\beta} + \beta_d)}{m\bar{V}} \\ & + k_{\psi} s_{\tilde{\psi}} - \tilde{r} c_{\bar{\theta}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \dot{\eta}_2 = & k_{\beta} \tilde{\beta} - \frac{g s_{(\tilde{\phi}+\mu)} c_{\bar{\theta}}}{V} + \tilde{r} - \frac{q_0 C_{Y_{\beta}} (\tilde{\beta} + \beta_d)}{m\bar{V}} \\ & - k_{\psi} s_{\tilde{\psi}} + \tilde{r} c_{\theta} \end{aligned}$$

donde $k_1 = c_1 c_3 C_{L_{\delta_a}}$ y $k_3 = c_2 c_3 C_{N_{\delta_r}}$. El sistema dinámico (8) puede escribirse como

$$\dot{X}_c = F(X_c) + \chi_e^T \tilde{\Phi} \quad (9)$$

con

$$X_c = \begin{bmatrix} \tilde{\phi} \\ \tilde{\psi} \\ \tilde{p} \\ \tilde{r} \\ \tilde{\beta} \\ \eta_1 \\ \eta_2 \end{bmatrix}; \quad \chi_e = \begin{bmatrix} 0_{4 \times 2} & \chi & 0_{4 \times 4} \\ 0_{4 \times 3} & \chi & 0_{4 \times 3} \end{bmatrix}$$

$$\tilde{\Phi} = \begin{bmatrix} \tilde{\Phi}_1 \\ \tilde{\Phi}_2 \end{bmatrix}; \quad \tilde{\Phi}_1 = \Phi_1 - \hat{\Phi}_1; \quad \tilde{\Phi}_2 = \Phi_2 - \hat{\Phi}_2$$

donde $0_{i \times j}$ es una matriz de ceros de dimensión $i \times j$. Para analizar la estabilidad del sistema del sistema (9) y diseñar la dinámica de los parámetros estimados se sigue el siguiente procedimiento. Primero se considera el término $\chi_e^\top \tilde{\Phi}$ como una perturbación y se obtiene la aproximación lineal para la dinámica

$$\dot{X}_c = F(X_c) \quad (10)$$

La aproximación lineal de (10) queda como sigue

$$\dot{X}_c^\delta = A_c X_c^\delta$$

Al utilizar el criterio de Routh-Hurwitz es posible determinar ganancias del algoritmo de control tales que la matriz A_c es Hurwitz. Ahora se superpone el efecto del término $\chi_e^\top \tilde{\Phi}$ a la aproximación lineal de (10), con lo que se obtiene

$$\dot{X}_c^\delta = A_c X_c^\delta + \chi_e^\top \tilde{\Phi} \quad (11)$$

con

$$A_c = [A_{c_1} \ A_{c_2} \ A_{c_3}]$$

$$A_{c_1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ k_1 \left(k_\phi - \frac{k_{a_p} g c_\mu}{V} \right) & k_1 k_{a_p} k_\psi & k_1 k_p \\ -k_3 \frac{k_{r_p} g c_\mu}{V} & k_3 (k_\psi - k_{r_p} k_\psi) & 0 \\ \frac{g c_\mu}{V} & 0 & 0 \\ -\frac{g c_\mu}{V} & k_\psi & 0 \\ -\frac{g c_\mu}{V} & -k_\psi & 0 \end{bmatrix}$$

$$A_{c_2} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ c_\mu & 0 \\ k_1 k_{a_p} & k_1 k_{a_p} \left(k_\beta - \frac{q_0 C_{y_\beta}}{m \bar{V}} \right) \\ k_3 (k_r + k_{r_p}) & k_3 k_{r_p} \left(k_\beta - \frac{q_0 C_{y_\beta}}{m \bar{V}} \right) \\ -1 & \frac{C_{y_\beta}}{m \bar{V}} \\ 0 & k_\beta - \frac{q_0 C_{y_\beta}}{m \bar{V}} \\ 2 & k_\beta - \frac{q_0 C_{y_\beta}}{m \bar{V}} \end{bmatrix}$$

$$A_{c_3} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ k_1 k_{a_i} & 0 \\ 0 & k_3 k_{r_i} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Al considerar la función de Lyapunov

$$V_L = X_c^{\delta \top} P X_c^\delta + \frac{1}{2} \tilde{\Phi}^\top \Gamma \tilde{\Phi}$$

con Γ una matriz positiva definida se obtiene

$$\dot{V}_L = X_c^{\delta \top} (A_c^\top P + P A_c) X_c^\delta + \tilde{\Phi}^\top \left[\chi_e P X_c^\delta - \Gamma \dot{\tilde{\Phi}} \right]$$

Al definir

$$\dot{\tilde{\Phi}} = \Gamma^{-1} \chi_e P X_c^\delta \quad (12)$$

y al considerar que existe P tal que

$$A_c^\top P + P A_c = -I$$

la derivada con respecto del tiempo de la función de Lyapunov queda como sigue

$$\dot{V}_L = -X_c^{\delta \top} X_c^\delta \quad (13)$$

El resultado principal de este trabajo puede resumirse en la siguiente proposición

Proposición.- Considere la dinámica lateral-direccional (8) en lazo cerrado con el control definido en (7). Existen ganancias k_ψ , k_β , k_ϕ , k_p , k_{ψ_p} y k_r tales que el punto de equilibrio

$$X_c = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \bar{\eta}_1 \\ \bar{\eta}_2 \end{bmatrix}$$

es localmente asintóticamente estable y el error de estimación es acotado.

Prueba.- De la igualdad en la ecuación (13) se tiene que X_c^δ y $\tilde{\Phi}$ son acotadas. Debido a que la dinámica en lazo cerrado (11) es invariante en el tiempo, puede utilizarse el teorema de invarianza de La Salle para concluir que X_c^δ converge asintóticamente a cero.

6. SIMULACIONES NUMÉRICAS

En esta sección se muestra el desempeño del controlador y el esquema de adaptación propuesto con diferentes simulaciones numéricas.

Tabla 1. Parámetros conocidos de la aeronave

$m = 6 \text{ kg}$	$V = 30 \text{ m/s}$
$g = 9.81 \text{ m/s}^2$	$C_{Y\beta} = -0,98$
$I_{xx} = 11,67$	$C_{\bar{L}\delta_a} = 0,29$
$I_{zz} = 17,28$	$C_{N\delta_r} = -0,064$
$I_{xz} = -0,024$	$\mu = 30 \text{ grados}$

Tabla 2. Ganancias para el controlador

$k_{a_p} = 2$	$k_{r_p} = 4$
$k_{a_i} = 0,1$	$k_{r_i} = 0,5$
$k_{\phi} = -10$	$k_{\psi_p} = 3$
$k_p = -5$	$k_r = 6$
$k_{\psi} = -3$	$k_{\beta} = -6$

En la tabla 1 se muestran los parámetros conocidos de la aeronave y en la tabla 2 se muestran el conjunto de ganancias, las cuales satisfacen la condición para que A_c sea Hurwitz.

Con los parámetros y ganancias de las tablas anteriores la matriz A_c adopta la siguiente forma

$$A_c = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0,866 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -233,8 & -132,7 & -110,6 & 0 & -175,6 & 2,213 & 0 & 0 \\ 3,7357 & -49,46 & 0 & -46,170 & 52,338 & 0 & -1,648 & 0 \\ 0,2831 & 0 & 0 & -1 & -2,032 & 0 & 0 & 0 \\ -0,283 & -3 & 0 & 0 & -3,967 & 0 & 0 & 0 \\ -0,283 & 3 & 0 & 2 & -3,967 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

con valores propios en

$$\lambda = \begin{bmatrix} -0,012914 \\ -0,103784 \\ -0,666768 \\ -2,111979 \\ -3,586280 \\ -43,868318 \\ -108,521775 \end{bmatrix}$$

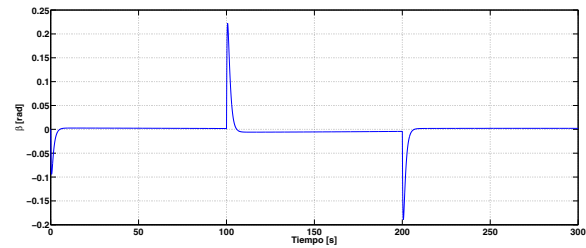
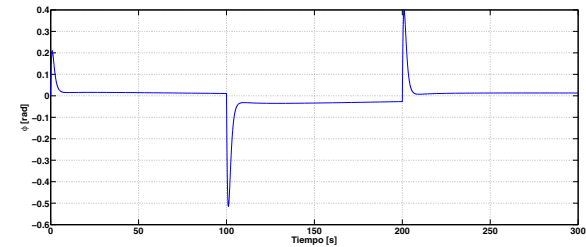
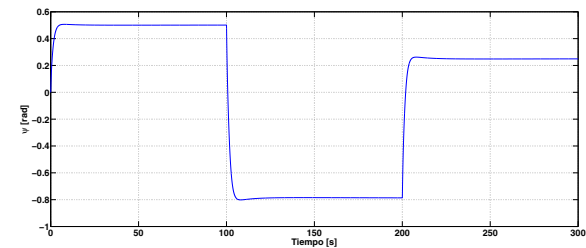
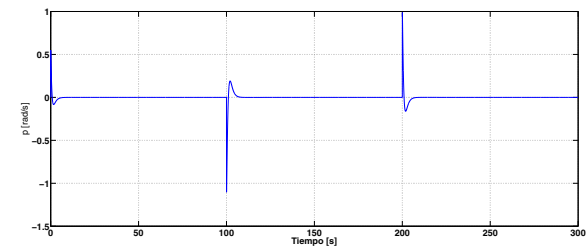
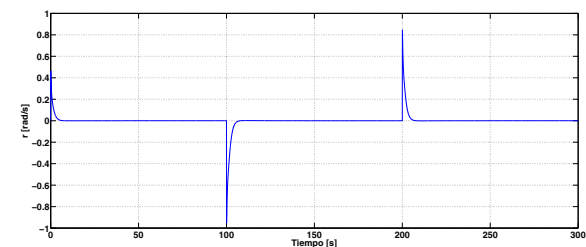
En las gráficas presentadas a continuación se muestran tres cambios de dirección en el ángulo de guiñada de la aeronave 0,5 rad, $-0,7854$ rad y 0,25 rad para mostrar el desempeño del controlador y el esquema de adaptación descritos en las secciones anteriores. Las simulaciones se realizaron con las condiciones iniciales presentadas en la tabla (3) En las figuras (2 - 6) se muestra como al alcanzar

Tabla 3. Condiciones iniciales

$\tilde{C}_{L0}(0) = 0$	$\tilde{C}_{N0}(0) = 0$
$\tilde{C}_{L\beta}(0) = -0,07$	$\tilde{C}_{N\beta}(0) = 0,03$
$\tilde{C}_{Lp}(0) = -0,5$	$\tilde{C}_{Np}(0) = -0,01$
$\tilde{C}_{Lr}(0) = 0,039$	$\tilde{C}_{Nr}(0) = 0,039$

el ángulo de guiñada deseada (figura (4)), se aprecia que las señales p y r convergen a cero. Las señales β , ϕ también convergen a cero pero su tiempo de convergencia es mayor.

En las figuras (7 - 8) se muestran las acciones de control de los alerones y del timón, se puede observar como estas superficies de control trabajan en conjunto para alcanzar el objetivo de control.


 Figura 2. Ángulo de derrape β

 Figura 3. Ángulo de alabeo ϕ

 Figura 4. Ángulo de guiñada ψ

 Figura 5. Velocidad angular de alabeo p

 Figura 6. Velocidad angular de guiñada r

Finalmente el conjunto de figuras (7) y (8) muestran los parámetros aerodinámicos del coeficiente de momento de alabeo y de momento de guiñada calculados a partir del esquema de adaptación.

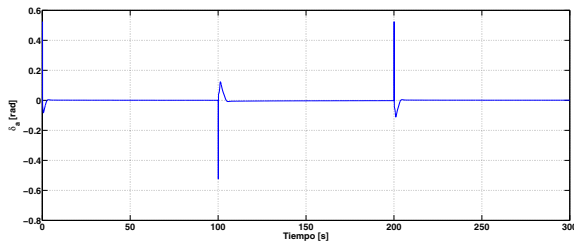


Figura 7. Deflexión de los alerones

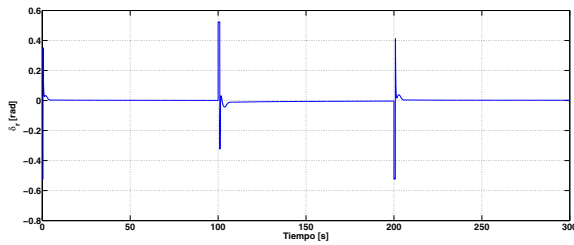


Figura 8. Deflexión del timón

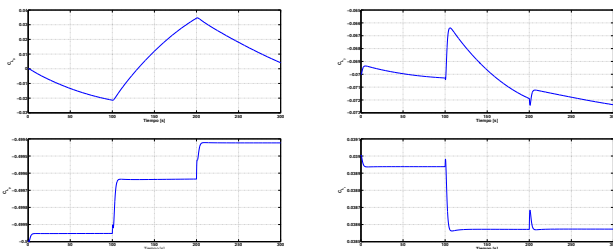


Figura 9. Parámetros aerodinámicos estimados para el momento de alabeo

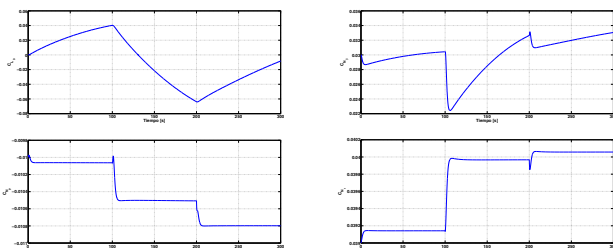


Figura 10. Parámetros aerodinámicos estimados para el momento de guiñada

7. CONCLUSIONES

Se presentó un controlador basado en el control total de la energía para la dinámica lateral-direccional de una aeronave de ala fija. Se diseñó un esquema adaptable para calcular los coeficientes aerodinámicos del momento de alabeo L y de momento de guiñada N . Simulaciones numéricas muestran el comportamiento del esquema adaptable y del controlador TECS.

REFERENCIAS

Alazard, D. (2002). Robust h design for lateral flight control of highly flexible aircraft. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 25(3), 502–509.

Athans, M., Castanon, D., Dunn, K.P., Greene, C.S., Lee, W.H., Sandell, N.R., and Willsky, A.S. (1977). The stochastic control of the f-8c aircraft using a multiple model adaptive control (mmac) method—part i: Equilibrium flight. *Automatic Control, IEEE Transactions on*, 22(5), 768–780.

Bruzzini, M.A. (1994). Development of a tecs control-law for the lateral directional axis of the mcdonnell douglas f-15 eagle. Technical report, DTIC Document.

Corona-Sanchez, J.J. and Rodriguez-Cortes, H. (2015). Lateral-directional control for a fixed wing vehicle based on the total energy control system approach. In *Unmanned Aircraft Systems (ICUAS), 2015 International Conference on*, 936–944. IEEE.

Estrada, S.A.A. (Agosto, 2010). *Estimación de los parámetros aerodinámicos de una mini aeronave de ala fija*. Master's thesis, CINVESTAV.

Ji, K., Wei, W., Ai-jun, L., and Chang-qing, W. (2009). Lateral directional axis control of aircraft based on tecs. In *Image and Signal Processing, 2009. CISP'09. 2nd International Congress on*, 1–5. IEEE.

Lambregts, A. (1983). Integrated system design for flight and propulsion control using total energy principles. In *American Institute of Aeronautics and Astronautics, Aircraft Design, Systems and Technology Meeting, Fort Worth, TX*, volume 17.

Reigelsperger, W.C., Hammett, K.D., and Banda, S.S. (1997). Robust control law design for lateral-directional modes of an f-16/matv using μ -synthesis and dynamic inversion. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 7(8), 777–795.

Salfi, M.I., Ahsun, U., and Bhatti, H.A. (2009). Lateral and longitudinal guidance and control design of a uav in auto landing phase. In *Applied Sciences and Technology (IBCAST), 2009 6th International Bhurban Conference on*, 162–168. IEEE.

Stengel, R.F. (2015). *Flight dynamics*. Princeton University Press.

Stevens, B.L. and Lewis, F.L. (2003). *Aircraft control and simulation*. John Wiley & Sons. En la pagina 114 se encuentra la explicacion de porque se desacoplan las dinamicas del avion.

Swarnkar, S. and Kothari, M. (2016). A simplified adaptive backstepping control of aircraft lateral/directional dynamics. *IFAC-PapersOnLine*, 49(1), 579–584.

Von Mises, R. (1959). *Theory of flight*. Courier Corporation.

y H. Rodríguez Cortés, J.D.B. (2013). Estabilización de la dinámica longitudinal de una aeronave de ala fija usando control total de la energía adaptable. *Congreso Mexicano de Robótica*.