Modelado y control de reguladores de voltaje ajustable para regulación de corriente y potencia constante

Michael Rojas* Gerardo Espinosa-Pérez* Anaid Miranada*

* Universidad Nacional Autónoma de México, Faultad de Ingeniería, (email:michrojasq@comunidad.unam.mx, anaid.jennifer@qmail.com, gerardoe@unam.mx).

Resumen

En el presente trabajo se muestra el modelado matemático de sistemas complejos con base en la respuesta física al ser excitados con una entrada específica, así como el control de las variables eléctricas de estos sistemas para satisfacer necesidades de corriente y potencia desedas. Cabe mencionar que en la literatura especializada no se cuenta con un modelo matemático que represente la dinámica de los reguladores de voltaje dada su velocidad de respuesta.

Keywords: Regulador de voltaje, regulador de corriente, sistemas de primer orden, control PI.

1. Introducción

Dentro de la ingeniería eléctrica existen dispositivos que permiten manejar diferentes niveles de energía dentro del mismo circuito, en electrónica estos dispositvos son considerados convertidores de DC-DC, en este ejercicio se abordan un tipo específico de éstos, los **reguladores de voltaje** ajustable, en este caso, el regulador de estudio es el LM317, éste es un regulador ajustable cuyo valor de voltaje de salida esta dado por la relación de dos resistores, uno de retroalimentación asociado al voltaje de salida y otro asociado al control por medio de corriente en una de las terminales del dispositivo, con base en dicho comportamiento es posible adecuar el regulador para hacer la acción inversa, tener una corriente constante a la salida y un voltaje dependiente de la carga.

Existen, dentro de la industria, diversas aplicaciones que requieren suministro de corriente constante, dentro de eléctronica de potencia los convertidores CSC^{1} necesitan una fuente de corriente consante en la entrada del convertidor para funcionar de manera correcta, en [Ye et al. (2005)] se aborda el problema de sistemas de compensación basados en estos convertidores y se expone la necesidad de poseer una fuente de corriente constante regulada, en [De Lima y Cordeiro (2002)] se muestran aplicaciones asociadas al suministro de corriente constante con este regulador enfocadas a sistemas biomédicos, los anteriores son sólo ejemplos de la importancia de contar con fuentes de corrientes constantes reguladas. Sí bien existen integrados que proporcionan una corriente constante como REF200 así como diversas formas de diseñar fuentes de corriente como en [Ross et al. (2003)] que corresponde al diseño de una fuente Howland, además del uso de convertidores de DC-DC como fuentes de corriente controladas por voltaje como en [Kyritsis et al. (2008)]. Todas esas opciones útiles para aplicaciones específicas pero la mayoría de estos diseños no solo la corriente a la salida es constante, el voltaje

¹ Convertidor de fuente de corriente, por sus siglas en inglés

*

también lo es, es decir que la relación de potencia dada es fija y al menor cambio de carga se pierde la regulación de la fuente. Por esta razón la importancia de diseñar una fuente de corriente constante, de bajo costo y consumo energético, que logre variar el voltaje de acuerdo al cambio de carga.

Dada la falta de dispositivos capaces de regular corriente una solución viable es emplear reguladores de voltaje ajustable como reguladores de corriente, de ahí la necesidad de caracterizar los reguladores de esta naturaleza para establecer la interacción, tanto física como matemática, de cada una de las variables eléctricas y de esta forma por medio de una acción de control mantener la potencia constante al manipular la corriente a la salida del dispositivo LM317.

En la Sección 2 se aborda de manera muy general el funcionamiento del regulador así como la configuración de éste para mantener la corriente constante a la salida, en la Sección 3 se plantea el procedimiento por el cual se obtuvó el modelo matemático del regulador en su representación entrada-salida, así como en variables de estado, en la Sección 4 se muestra el diseño de los controladores, el controlador PI clásico y PI con base en modelo, en la Sección 5 se muestra la evaluación experimental de la fuente y de los controladores diseñados mientras que en la Sección 6 se muestran las conclusiones del presente.

2. Regulador LM317: Regulador de voltaje vs Regulador de corriente

2.1. Reguladores de voltaje

La función de un regulador de voltaje es, dado un voltaje de entrada mantener a la salida un voltaje deseado, sin importar que tipo de carga se necesite alimentar sólo limitado en la corriente que el propio regulador es capaz de suministrar, de acuerdo a la potencia del regulador,²

 $^{^2\,}$ La potencia ACTIVA se define como P=VI donde V es el voltaje de salida del regulador e I es la corriente demandada por la carga, se

entonces, el proceso de regulación de voltaje falla al momento en que a dicho regulador se le exige una corriente mayor a la que el puede suministrar.

2.2. Reguladores de corriente

La función de los reguladores de corriente es dúal a la acción de los reguladores de voltaje, es decir, el objetivo de éstos es mantener una corriente deseada sin importar el tipo de carga limitado sólo en la cantidad de voltaje que puede suministrar el regulador, 3 .

En la siguiente sección se establece el modelo entradasalida del regulador con el fin de obtener una relación matemática del comportamiento del regulador.

3. Modelo entrada-salida del regulador LM317

En la literatura, no se conoce un modelo matamático que exprese el comportamiento dinámico de este tipo de dispositivos en [LM3 (2015)] se muestra la Ecuación (1) que exhibe la relación que existe entre los elementos del dispositivo para funcionar como regulador de voltaje ajustable

$$V_{out} = 1.25 * \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) + I_{ADJ}R_2.$$
(1)

Debido a que se conoce la estructura interna del regulador es posible afirmar que el comportamiento de este dispositivo es no lineal, con la caracterización propuesta en el presente trabajo se aproxima la dinámica del regulador como un sistema lineal de primer orden.

Para obtener un modelo que represente la dinámica del regulador se realiza el análisis de su respuesta si es excitado con una señal escalón como entrada, en este caso la entrada a considerar es el voltaje de ajuste. La prueba consiste en lo siguiente, se aplican diferentes valores de voltaje de ajuste a la terminal correspondiente con el cual se induce una salida asociada a dicho voltaje, en la Figura 1 se muestran las respuestas obtenidas.⁴

Con dichas respuestas es posible caracterizar el comportamiento del sistema por medio de un modelo entrada-salida.

3.1. Función de transferencia

medición

La función de transferencia es un modelo matemático que establece la relación que existe entre la salida de un sistema y la señal de excitación. Dado que la aproximación del comportamiento del sistema corresponde a uno de primer orden la función de transferencia tiene la siguiente estructura

$$G(s) = \frac{k}{\tau s + 1} \tag{2}$$

 $a_{adj} = 1.164$ $a_{adj} = 0.5496$

 $V_{adj} = 0.31908$

 $V_{adj} = 0.17825$ $V_{adj} = 0.09568$

donde k es la ganacia del proceso y τ es la constante de tiempo, dado que se conoce la respuesta del sistema ante una entrada escalón es posible estimar los parámetros de la función de transferencia que caracteriza al sistema.

3.1.1. Cálculo de la ganancia (k) Para calcular la ganancia k se hace uso del teorema de valor final y con base en dicho teorema es posible establecer lo siguiente

$$\lim_{t \to \infty} y(t) = \lim_{s \to 0} sY(s) \tag{3}$$

donde sY(s) = U(s)G(s), se considera $U(s) = \frac{u}{s}$, donde u es la amplitud del escalón, entonces al realizar el límite se obtiene la siguiente expresión

$$k = \lim_{t \to \infty} \frac{y(t)}{u} \tag{4}$$

sí se considera que lím $_{t\to\infty} y(t) = y_{final}(t)$ y se considera que el sistema posee un *offset* de forma natural⁵, la ganancia se expresa como

$$k = \frac{y_{final}(t) - v_{offset}}{u}.$$
(5)

Para caracterizar la ganancia se realizó el análisis de la respuesta con cinco señales escalón de diferentes amplitudes, en la Figura 1 se muestran las respuestas experimentales del regulador de voltaje. Con base en estas respuestas se obtienen los siguientes valores de ganancia k.

Voltaje final	Voltaje de ajuste	Ganancia	
1.079	1.164	0.7595	
0.6483	0.5496	0.8248	ĺ
0.4522	0.31908	0.8061	
0.3181	0.17825	0.6906	
0.2202	0.09568	0.2634	
	Tabla 1.		

Dado que los valores de ganancia para las respuestas con voltajes de ajuste < 0.1[V] son cuatro veces más pequeñas se impone una restricción:

• La aproximación propuesta sólo será válida para entradas de voltaje de ajuste > 0.1[V].

puede apreciar que al ser el voltaje constnate sólo existen dos formas de preservar la potencia, al variar la corriente y la carga

 $^{^3}$ El máximo voltaje que puede suministrar un regulador ajustable se obtiene de acuerdo con el voltaje diferencial $v_e - v_s$, donde v_e es el voltaje de entrada, v_s es el voltaje de salida, dicho voltaje diferencial debe encontrarse dentro de un rango establecido para cada regulador 4 Las respuesas obtenidas se encuentran escaladas con un factor de frac110 a causa de la etapa de acondicionamiento del sistema de

al a la bjetivo ortar el aje que fintradaelación Figura 1. Respuesta escalón del regulador LM317

⁵ Este offset es característico de todos los reguladores de voltaje

Por la restricción anterior, la ganancia de la función de transferencia será el promedio de las cuatro primeras pruebas, es decir, la ganancia k = 0.7702

3.1.2. Cálculo de la conatante de tiempo (τ) De acuerdo con el sistema de primer orden es posible asegurar que la representación en el tiempo de dicho sistema es

$$y(t) = ku[1 - e^{-\frac{t}{\tau}}]$$
 (6)

al sustituir $t=\tau$ en la expresión anterior se obtiene la siguiente expresión

$$y(\tau) = ku[1 - e^{-1}] = 0.6321ku \tag{7}$$

entonces $y(\tau) = 0.6321ku$, con esta expresión es posible conocer el valor de la salida cuando $t = \tau$ que es el tiempo en el que el sistema tarda en llegar al 63.21 % de su valor final entonces, con base en dicha característica se vuelve sistemático el cálculo de la constante de tiempo (τ), para caracterizar dicha constante se obtiene la derivada de la salida y(t) con respecto del tiempo que se representa en la siguiente expresión

$$\frac{dy}{dt} = \frac{ku}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}} \tag{8}$$

dado que se desea conocer la recta tangente asociada a t = 0 se evalua (8) en dicho valor por lo tanto

$$\frac{dy}{dt}|_{t=0} = \frac{ku}{\tau} \tag{9}$$

ya que se conoce la respuesta del sistema es posible caracterizar la constante de tiempo de forma gráfica, se trazará la recta tangnete a la respuesta cuya pendiente es $\frac{ku}{\tau}$, en la Figura 2 se muestra, a modo de ejemplo, el proceso gráfico con el cúal se otuvo la constante de tiempo



Figura 2. Método gráfico para obtener la constante de tiempo

dado que la aproximación esta restringida por el parámetro de la ganancia en la siguiente tabla se muestran los resultados obtenidos para la salida que producen los escalones de voltaje de ajuste mayores a > 1[V]

Con los parámetros que se caracterizaron es posible expresar el modelo matemático del regulador de voltaje ajustable LM317 con base en la relación entrada-salida (voltaje de ajuste-voltaje de salida)

$$G(s) = \frac{0.7702}{0.102s + 1} \tag{10}$$

para validar el modelo, en la Figura 3 se muestran tanto las respuestas producto de la experimentación así como la evaluación mediante simulación de la función de transferencia dada por (10).



Figura 3. Validación de la función de transferencia.

Se puede observar como las respuestas dadas por escalones menores a 0.1[V] no poseen una buena aproximación, esto se debe a la presencia del voltaje de *offset* del regulador, mientras menor sea la excitación en la terminal de ajuste más cercana será la salida al valor del voltaje de *offset*.

3.2. Modelo en variables de estado

Para obtener el modelo en variables de estado es necesario antitransformar la función de transferencia para obtener una represetación en el tiempo, se considera para este análisis el modelo dado por (2), al desarrollar y antitransformar dicho modelo se obtiene la representación en función del tiempo dada por la siguiente expresión

$$\tau \dot{v}(t) + v = ku$$
$$\dot{v}(t) = -\frac{1}{\tau}v + \frac{ku}{\tau}$$
(11)

dado que el objetivo principal es mostrar que es posible realizar regulación de potencia a partir de una corriente deseada, es necesario realizar un cambio de coordenadas, para esto se debe tener en cuenta que la potencia se representa por el producto conjugado de dos variables, en el caso de sistemas eléctricos, el poducto del voltaje y la corriente (P = VI), entonces, al multiplicar (11) por la corriente se obtiene

$$\dot{v}i(t) = -\frac{1}{\tau}vi + \frac{ku}{\tau}i \tag{12}$$

además al derivar la expresión que representa a la potencia se obtiene

$$\dot{P} = \dot{v}i + v\frac{di}{dt} \tag{13}$$

al sustituir (13) en (12) se tiene que

Voltaje final	$ \tau $
1.079	0.1
0.6483	0.104
0.4522	0.101
0.3181	0.103
Tai	bla 2

$$\tau \dot{P} - \tau v \frac{di}{dt} + P = kui \tag{14}$$

la ecuación anterior representa el comportamiento del regulador en función de la potencia.

4. Diseño del control

El objetivo de esta sección es mostrar como con dispositivos que regulan voltaje es posible realizar regulación de potencia en cargas con comportamiento constante en la demanda, en esta sección se muestra el diseño de dos controladores PI, el primero, diseñado de la forma clásica, sin conocimiento de la planta, y el segundo diseñado con conocimiento del modelo.

4.1. Diseño de control PI

La ley de control ha analizar corresponde al control clásico PI ideal, el cual tiene la siguiente estructura

$$u(t) = K_p \tilde{P} + \frac{K_p}{t_i} \int \tilde{P} dt$$
(15)

donde \widetilde{P} representa el error dentro del sistema de la variable física a controlar y se define como $\tilde{P} = P - P^*$, donde P^{\ast} representa la potencia deseada. Según el modelo mostrado en (14) es posible establecer las siguientes relaciones

$$\Phi = \tau \dot{P} + P$$

$$\Phi = kui + \tau v \frac{di}{dt}$$
(16)

al sustituir (15) en (16) se obtiene

$$\Phi = kK_p \widetilde{P}i + \frac{kK_p}{t_i} \int \widetilde{P}dti + \tau v \frac{di}{dt}$$
(17)

el objetivo de control es que $P \rightarrow P^*$ por lo tanto el objetivo tambien es que $\widetilde{P} \rightarrow 0$, para conocer el comportamiento de \tilde{P} se obtiene la dinámica del error dada por las siguiente expresión

$$\dot{\tilde{P}} = \dot{P} - \dot{P^*} \tag{18}$$

para este caso de estudio P^* es constante, entonces $\dot{P}^* = 0$, por lo tanto $\tilde{P} = \dot{P}$ al sustituir esta dinámica en (16) y (17) se obtiene lo siguiente

$$\tau \dot{\widetilde{P}} + (1 - kK_p i)\widetilde{P} - \frac{kK_p}{t_i}iz = \phi(t)$$
(19)

donde $\dot{z} = \tilde{P}$ y $\phi(t) = \tau v \frac{di}{dv} - P^*$, por lo tanto es posible representar al sistema como un sistema lineal variante en el tiempo

$$x = \begin{bmatrix} \tilde{P} \\ z \end{bmatrix}; \quad \dot{x} = \begin{bmatrix} \dot{\tilde{P}} \\ \dot{z} \end{bmatrix}$$
(20)

$$\begin{bmatrix} \tilde{P} \\ \tilde{z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -a(t) \ b(t) \\ -1 \ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{P} \\ z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \phi(t) \\ 0 \end{bmatrix}$$
(21)

donde

$$a(t) = 1 - kK_p i$$

$$b(t) = \frac{kK_p}{t_i} i$$
(22)

Para conocer las características de estabilidad del punto de mínima energía del sistema nominal se propone la siguiente función candidata de Lyapunov, considerando la teoría de sistemas perturbados, por lo tanto $\phi(t) = 0$

$$V(t,x) = \tilde{P}^2 + [1+b(t)]z^2$$
(23)

al derivar con respecto a las trayectorias del sistema se obtiene

$$\dot{V}(t,x) = -2\tilde{P}a(t) - 2\tilde{P}z + z^2\dot{b}(t)$$
(24)

pero se conocen los valores de las funciones $a(t) \ v \ b(t)$, de dicho conocimiento se establecen las siguientes condiciones

- a(t) > 0 entonces $kK_p < \frac{1}{i}$, por lo tanto $i \neq 0$ $\begin{array}{l} \bullet \quad \frac{di}{dt} < 0 \text{ por lo tanto } \dot{b}(t) < b(t) \text{ y } \dot{b}(t) < 0 \\ \bullet \quad \dot{b}(t) \leq -2 \text{ es decir } \frac{kK_P}{t_i} \leq 2 \end{array}$

bajo las condiciones anteriores es posible reescribir (24) de la siguiente forma

$$\dot{V}(t,x) \le -2\widetilde{P} - 2\widetilde{P}z - 2z^2 \tag{25}$$

entonces, la derivada de la función candidata de Lyapunov a lo largo de las trayectorias del sistema puede expresarse como

$$\dot{V}(t,x) = -x^T \begin{bmatrix} 2 & -1\\ -1 & 2 \end{bmatrix} x; \quad -x^T Q x.$$
(26)

Por lo tanto el punto de mínima energía del sistema nominal es exponencialmente estable. Ahora al considerar $\phi \neq 0$ y de acuerdo a los teoremas conversos de Lyapunov, la derivada de la función candidata a lo largo de las trayectorias del sistema puede expresarse como

$$\dot{V}(t,x) \le -c_3 \parallel x \parallel^2 + c_4 \gamma \parallel x \parallel^2$$
 (27)

donde γ es una cota dada de la perturbación, cabe aclarar que ϕ representa una perturbación no desvaneciente, para este caso específico la cota de la perturbación esta dada por $\parallel \phi(t) \parallel < P^*$. De acuerdo con (26) $c_3 = \lambda_{min}(Q)$, mientras $c_4 = 2\lambda P$, por lo tanto $P^* \leq \frac{\lambda_{min}(Q)}{2\lambda P}$.

Diseño de controlador PI con base en modelo 4.2.

Para el diseño de este controlador se toma en cuenta el modelo del regulador dado por (13), al sustituir en dicho modelo la dinámica del error se tiene que

$$\tau \dot{\widetilde{P}} + v\tau \frac{di}{dt} + \widetilde{P} + P^* = kui \tag{28}$$

dado que el objetivo de control es que $P \to P^*$, es decir $\widetilde{P} \to 0$, se propone una función candidata de Lyapunov

para conocer las caracterísiticas de estabilidad del punto de mínima energía de la dinámica del error, dicha función se muestra a continuación

$$V = \frac{\tau}{2} \widetilde{P}^2 \tag{29}$$

al derivar la ecuación anterior se obtiene la siguiente expresión

$$\dot{V} = -\widetilde{P}^2 + \underbrace{\widetilde{P}}_{y} \underbrace{(kui + v\tau \frac{di}{dt} - P^*)}_{u_P}$$
(30)

de donde es posible concluir que el sistema es pasivo de la entrada u_P a la salida \tilde{P} y por lo tanto, el punto de mínima energía es asintóticamente estable sí y sólo sí $u_P = 0$, para garantizar estabilidad asintótica del punto de mínima energía es necesario diseñar un control u_P tal que \dot{V} sea definida negativa, para eso se considera el siguiente control PI

$$\dot{z} = -\widetilde{P} u_P = -K_p \widetilde{P} + K_i z$$
(31)

entonces es posible realizar la siguiente igualdad

$$-K_p \tilde{P} + K_i z = kui + v\tau \frac{di}{dt} - P^*$$
(32)

y despejando \boldsymbol{u} de la ecuación anterior, la ley de control se expresa como

$$u = -\frac{K_p}{ki}\tilde{P} + \frac{K_i}{ki}z - \frac{\tau v}{ki}\frac{di}{dt} + \frac{P^*}{ki}$$
(33)

para probar que el control propuesto logra que \dot{V} sea definida negativa se porpone la siguiente función candidata de Lyapunov

$$V = \frac{T}{2}\tilde{P}^2 + K_i z^2 \tag{34}$$

derivando a lo largo de las trayectorias del sistema se obtiene

$$\dot{V} = -\widetilde{P}^2(1+K_p) \tag{35}$$

con el control propuesto el punto de mínima energía es asintóticamente estable siempre y cuando $K_p > 0$.

5. Evaluación experimental

Para realizar la evaluación experimental se elaboró el diagrama funcional mostrado en la Figura

La evaluación se realizó en dos partes, la primera en la cual se desea regular una potencia constante el carga mientras se realizaban cambios en la misma, la segunda prueba consiste en mantener la carga constante mientras se modifica el valor al cual se quiere regular la potencia.

5.1. Control PI ideal

La primera prueba consiste en regular la potencia constante y realizar cambios de carga dentro del dispositivo



Figura 4. Regulación de potencia.



Figura 5. Señal de error.

La segunda consiste en mantener la carga constante y variar la potencia a regular



Figura 6. Regulación de potencia.



Figura 7. Señal de error.

5.2. PI basado en modelo

La primera prueba consiste en regular la potencia constante y realizar cambios de carga dentro del dispositivo



Figura 8. Regulación de potencia.



Figura 9. Señal de error.

La segunda consiste en mantener la carga constante y variar la potencia a regular



Figura 10. Regulación de potencia.

6. Conclusiones

Es posible establecer las conclusiones del presente según los siguientes puntos

- Se mostró que es posible emplear reguladores de volaje como reguladores de corriente al cambiar el método de conexión de estos dispositivos.
- Se realizó un modelo matemático con base en el conocimiento de la aproximación de la respuesta del regulador con sistemas de primer orden logrando un modelo que caracteriza el comportamiento dinámico



Figura 11. Señal de error.

del regulador de manera aproximada, considerando como entrada el voltaje de ajuste del regulador y como salida el voltaje regulado.

 Se diseñaron dos leyes de control, el PI clásico con el cual se obtuvieron resultados teoricos y prácticos de estabilidad práctica para sobrellevar ese resultado se diseño un control PI con conocimiento del modelo obtenido con resultados teóricos y prácticos de estabilidad asintótica.

Como trabajo futuro queda pendiente el diseño de una plataforma expreimental robusta ante ruido eléctrico que fué el problema principal que se presentó en el desarrollo de éste trabajo.

Agradecimientos

Parte de este trabajo se realizó con el apoyp de DGAPA-UNAM con el número IN116516.

Referencias

- (2015). LM317 Datasheet. Texas Instruments, Texas Instruments, Post Office Box 655303, Dallas Texas 75265.
- De Lima, J.A. y Cordeiro, A.S. (2002). A low-copst neurostimulator with accurate pulsed-current control. *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, 49(5), 497–501.
- Espinoza, J. y Joós, G. (1997). Current-source converter on-line pattern generator switching frecuency minimization. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 44(2), 198–206.
- Kyritsis, A., Tatakis, E., y Papanikolaou, N. (2008). Optimun design of the current-source flyback inverter for decentralized grid-connected photovoltaic systems. *IEEE Transactions on Energy Conversion*, 23(1), 281.
- Lin Luo, F. y Ye, H. (2007). Small signal analysis of energy factor and mathematical modeling for power DC-DC converters. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 22(1), 69–80.
- Rodríguez, H., Ortega, R., y Astolfi, A. (2005). Adaptative partial state feedback control of DC- to DC cuk converter. *American Control Conference*.
- Ross, A., Saulnier, G., Newell, J., y Isaacson, D. (2003). Current source design for electrical impedance tomography. *Physiological Measurement*.
- Ye, Y., Kazerani, M., y . Quintana, V. (2005). Currente source convert based statcom: Modeling and control. *IEEE Transactions on Power Delivery*, 20(2), 795–800.