

Sintonización del controlador PD aplicando el método de Quasi-Newton para un robot móvil omnidireccional *

Omar Serrano-Pérez* Miguel Gabriel Villarreal-Cervantes*
Juan Carlos González-Robles*

* Instituto Politécnico Nacional-CIDETEC. Av. Juan de Dios Bátiz
s/n, Col. Nueva Industrial Vallejo, Deleg. Gustavo A. Madero. C.P.
07700, Ciudad de México, México.

(Correo electrónico: {oserranop1500,mvillarrealc,jgrobles}@ipn.mx).

Resumen: Las aplicaciones de robots móviles omnidireccionales se encuentran en una etapa de crecimiento. En la actualidad existe escasez de información en la sintonización de las ganancias del controlador en tales robots, donde en ocasiones se busca mejorar el comportamiento del sistema con una sintonización a prueba y error obteniendo errores significativos. Por tal motivo, se pretende dar una solución para la sintonización del robot móvil con base en una solución de un problema de optimización dinámica con el propósito de mejorar la precisión para realizar una tarea en el espacio de trabajo.

En este trabajo se propone como un problema de optimización dinámica (POD) fuera de línea, la búsqueda de las ganancias óptimas del sistema de control Proporcional - Derivativo (PD) en el espacio de operación de un robot móvil omnidireccional, con el propósito de minimizar el desempeño en los errores de posición y orientación del robot móvil, así mismo, el consumo de energía en la ejecución de una trayectoria altamente no lineal. El POD se resuelve por medio de una transcripción a un problema de optimización no lineal en donde se utiliza un algoritmo basado en el cálculo de la aproximación de la matriz Hessiana, este tipo de algoritmos se conocen en la literatura como Método de Quasi-Newton. Resultados numéricos en simulación muestran un superior desempeño en el sistema de control para la realización del seguimiento de trayectoria en el robot móvil con las ganancias proporcionadas con el enfoque propuesto.

Keywords: Controlador PD, Robot móvil omnidireccional, Seguimiento de trayectoria, Optimización dinámica.

1. INTRODUCCIÓN

Durante los últimos años, los robots móviles son una solución factible para conseguir la movilidad en terrenos firmes y libres de obstáculos, permitiendo obtener velocidades de respuesta relativamente altas y precisas para la ejecución de cualquier tarea requerida. Se constituyen ampliamente en aplicaciones de las áreas de control, programación, inteligencia artificial, percepción e instrumentación, y sirven de base para el avance en diversos campos de la industria e investigación, aportando soluciones tecnológicas innovadoras orientadas al desarrollo de mejores robots Bermudez (2002). Los robots móviles se clasifican por su tipo de locomoción, muy en general los tres medios de movimientos son: por ruedas, por patas y orugas, que les confieren características y propiedades diferentes respecto a la eficiencia

energética, dimensiones, cargas útiles y maniobrabilidad Silva Ortigoza et al. (2010).

Existen varios trabajos donde contemplan a los robots móviles omnidireccionales debido a la facilidad de moverse en cada instante de tiempo a cualquier dirección, así mismo, requieren de la implementación de controladores para poder lograr realizar tareas que incluyan el seguimiento de trayectoria, posición, velocidad, etc.. Actualmente constituyen la primera capa de control de la gran mayoría de las aplicaciones industriales. De ahí que un número importante de trabajos de investigación se han orientado a mejorar su rendimiento y prestaciones Reynoso-Meza et al. (2013). Para que dichos robots móviles efectúen el mejor desempeño sobre la tarea a realizar se utilizan comúnmente los controladores **P,PI,PD,PID**, donde continúan siendo una solución fiable, robusta, práctica y sencilla para el control de procesos y sistemas Ramon Villanova (2011). Estos controladores tienen un mecanismo de control por realimentación que calcula el error entre el valor medido y el valor que se quiere obtener para aplicar una acción correctora que ajuste la tarea a realizar. En Shen (2002), se proponen nuevas reglas para la evaluación del desempeño del controlador PID (Proporcional-Integral-Derivativo) basado en un algoritmo genético, mostrando

* Este trabajo es apoyado por la Comisión de Operación y Fomento de Actividades Académicas (COFAA) del Instituto Politécnico Nacional bajo el número de proyecto 20160826 y el Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACyT) con el número de proyecto 182298. El primer autor reconoce el apoyo de CONACYT y BEIFI a través de una beca para realizar estudios de postgrado en el Instituto Politécnico Nacional.

como resultado la eficiencia y facilidad del uso de estas fórmulas. También en Martha et al. (2003), se presenta una descripción general de los diferentes tipos de control aplicados en el campo de los robots móviles donde exponen las ventajas y desventajas de dichos controles. Finalmente, en Chang and Shih (2010), se presenta una búsqueda de ganancias del controlador PID óptimas para una clase de sistemas no lineales, el algoritmo propuesto fue modificado para mejorar la velocidad del algoritmo PSO, con el fin de mejorar la eficiencia en la búsqueda.

Una de las problemáticas al utilizar los diversos controladores en un sistema de control es el obtener una buena sintonización de sus ganancias para realizar una o varias tareas en específico. Existe un enfoque nombrado métodos heurísticos Villarreal-Cervantes (2014), donde la sintonización se basa en la práctica e incluso en la experiencia del diseñador, pero la mayor desventaja radica que es proceso a prueba y error, donde el tiempo de sintonización se incrementa haciendo un método no muy factible para sistemas complejos altamente no lineales Luo and Che (2010). Por tal motivo, se utiliza para este trabajo el controlador PD (Proporcional-Derivativo) en el espacio de operación con el fin de buscar profundizar en la sintonización óptima del sistema de control de un robot móvil omnidireccional, necesarios para realizar el control de seguimiento de una trayectoria altamente no lineal.

La estructura de este artículo es la siguiente: en la sección 2 se describe el modelo dinámico del robot móvil omnidireccional. En la sección 3 se describe la estrategia del sistema de control. En la sección 4 se plantea el problema de optimización para encontrar las ganancias óptimas del controlador. En la sección 5 se menciona la técnica de optimización que resuelve el problema en cuestión. Los resultados en simulación se muestran en la sección 6. Finalmente en la sección 7 se dan las conclusiones pertinentes y trabajo futuro.

2. MODELO DINÁMICO DEL ROBOT MÓVIL OMNIDIRECCIONAL

El modelo dinámico es la representación matemática que expresa la relación entre el movimiento y las fuerzas que lo genera, esta representación se le conoce como ecuación de movimiento y es parte fundamental durante el diseño, simulación, animación e incluso en el desarrollo de estrategias de control de cualquier robot.

Para el planteamiento del modelo dinámico del Robot Móvil Omnidireccional (**OMR**) se hacen las siguientes hipótesis:

- El robot se mueve sobre una superficie.
- No existen elementos flexibles en la estructura del robot (incluidas las ruedas).
- El deslizamiento es despreciable.
- No se consideran ningún tipo de fricciones en elementos móviles.

Considerando los puntos anteriores se planteó el modelo dinámico Villarreal-Cervantes et al. (2015) tal que $x = [x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4 \ x_5 \ x_6]^T = [x_w \ y_w \ \phi_w \ \dot{x}_w \ \dot{y}_w \ \dot{\phi}_w]^T \in \mathbb{R}^6$ es el vector de estado correspondiente a la posición, orientación, velocidad lineal y angular del OMR del sistema de

coordenadas inercial $X_w - Y_w$ (como se observa en la Fig. 1) y $u = [u_1 \ u_2 \ u_3]^T = [\tau_1 \ \tau_2 \ \tau_3]^T \in \mathbb{R}^3$ el vector de par de entrada en las ruedas. El modelo dinámico representado en el espacio de estado se observa en la ecuación (1).

$$\dot{x} = f(x) + g(x)u \quad (1)$$

donde:

$$f(x) = (x_4 \ x_5 \ x_6 \ -\alpha_1 x_6 x_5 \ -\alpha_1 x_4 x_6 \ 0)^T \in \mathbb{R}^6$$

$$g(x) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ -\alpha_2 \beta_2 & 2\alpha_2 \sin x_3 & -\alpha_2 \beta_1 \\ \alpha_2 \beta_4 & -2\alpha_2 \cos x_3 & \alpha_2 \beta_3 \\ \alpha_3 & \alpha_3 & \alpha_3 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{6 \times 3}$$

Considerando:

$$\beta_1 = \sin x_3 + \sqrt{3} \cos x_3 \quad \beta_2 = \sin x_3 - \sqrt{3} \cos x_3$$

$$\beta_3 = \cos x_3 - \sqrt{3} \sin x_3 \quad \beta_4 = \cos x_3 + \sqrt{3} \sin x_3$$

$$\alpha_1 = \frac{3J}{2mr^2 + 3J} \quad \alpha_2 = \frac{r}{2mr^2 + 3J} \quad \alpha_3 = \frac{Lr}{3JL^2 + I_z r^2}$$

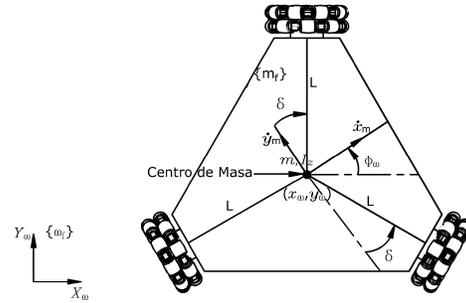


Figura 1. Diagrama esquemático del robot móvil.

3. SISTEMA DE CONTROL

En esta investigación, se propone el controlador PD en el espacio de operación para un OMR como se observa en la ecuación (2), donde $k_p = \text{diag}[k_{p1}, k_{p2}, k_{p3}] \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ y $k_d = \text{diag}[k_{d1}, k_{d2}, k_{d3}] \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ son las matrices con ganancias de dicho controlador, $J = \mathbb{R}^{3 \times 3}$ dada por la ecuación (3) es la matriz Jacobiana que relaciona las fuerzas y pares ejercidos en el robot móvil con las fuerzas ejercidas por las ruedas del robot móvil, $e \in \mathbb{R}^3$ es error de posición (lineal y angular) y $\dot{e} \in \mathbb{R}^3$ es la velocidad del error.

$$u = J^T (k_p e + k_d \dot{e}) \quad (2)$$

$$J = \begin{bmatrix} \frac{\beta_1}{3} & \frac{2}{3} \sin x_3 & -\frac{\beta_2}{3} \\ \frac{\beta_3}{3} & -\frac{2}{3} \cos x_3 & \frac{\beta_4}{3} \\ \frac{1}{3L} & \frac{1}{3L} & \frac{1}{3L} \end{bmatrix} \quad (3)$$

donde:

$$\bar{\beta}_1 = -\sin x_3 + \sqrt{3} \cos x_3 \quad \bar{\beta}_2 = \sin x_3 + \sqrt{3} \cos x_3$$

$$\bar{\beta}_3 = \cos x_3 + \sqrt{3} \sin x_3 \quad \bar{\beta}_4 = \cos x_3 - \sqrt{3} \sin x_3$$

4. SINTONIZACIÓN DEL CONTROLADOR PARA EL OMR BASADO EN UN ENFOQUE DE OPTIMIZACIÓN

Para sintonización óptima del controlador se plantea como un POD para encontrar los parámetros del control PD en el espacio de operación de OMR considerando una trayectoria predefinida, a su vez garantizar el mínimo error de posición, orientación y consumo de energía. Formalmente el problema de optimización se establece en las ecuaciones (4)-(6), donde $\bar{J} \in R$ es la función objetivo a minimizar, p^* es el vector de las variables de diseño, $g_i \in R$ se encuentran las restricciones de desigualdad y $h_i \in R$ las restricciones de igualdad, del problema de optimización.

$$\underset{p^*}{\text{Min}} \int_0^{tf} \bar{J} dt \quad (4)$$

Sujeto a:

$$g_i(t) < 0 \quad \forall i = 1, 2, \dots, o \quad (5)$$

$$h_i(t) = 0 \quad \forall i = 1, 2, \dots, p \quad (6)$$

4.1 Variables de diseño

. El problema de optimización consiste en encontrar la mejor solución para las variables de diseño del vector p^* . Por tal motivo, el vector resultante con los parámetros del control PD del OMR se establece en la ecuación (7).

$$p = [k_{p1}, k_{p2}, k_{p3}, k_{d1}, k_{d2}, k_{d3}]^T \quad (7)$$

4.2 Función objetivo

Con el propósito de garantizar una precisión en el seguimiento de la trayectoria y un consumo de energía relativamente bajo, se propone como función objetivo optimizar error de posición, error de orientación (e) y el par de entrada (u) para cada rueda del OMR en el espacio de coordenadas cartesianas, dado por la ecuación (8). Así mismo se incluye el criterio de sumas ponderadas (μ) para resolver el POD. Por último, para igualar las unidades de los términos (e_1, e_2, e_3), se realiza la conversión del error angular a un error lineal en e_3 obteniendo L^2 , donde L es la distancia del centro del robot móvil a la llanta.

$$\bar{J} = \mu_1 \bar{J}_1 + \mu_2 \bar{J}_2 \quad (8)$$

donde:

$$\bar{J}_1 = \left(\int_0^{tf} e_1^2 + \int_0^{tf} e_2^2 + L^2 \int_0^{tf} e_3^2 \right) dt$$

$$\bar{J}_2 = \left(\int_0^{tf} u_1^2 + \int_0^{tf} u_2^2 + \int_0^{tf} u_3^2 \right) dt$$

4.3 Restricciones de diseño

Para un POD, es necesario contemplar el modelo dinámico en el espacio de estados como una restricción activa en el problema de optimización dada por $\dot{x} = f(x) + g(x)u$.

Por otro lado, la función de epicicloide se establece como la trayectoria a seguir altamente no lineal incluido en el problema de optimización como una restricción de igualdad dado por la ecuación (9).

$$\begin{aligned} \bar{x}_d &= 0,8181 \cos(2\pi ft) + 0,1818 \cos(9\pi ft) \\ \bar{y}_d &= 0,8181 \sin(2\pi ft) - 0,1818 \sin(9\pi ft) \\ \bar{\phi}_d &= 0,4363 \sin(3,33\pi ft) \end{aligned} \quad (9)$$

5. TÉCNICA DE OPTIMIZACIÓN

En este trabajo se utiliza un algoritmo basado en el cálculo de la aproximación de la inversa de la matriz Hessiana (Método de Quasi-Newton) para resolver el problema de optimización dinámica no lineal. El pseudo-código del método de Quasi-Newton se expone en el algoritmo 1.

Algoritmo 1 Método de Quasi-Newton

```

1: Begin
2: Paso 1: Elegir un punto inicial  $p^{(0)} \in R^n$ , el criterio de paro  $\varepsilon_1$ , el paso  $\lambda^k \in [0, 1] \in R$  y la matriz Hessiana  $D^0 = I \in R^{n \times n}$ .
3: Asignar  $k = 0$ 
4: Paso 2: Evaluar  $\nabla \bar{J}(p^k)$ 
5: Paso 3:  $S^k = D^k \nabla \bar{J}(p^k)$ 
6: Paso 4:  $p^{k+1} = p^k - \lambda^k S^k$ 
7: Paso 5:  $D^{k+1} = D^k + \frac{dx dx^T}{dx^T dg} - \frac{dg D^k dg^T D^k}{dg^T D^k dg}$ 
8: donde:  $dx = p^{k+1} - p^k$  y  $dg = \nabla \bar{J}(p^{k+1}) - \nabla \bar{J}(p^k)$ 
9: Paso 6:
10: if  $k \leq \varepsilon_1$  then Para el algoritmo.
11: else
12:  $k = k + 1$  ir al Paso 2.
13: end if
14: End
    
```

5.1 Implementación del algoritmo

Paso 1: Se escoge un punto inicial aleatorio $p^{(0)} \in R^n$, para el criterio de paro se utiliza un número máximo de iteraciones ε_1 , el paso $\lambda^k \in [0, 1] \in R$ es seleccionado a través de la solución de un problema de optimización en cada iteración. La inversa de matriz Hessiana donde $D^0 = I \in R^{n \times n}$ y se inicializa el algoritmo $k = 0$.

Paso 2: Se evalúa $\nabla \bar{J}(p^k)$ donde implícitamente se requiere calcular las ecuaciones de sensibilidad del sistema, para este caso de estudio se obtienen mediante el siguiente procedimiento:

I) Cálculo de la ecuación de sensibilidad del vector de estado con respecto al vector de las variables de diseño.

El siguiente procedimiento es sólo para el vector de sensibilidad de una determinada variable de diseño p_i . Este procedimiento se utiliza de igual forma para encontrar el vector de sensibilidad del resto del vector de las variables de diseño. La ecuación de la sensibilidad se calcula mediante la derivación de ambos lados de la ecuación (1) con respecto a la i -ésima variable del vector de variables de diseño p_i como se observa en la ecuación (10).

$$\frac{\partial}{\partial p_i} \dot{x} = \frac{\partial}{\partial p_i} (f(x) + g(x)u) \quad (10)$$

Al expandir y derivar los terminos de la ecuación (10) resulta la ecuación (11).

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial x}{\partial p_i} \right) &= \frac{\partial f(x)}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial p_i} + \\ &\frac{\partial g(x)}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial p_i} u + g(x) \left(\frac{\partial u}{\partial p_i} \right) \end{aligned} \quad (11)$$

En el cual $\tilde{x}^i = [\tilde{x}_1^i, \dots, \tilde{x}_6^i]^T = \left[\frac{\partial x_1}{\partial p_i}, \dots, \frac{\partial x_6}{\partial p_i} \right]^T \in R^6$, la ecuación de sensibilidad para p_i (11) resulta en la ecuación (12), donde: $\frac{\partial f}{\partial x} \in R^{6 \times 6}$, $\frac{\partial u}{\partial k_i} \in R^{3 \times 1}$, $\frac{\partial u}{\partial x} \in R^{3 \times 6}$, $\frac{\partial g(x)}{\partial x_i} \in R^{6 \times 3} \quad \forall i = 1, \dots, 6$ y $\nabla G = \left[\frac{\partial g(x)}{\partial x_1}, \frac{\partial g(x)}{\partial x_2}, \dots, \frac{\partial g(x)}{\partial x_6} \right]^T$.

$$\dot{\tilde{x}}^i = \left(\frac{\partial f}{\partial x} + g(x) \frac{\partial u}{\partial x} \right) \tilde{x}^i + \nabla G \tilde{x}^i u + g(x) \frac{\partial u}{\partial p_i} \in R^{6 \times 1} \quad (12)$$

II) *Calculo del vector gradiente de la función objetivo con respecto al vector de las variables de diseño.* Una vez que la ecuación de sensibilidad se calcula, el vector gradiente de la función objetivo se obtiene como se puede ver en la ecuación (13), donde se pueden simplificar términos con $\frac{\partial \bar{J}}{\partial e_i} = 2e_i$, $\frac{\partial e_i}{\partial x_i} = -1 \forall i = 1, 2, 3$, $\frac{\partial e_i}{\partial x_j} = 0 \forall i \neq j$.

$$\nabla_{p_i} \bar{J} = \frac{\partial \bar{J}}{\partial e} \frac{\partial e}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial p_i} \forall i = 1, \dots, 6 \quad (13)$$

Paso 3: Se obtiene la dirección de búsqueda con ayuda de la matriz hessiana y el gradiente de la función $S^k = D^k \nabla f(x^k)$.

Paso 4: El vector de las variables de diseño en el algoritmo de Quasi-Newton se actualiza mediante la aplicación de la ecuación (14).

$$p^{k+1} = p^k - \lambda \int_0^{t_f} \nabla_p \bar{J} dt \quad (14)$$

Paso 5: Se actualiza la inversa de matriz Hessiana, por medio de una estimación utilizando el método de Davidon-Fletcher-Powell. De este modo la fórmula presentada por el método preserva las propiedades de una matriz positivamente definida y simétrica.

$$D^{k+1} = D^k + \frac{dx dx^T}{dx^T dx} - \frac{dg D^k dg^T D^k}{dg^T D^k dg} \quad (15)$$

donde:

$$dx = p^{k+1} - p^k$$

$$dg = \nabla f(p^{k+1}) - \nabla f(p^k)$$

Paso 6: Si $k \leq \varepsilon_1$ entonces el algoritmo se detiene por ser la condición de paro el número de iteraciones, pero si no es así, se procede que $k = k + 1$ y se regresa al **Paso 2**.

6. RESULTADOS EN SIMULACIÓN

Para llevar a cabo las pruebas en simulación se utilizaron los parámetros cinemáticos y dinámicos del prototipo real del robot móvil omnidireccional que se encuentra en el laboratorio de Mecatrónica del "CIDETEC-IPN" en la Ciudad de México, donde los parámetros de dicho robot se observan en la Tabla 1. Estos parámetros son necesarios para la simulación en MATLAB del modelo dinámico del robot móvil. Se utiliza el método de integración de Euler con la condición inicial $x^0 = \mathbf{0} \in R^6$, el tiempo de integración $\Delta t = 0,005s$ y el tiempo final de sesenta segundos.

Tabla 1. Parámetros del robot móvil omnidireccional (Peñaloza-Mejía et al. (2015)).

Parámetro	Descripción	Valor	Unidades
r	Radio de la llanta	0.0625	m
L	Dist del centro a la llanta	0.287	m
m	Masa del robot móvil	11.83	kg
J	Inercia de la llanta	$5.82E^{-4}$	$\frac{kg}{m^2}$
Iz	Inercia del robot móvil	0.0127	$\frac{kg}{m^2}$

Con el propósito de visualizar el desempeño del robot móvil omnidireccional para el seguimiento de una trayectoria altamente no lineal, se implementa para su solución el algoritmo presentado en la Sección 5. Para el algoritmo es necesario definir los parámetros siguientes: la condición inicial denotada por el vector $p^1 \in R^6$ es seleccionado aleatoriamente en el intervalo de $p \in [0, 100]$, la condición de paro $e_1 = 150$ iteraciones. En este trabajo de realizaron tres casos de estudio expuestos como Caso **A**, Caso **B** y Caso **C**, donde se obtuvieron a través de realizar varias pruebas con el fin de conocer el comportamiento que se obtiene al utilizar el criterio de sumas ponderadas. Se utilizaron las siguientes propuestas para los valores de las ponderaciones en la función objetivo (8): Caso **A** donde $\mu_1 = 0,8$ y $\mu_2 = 0,2$, el Caso **B** donde $\mu_1 = 0,5$ y $\mu_2 = 0,5$, y Caso **C** donde $\mu_1 = 0,95$ y $\mu_2 = 0,05$. El efecto de los valores asignados a μ_1 y μ_2 afecta en la convergencia del algoritmo en la búsqueda del mínimo global. Estos valores se realizaron cinco corridas para cada caso de estudio con el objetivo de encontrar la mejor solución.

Los resultados obtenidos se muestran en la Tabla 2. En la primer columna se muestra el caso de estudio y los valores propuestos en las ponderaciones, en la columna dos se muestran las corridas para cada uno de los casos de estudio, en las columnas 3,...,8, se observan los resultados óptimos de las ganancias del controlador dados por el algoritmo de Quasi-Newton, en la columna 9 se observa el valor de la función objetivo (\bar{J}) propuesta para este trabajo, en la columna 10 se muestra el valor del error producido por el OMR (\bar{J}_1), en la columna 11 se muestra el par de entrada en las ruedas (\bar{J}_2) y por último en la columna 12 se muestra el tiempo de ejecución del algoritmo para cada corrida de los casos de estudio.

A través de examinar primeramente el Caso **A** se identifica la mejor solución por el algoritmo, visualizando que en la mayoría, las corridas convergen hacia el valor de $\bar{J}^* = 4,388$. Las soluciones óptimas de las ganancias del controlador PD para la corrida uno se resalta de color negro, proponiendo que para el Caso **A** sea la mejor solución, así mismo esta solución necesita menos tiempo de ejecución para encontrar los valores óptimos del sistema. Además, se observa en la corrida uno que \bar{J}_1 disminuye mas que \bar{J}_2 por tener un valor mas grande de ponderación en la función objetivo, minimizando mas el error que el par de entrada.

Es importante mencionar que el tiempo de ejecución se consideró como una segunda prioridad para encontrar la mejor solución en los casos propuestos, de tal forma el tiempo de ejecución hace una estimación visual del intervalo de tiempo que requiere el algoritmo para encontrar los resultados óptimos. Posteriormente para el Caso **B** fue necesario examinar los valores obtenidos de \bar{J}_1 de cada corrida con mas decimales para poder escoger la mejor solución, donde la función objetivo de todas las corridas convergen aproximadamente hacia el valor de $\bar{J}^* = 8,579$. Se logra identificar la mejor solución por el algoritmo, donde es proporcionada por la corrida tres resaltado de color negro, donde se observa que los valores óptimos del vector p^* de todas las corridas son muy similares, concluyendo que para dicha corrida se hizo una buena selección de condiciones iniciales. La ponderación para el error y el par de entrada en este caso de estudio fue del 50 %, donde se

Tabla 2. Ganancias óptimas del controlador PD

$[\mu_1, \mu_2]$	Corrida	kp_1^*	kp_2^*	kp_3^*	kd_1^*	kd_2^*	kd_3^*	\bar{J}	\bar{J}_1	\bar{J}_2	Tiempo [h]
Caso A [0,85, 0,15]	1	4.301	0.0	0.846	10.049	1319.516	2.520	4.388	1.170	3.217	0.23
	2	4,301	596,733	0,846	10,049	1320,917	2,523	4,393	1,170	3,222	1,15
	3	4,301	676,379	0,846	10,049	1321,110	2,523	4,394	1,170	3,223	1,24
	4	4,301	0,0	0,846	10,049	1319,516	2,520	4,388	1,170	3,217	0,34
	5	4,301	0,0	0,846	10,049	1319,516	2,520	4,388	1,170	3,217	0,36
	Promedio	4,301	254,622	0,846	10,049	1320,115	2,521	4,390	1,170	3,219	0,66
Caso B [0,5, 0,5]	1	0,680	0,0	0,611	1,638	1147,937	3,539	8,579	2,083	6,496	0,22
	2	0,681	0,378	0,657	1,638	1319,481	3,697	8,579	2,081	6,498	0,24
	3	0.680	0.0	0.633	1.639	1319.411	3.670	8.579	2.082	6.496	1.03
	4	0,680	0,0	0,633	1,639	1319,414	3,670	8,579	2,082	6,496	0,97
	5	0,680	0,0	0,633	1,639	1319,413	3,670	8,579	2,082	6,496	0,76
	Promedio	0,680	0,075	0,633	1,638	1285,131	3,649	8,579	2,082	6,496	0,64
Caso C [0,95, 0,05]	1	8.053	0.0	1.030	12.330	1319.326	1.712	2.189	0.885	0.885	0.49
	2	8,053	0,0	1,030	12,330	971,681	1,712	2,189	0,885	1,304	0,31
	3	8,053	0,0	1,030	12,330	1319,304	1,712	2,189	0,885	1,304	0,25
	4	8,053	0,0	1,030	12,330	1319,326	1,712	2,189	0,885	1,304	0,51
	5	8,053	465,488	1,028	12,330	1320,558	1,707	2,191	0,885	1,306	0,67
	Promedio	8,053	93,097	1,029	12,330	1250,039	1,711	2,189	0,885	1,220	0,44

observa que \bar{J}_1 y \bar{J}_2 se minimizan con la misma prioridad, dando como resultado un error grande y un par de entrada bajo suponiendo que el sistema no responda con los valores óptimos encontrados.

En el Caso C se estudia una ponderación del 95 % para el error y el 5 % para el par de entrada de las ruedas, esto con el fin de tratar de minimizar lo mas posible el error sin afectar el par de entrada, esto se propuso con la realización de varias pruebas, observando que la ponderación del par de entrada si es un valor mayor del 20 % se visualiza su respuesta por debajo de $2 N \cdot m$ haciendo que el sistema no realice la tarea de seguimiento de trayectoria. Por otra parte, para la mayoría de las corridas se observa que convergen hacia el valor de $J^* = 2,189$, haciendo difícil visualizar la mejor solución, esto conlleva a examinar los valores obtenidos de \bar{J}_1 de cada corrida con mas decimales para poder escoger la mejor solución, observando que para este caso la corrida uno es la mejor solución, donde se resalta de color negro.

Haciendo una comparación y visualización de los resultados obtenidos de las mejores corridas para cada caso de estudio, se observa que la mejor solución encontrada es el Caso C, donde se observa que los valores óptimos encontrados de las ganancias del controlador p^* de la corrida uno, busca rápidamente alcanzar la trayectoria en el menor tiempo posible tal como se observa en la Fig. 2a, Fig. 2b y Fig. 2c. El error producido entre la posición y orientación durante el seguimiento de trayectoria se observa en la Fig. 2d, Fig. 2e y Fig. 2f, donde se observa que para el Caso C prevalece un error menor en comparación con las mejores corridas de los casos de estudio, de tal forma que existe una relación importante en la asignación de μ_1 y μ_2 , donde entre mas ponderación tenga el error mejores serán los resultados proporcionados por el algoritmo.

En la Fig. 3a, Fig. 3b y Fig. 3c se muestra el comportamiento que tiene el par de entrada con respecto a cada rueda del OMR para cada Caso de estudio, observando que en el Caso C existe un buen seguimiento de trayectoria y un par de entrada en el rango de $5 N \cdot m$, donde para el prototipo experimental con el que se cuenta es el par de entrada máximo para cada motor del OMR.

7. CONCLUSIONES Y TRABAJO A FUTURO

En este trabajo se ha presentado una solución para la búsqueda de las ganancias óptimas del sistema de control del OMR al problema propuesto de optimización dinámica fuera de línea. Se pudo comprobar que implementando el método de sumas ponderadas dentro de una función objetivo se requiere realizar pruebas para conocer los resultados óptimos, esto conlleva que debe existir siempre una relación de que parámetro debe minimizar con mas prioridad, siendo que para problemas menos triviales no exista alguna relación, sin embargo, se obtuvo buenos resultados con las ponderaciones propuestas.

Esto conlleva como trabajo a futuro aplicar algoritmos metaheurísticos, tal como el de Evolución Diferencial para la búsqueda de las ganancias del controlador. Así mismo es proponer el problema de optimización dinámica como un problema multiobjetivo dejando así que el algoritmo encuentre los compromisos adecuados entre el error y el consumo de energía para efectos de realizar resultados experimentales.

REFERENCIAS

- Bermudez, G. (2002). Robots móviles. teoría, aplicaciones y experiencias. *Revista Tecnura*, 5(10), 6–17.
- Chang, W.D. and Shih, S.P. (2010). Pid controller design of nonlinear systems using an improved particle swarm optimization approach. *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, 15(11), 3632–3639.
- Luo, Y. and Che, X. (2010). Tuning pid control parameters on hydraulic servo control system based on differential evolution algorithm. In *Advanced Computer Control (ICACC), 2010 2nd International Conference on*, volume 3, 348–351. IEEE.
- Martha, A.H., Bautista Miguel, A., and Joaquín, I. (2003). Diseño y control de robots móviles. *Asociación Mexicana de Mecatrónica A.C.*
- Peñaloza-Mejía, O., Márquez-Martínez, L.A., Alvarez, J., Villarreal-Cervantes, M.G., and García-Hernández, R. (2015). Motion control design for an omnidirectional mobile robot subject to velocity constraints. *Mathematical Problems in Engineering*, 2015, 1.

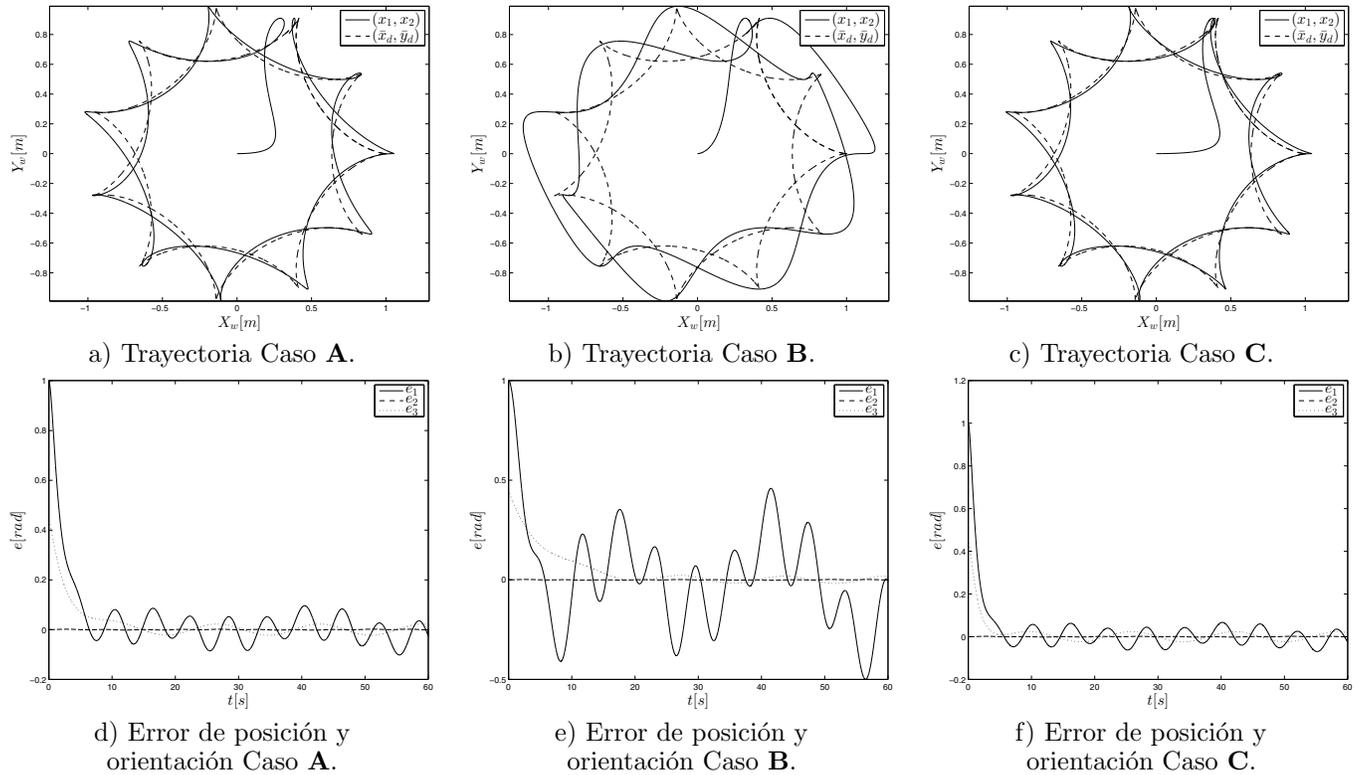


Figura 2. Resultado de la simulación con las ganancias óptimas en posición, orientación y el error.

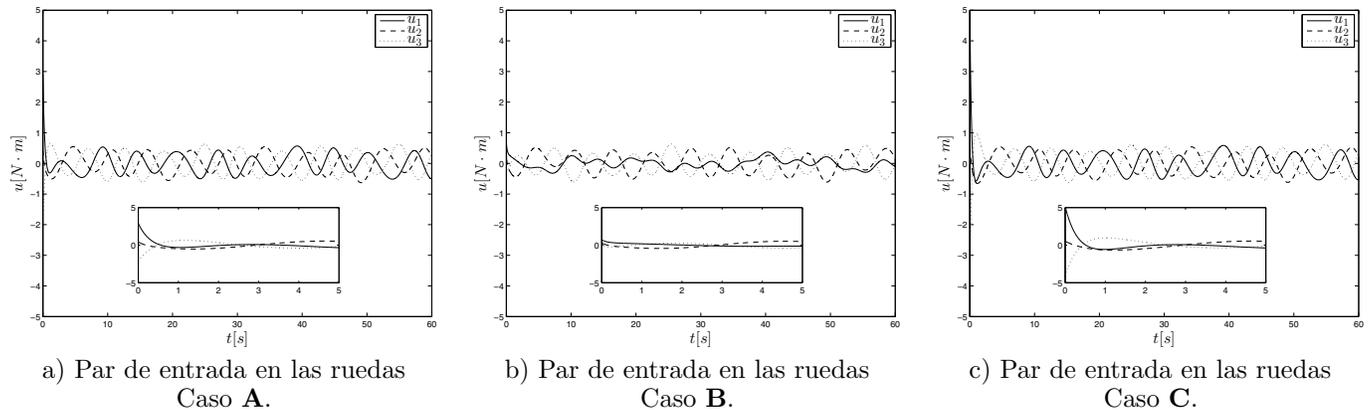


Figura 3. Resultado de la simulación con las ganancias óptimas en el par de entrada.

Ramon Villanova, V.A. (2011). Control pid robusto: Una visión panorámica. *Revista Iberoamericana de Automática e Informática Industrial*, 8(3), 141–158.

Reynoso-Meza, G., Sanchis, J., Blasco, X., and Martínez, M. (2013). Algoritmos evolutivos y su empleo en el ajuste de controladores del tipo pid: Estado actual y perspectivas. *Revista Iberoamericana de Automática e Informática Industrial*, 10(3), 251–268.

Shen, J.C. (2002). New tuning method for pid controller. *ISA transactions*, 41(4), 473–484.

Silva Ortigoza, R., García Sánchez, R., Barrientos Sotelo, R., Molina Vilchis, M.A., Hernández Guzmán, V.M., and Silva Ortigoza, G. (2010). Una panorámica de los robots móviles. *Télématique*, 6(3), 1–14.

Villarreal-Cervantes, M.G. (2014). Control pid robusto de un robot manipulador con base en un problema de optimización dinámica. *CLCA, Memorias del XVI*

Congreso Latinoamericano de Control automatico. Villarreal-Cervantes, M.G., Guerrero-Castellanos, J.F., Ramírez-Martínez, S., and Sánchez-Santana, J.P. (2015). Stabilization of a (3,0) mobile robot by means of an event-triggered control. *ISA Transactions*, 58(1), 605–613.