Identificación paramétrica en tiempo real de edificios mediante propagación de ondas

Jesús Morales-Valdez * Luis Alvarez-Icaza * Antonio Concha **

 * Instituto de Ingeniería, Universidad Nacional Autónoma de México 04510 Coyoacán DF, México
 (e-mail: jmoralesv@iingen.unam.mx, alvar@pumas.iingen.unam.mx)
 ** Facultad de Ingeniería Mecánica y Eléctrica, Universidad de Colima, C.P. 28400, Coquimatlán, Colima, (aconcha@ucol.mx)

Resumen: Se presenta un novedoso sistema de identificación de parámetros estructurales para edificios, modelados como una barra a cortante, elástica y discretizada, a partir únicamente de mediciones de aceleración. La meta final es identificar los parámetros de velocidad de propagación de la onda de cortante y el factor de amortiguamiento de la misma, haciendo uso de los retardos generados en la llegada del movimiento sísmico entre un piso y otro. El esquema de identificación planteado, a diferencia de los tradicionales, resuelve el problema de desacoplar los parámetros rigidez-masa y amortiguamiento-masa. El método de identificación empleado es el de mínimos cuadrados normalizado con factor de olvido y un esquema de proyección paramétrica que asegura la convergencia de los parámetros. Además se presenta una nueva parametrización basada en filtros integrales lineales, que eliminan perturbaciones constantes y atenúan el ruido de medición. Los resultados de simulación muestran la versatilidad del método propuesto.

Palabras clave: Monitoreo de salud estructural, propagación de ondas, identificación de parámetros, control de vibraciones.

1. INTRODUCCIÓN

El envejecimiento de mucho edificios durante su vida útil y el consecuente impacto sobre la seguridad y fiabilidad de los mismos, ha atraído la atención de diversos investigadores sobre el estado actual de las edificaciones. La mayoría de los métodos de monitoreo de salud estructural en ingeniería civil están basados en el análisis modal, que estudian cambios en las frecuencias naturales y en las formas modales, características que no son sensibles a daño local, especialmente cuando éste es moderado ó pequeño, (Hwang y Kim, 2004; Rahai et al., 2006; Jeong-Tae et al., 2003; Huang et al., 2012; Makarios, 2012; Michel y Gueguen, 2010). De hecho, pequeños cambios en las frecuencias de vibración, por ejemplo menor al 10%, son frecuentemente difíciles de identificar. Adicionalmente, cambios en las frecuencias de vibración no son siempre un indicador confiable de la presencia de daño, pues aquellas son sensibles a condiciones ambientales, por ejemplo la temperatura, que produce cambios en las frecuencias de vibración aún sin la presencia de daño, (Todorovska y Trifunac, 2008; Chang et al., 2003). Esas limitaciones evitan determinar, localizar y cuantificar la severidad del daño estructural. En otro casos, se han usado técnicas como la transformada wavelet, (Kim y Melhem, 2004; Okafor y Dutta, 2000; Yam et al., 2003), mostrando su habilidad para la identificación de daño, sin embargo ésta conlleva a complicados cálculos que requieren alto esfuerzo computacional y condiciones

específicas para lograr un buen desempeño.

Por otra parte, los métodos de propagación de onda son un enfoque alternativo que permite identificar características locales de los edificios, analizando cambios en las características de propagación de las ondas sísmicas. De manera que para el propósito de monitoreo de salud estructural resulta preferible emplear métodos basados en este nuevo enfoque, pues son más sensibles a información local. Esta idea es seguida en (Todorovska y Rahmani, 2012; Rahmani et al., 2014), donde un algoritmo identifica cambios en las velocidades de propagación del movimiento sísmico a través de un modelo de barra a cortante elástica dividida en capas. De manera similar en (Rahmani y Todorovska, 2014), se presenta un esquema de identificación para un modelo de barra a cortante en capas, al cual también se le estudian los efectos de torsión. Para ello se usan técnicas como la interferometría e inversión de onda, para analizar registros sísmicos y a partir de ellos, se calculan las velocidades de propagación de la onda de cortante. Una limitación de este tipo de métodos es que están desarrollados en el dominio de la frecuencia y por lo tanto no pueden operar en tiempo real, pues los registros sísmicos deben estar disponibles antes de aplicar la metodología, evitando hacer una evaluación oportuna. Además, los múltiples efectos de reflexión y transmisión complican identificar de manera precisa las velocidades de propagación y otros parámetros estructurales, y más aún cuando se analizan señales complejas, pues la mayoría de los métodos empleados son a lazo abierto.

En este artículo se extienden los trabajos de (Todorovska y Rahmani, 2012; Rahmani et al., 2014) que postulan un modelo de propagación de ondas en el dominio de la frecuencia. Se propone ahora mantener el enfoque de propagación de ondas, pero se transforma la forma de procesar la información para pasar de un proceso fuera de línea a uno de identificación de parámetros en tiempo real. Este método mantiene las ventajas de poder generar información local para tener mayor certeza de la ubicación del daño. Adicionalmente, el algoritmo de identificación propuesto supera al enfoque de propagación tradicional y a esquemas basados en las frecuencias de vibración y formas modales, tanto en la precisión para identificar los parámetros y en el tiempo requerido para la estimación. Además, se ha superado el problema de múltiples efectos de reflexión y transmisión generados por señales complejas, evitando usar técnicas de procesamiento de señales. Por otra parte, las integrales sobre intervalos de tiempo finitos empleadas, eliminan perturbaciones constantes y atenúan el ruido de medición, lo que resulta útil para la identificación del modelo en tiempo continuo, incrementando la precisión y robustez del algoritmo propuesto.

Este artículo está organizado de la siguiente manera: la sección 2 describe el modelo de edificio y el proceso de discretización usados, evitando usar transformación de coordenadas para resolver el modelo original. La sección 3 describe el algoritmo de identificación, así como el esquema de proyección paramétrica. Los resultados de simulación se presentan en la sección 4, y finalmente, las conclusiones de este trabajo se presentan en la sección 5.

2. MODELO MATEMÁTICO

Considere el edificio de cortante de múltiples pisos mostrado en la Fig. 1, en el cual se asume lo siguiente: i) el movimiento es restringido únicamente en un eje y por lo tanto los efectos de torsión son omitidos, ii) la masa de cada piso está concentrada en sus centros de masa, iii) se cumple la hipótesis de diafragma de piso rígido, iv) la estructura es soportada por un suelo firme. Adicionalmente, cuando el edificio es sometido bajo una acción sísmica \ddot{u}_g , diversos desplazamientos u_j , $j = 1, 2, \ldots, n$ se producen en las masas m_i de cada piso para cualquier instante de tiempo t, lo que a su vez produce fuerzas de resistencia elástica, ejercidas por la rigidez lateral k_i y el coeficiente de amortiguamientos c_i , respectivamente. Generalmente la dinámica de este sistema es modelada por una ecuación diferencial de segundo orden, (Chopra, 1995). Sin embargo, ésta no permite estudiar los efectos de propagación de las ondas. En consecuencia, un modelo novedoso basado en el principio de movimiento inducido por ondas sísmicas es propuesto, dando como resultado la ecuación de onda con amortiguamiento de Kelvin, usada para describir el movimiento que sufre el edificio, (Morales-Valdez y Alvarez-Icaza, 2015)

$$\beta_i^2 \frac{\partial^2 u_i}{\partial y^2} + \eta_i^2 \frac{\partial^2 \dot{u}_i}{\partial y^2} = \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} \tag{1}$$

donde, β_i es la velocidad de cortante, mientras η_i es una constante proporcional a la fuerza de amortiguamiento de



Figura 1. Edificio de cortante clásico

la estructura. Las condiciones iniciales y de frontera para este modelo (1) son las siguientes:

$$u(y,0) = 0 \qquad \qquad 0 \le y \le H \tag{2a}$$

$$\dot{u}(y,0) = 0 \qquad \qquad 0 \le y \le H \qquad (2b)$$

$$u(0,t) = u_g \qquad \qquad 0 < t \qquad (2c)$$

$$\mu \dot{u}(H,t) = 0 \qquad \qquad 0 < t \qquad (2d)$$

donde μ es el módulo de cortante. Las Ecs. (2a) y (2b) representan las condiciones iniciales de (1) y consideran que el edificio está inicialmente en reposo. La Ec. (2c), supone que únicamente la base de la estructura es excitada durante una actividad sísmica mediante el movimiento del terreno u_g . Además, el edificio está libre de esfuerzo en el techo de acuerdo con la Ec. (2d). Una ventaja importante del modelo en (1), es que permite tratar el modelo de edificio de cortante como una barra de cortante elástica y por lo tanto los efectos de propagación de onda pueden ser estudiados y usados como indicador de daño comparando los valores actuales con respecto a los obtenidos de las propiedades de los materiales.

2.1 Semidiscretización espacial

Considerando que en la práctica los edificios son caracterizados por diferentes materiales, geometrías, diferente número de columnas en cada piso, etc; entonces el modelo (1) es discretizado en la variable espacial en puntos donde se desea el comportamiento estructural, por ejemplo en cada piso. En consecuencia, se producen las diferentes velocidades de cortante y coeficientes de amortiguamiento de Kelvin. Para lograr esto, una semidiscretización basada en el método de diferencias finitas es propuesta, por medio de una aproximación centrada en cada punto de la malla hasta el n-1 y un *backward* de primer orden en el punto n, dando como resultado una representación matricial si se usa un vector de estados más un vector de condiciones de frontera. Además, se realiza una expansión en la matriz de estados para poner el vector de condiciones de frontera en función de señales de aceleración medibles. De manera que el modelo (1) puede ser aproximado por

$$\ddot{u} = \beta_M^2 \Lambda u + \eta_M^2 \Lambda \dot{u} + b \ddot{u}_g \tag{3}$$

donde β_M^2 y η_M^2 son matrices $\in \mathbb{R}^{p \times p}$, con p = (n+1), y se definen de la siguiente manera

$$\beta_M^2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \beta_1^2 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & \beta_2^2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & \beta_n^2 \end{bmatrix}, \qquad \eta_M^2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \eta_1^2 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & \eta_2^2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & \eta_n^2 \end{bmatrix}$$
(4)

Note que los elementos de las matrices en (4) están relacionados con las propiedades de cada piso. Una ventaja importante de (3) es que no necesita transformación de coordenadas para encontrar la solución del sistema. Además,

$$\Lambda = \frac{1}{\Delta h^2} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0\\ 1 & -2 & 1 & 0 & \cdots & 0\\ 0 & 1 & -2 & 1 & \cdots & 0\\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \vdots\\ 0 & 0 & \cdots & 1 & -2 & 1\\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}, \qquad b = \begin{bmatrix} 1\\ 0\\ 0\\ \vdots\\ 0\\ 0 \end{bmatrix}$$
(5)

$$u = [u_0, u_1, u_2, \dots, u_n]^T, \ \dot{u} = [\dot{u}_0, \dot{u}_1, \dot{u}_2, \dots, \dot{u}_n]^T, \\ \ddot{u} = [\ddot{u}_0, \ddot{u}_1, \ddot{u}_2, \dots, \ddot{u}_n]^T$$
(6)

donde $\Delta h = H/(n+1)$ para pisos uniformemente espaciados. Note que la condición de frontera se localiza en el basamento, H = 0, y que la aceleración en este punto se supone medible y equivalente a la actividad sísmica, es decir, $\ddot{u}_0 = \ddot{u}_g$. Las entradas u_0 y $\dot{u}_0 \in \mathcal{R}^+$ dentro de los vectores u y $\dot{u} \in \mathcal{R}^{p \times 1}$ en (6) describen el desplazamiento y la velocidad del terreno, respectivamente. Mientras los pisos restantes u_i y \dot{u}_i con $i = 1, 2, \ldots, n$ representan las mediciones absolutas respectivas en cada piso. Finalmente, $\ddot{u} \in \mathcal{R}^{p \times 1}$ es el vector de aceleración absoluta. Por otra parte, la Ec. (3) puede ser expresada en espacio de estados como

$$\begin{bmatrix} \dot{u} \\ \dot{v} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0_{p \times p} & I_{p \times p} \\ \beta_M^2 \Lambda & \eta_M^2 \Lambda \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ b \end{bmatrix} \ddot{u}_g \tag{7}$$

cuya salida es dada por

$$z = (\ddot{u} - b\ddot{u}_g) = \left[\beta_M^2 \Lambda \ \eta_M^2 \Lambda\right] \left[u \ v\right]^T \tag{8}$$

donde, $0_{p \times p}$ e $I_{p \times p}$ denotan las matrices nula e identidad de tamaño $(p \times p)$, respectivamente.

3. IDENTIFICACIÓN DE PARÁMETROS

Sea la ecuación de onda con amortiguamiento de Kelvin discretizada (3), la cual puede ser reescrita como

$$z = \beta_M^2 \Lambda u + \eta_M^2 \Lambda \dot{u}, \qquad \text{con} \qquad z = (\ddot{u} - b\ddot{u}_g) \qquad (9)$$

replanteando la Ec. (9) como

$$\beta_M^2 \Lambda u = \psi \beta_V^2 = \psi \Theta_\beta \tag{10}$$

$$\eta_M^2 \Lambda \dot{u} = \dot{\psi} \eta_V^2 = \dot{\psi} \Theta_\eta \tag{11}$$

donde, las matrices diagonales β_M^2 y η_M^2 son cambiadas por vectores β_V^2 y η_V^2 de dimensiones $\mathcal{R}^{p \times 1}$. De manera similar, los vectores u y \dot{u} junto con la matriz Λ están ahora en la forma matricial ψ y $\dot{\psi}$, respectivamente con dimensión $\mathcal{R}^{p \times p}$, lo cual es conveniente para la identificación, resultando

donde, $\Theta_{\beta}, \Theta_{\eta} \in \mathcal{R}^{p \times 1}$. Por lo tanto, Ec. (9) es ahora de la forma

$$z = \psi \Theta_{\beta} + \psi \Theta_{\eta} \tag{16}$$

usando la transformada de Laplace, la Ec. (16) puede ser reescrita en el dominio de la frecuencia como

$$Z(s) = \Psi(s)\Theta_{\beta} + s\Psi(s)\Theta_{\eta} \tag{17}$$

de acuerdo con (Garrido y Concha, 2012), las perturbaciones constantes contenidas en las mediciones de aceleración pueden ser eliminadas derivando tres veces la señal original. De manera que (17) queda de la forma

$$s^{3}Z(s) = s^{3}\Psi(s)\Theta_{\beta} + s^{4}\Psi(s)\Theta_{\eta}$$
(18)

sin embargo, la Ec. (18) también puede ser reescrita como

$$s^{3}Z(s) = s\mathcal{L}[\ddot{\psi}]\Psi(s)\Theta_{\beta} + s^{2}\mathcal{L}[\ddot{\psi}]\Psi(s)\Theta_{\eta}$$
(19)

Note que mientras la Ec. (16) depende de señales no medibles, la Ec. (19) depende únicamente de señales medibles de aceleración. Además, en el dominio del tiempo la Ec. (18) puede ser expresada como

$$z^{(3)} = \psi^{(3)}\Theta_{\beta} + \psi^{(4)}\Theta_{\eta}$$
 (20)

donde el superíndice $(j) = 1, 2, 3, \ldots, n$, representa la *j*-ésima derivada temporal. Por otra parte, asumiendo que las señales de aceleración están contaminadas con ruido de medición, esté último puede ser atenuado usando filtros integrales sobre intervalos de tiempo finito, como se propone en Garnier et al. (2010), y dados por la Ec. (21)¹,

$$I_q\{\varphi(t)\} = \frac{1}{\delta^q} \int_{t-\delta}^t \int_{\tau_1-\delta}^{\tau_1} \cdots \int_{\tau_{q-1}-\delta}^{\tau_{q-1}} \varphi(\tau_q) d\tau_q \cdots d\tau_1 \quad (21)$$

 $^{^{1}\,}$ Se recomienda usar el método de integración trapezoidal

desde un punto de vista de filtrado, el operador (21) funciona como un filtro pasa bandas (22), con función de transferencia

$$|F_{Iq}(s)| = \left(\frac{1 - e^{-\overline{n}T_s s}}{s}\right)^q \tag{22}$$

Aplicando cinco integrales sobre intervalos de tiempo finito a la Ec. (20), se obtienen señales medibles dependientes únicamente de mediciones de aceleración, (Garrido y Concha, 2012). En la Ec. (21), q es el numero de integrales sobre intervalos de tiempo finito de la señal $\varphi(t)$. Por otra parte, el tiempo de integración $\delta \in \mathcal{R}^+$ es definido por el tamaño de la ventana móvil, como

$$\delta = \overline{n}T_s \tag{23}$$

donde T_s es el período de muestreo y $\overline{n} > 0$ es el tiempo de la ventana de integración, el cual debe ser seleccionado apropiadamente para lograr buen filtrado. Una vez seleccionada la frecuencia de corte y aplicar el operador $I_5[\cdot]$ a la Ec. (20), esta puede ser reescrita como

$$\Xi(t) = \Upsilon_{\beta}(t)\Theta_{\beta} + \Upsilon_{\eta}(t)\Theta_{\eta} \tag{24}$$

donde

$$\Xi(t) = \frac{\vartheta}{\delta^3} I_2 \left\{ \sum_{j=0}^3 {\binom{3}{j}} (-1)^j z(t-j\delta) \right\}$$
(25)

$$\Upsilon_{\beta}(t) = \frac{\vartheta}{\delta} I_4 \left\{ \sum_{j=0}^{1} {\binom{1}{j}} (-1)^j \ddot{\psi}(t-j\delta) \right\}$$
(26)

$$\Upsilon_{\eta}(t) = \frac{\vartheta}{\delta^2} I_3 \left\{ \sum_{j=0}^2 {2 \choose j} (-1)^j \ddot{\psi}(t-j\delta) \right\}$$
(27)

donde, $\Xi \in \mathbb{R}^{p \times 1}$, Υ_{β} y $\Upsilon_{\eta} \in \mathbb{R}^{p \times p}$, $\binom{n}{j}$ es el cociente binomial y finalmente $\vartheta \in \mathbb{R}^+$ es un grado de libertad que permite normalizar la amplitud de las señales filtradas. De manera que el modelo (24) puede ser parametrizado como

$$\Xi(t) = \Upsilon(t)\Theta \tag{28}$$

donde, $\Theta = [\Theta_{\beta}^{T}, \Theta_{\eta}^{T}]^{T} \in \mathcal{R}^{2p \times 1}$ es el vector de parámetros reales del sistema y $\Upsilon = [\Upsilon_{\beta}, \Upsilon_{\eta}] \in \mathcal{R}^{p \times 2p}$ es el regresor, formado por señales de aceleración filtradas. Note que para un modelo de barra continua como el propuesto en este artículo, la frecuencia fundamental puede ser calculada usando la siguiente expresión

$$f = \frac{\beta}{4H} \tag{29}$$

donde H es la altura total del edificio.

3.1 Mínimos cuadrados

Sea $\hat{\Theta} = [\hat{\Theta}_{\beta}^{T}, \hat{\Theta}_{\eta}^{T}]^{T}$ el vector de parámetros estimados en (28), tal que la salida estimada está dada por

$$\hat{\Xi} = \Upsilon \hat{\Theta}$$
 (30)

entonces, los parámetros $\hat{\Theta}$ son identificados empleando el algoritmo normalizado de mínimos cuadrados con factor

de olvido, dado por las siguientes ecuaciones, (Ioannou y Sun, 1989)

$$\dot{P} = \alpha P - \frac{P\Upsilon^{T}\Upsilon P}{m^{2}}$$
(31)

$$\dot{\Theta} = P \Upsilon^T \varepsilon \tag{32}$$

donde α es el factor de olvido, P es la matriz de covarianza, la cual cumple que $P = P^T > 0 \in \mathcal{R}^{2p \times 2p}$, $P(0) > 0, 1 > \alpha \ge 0 \in \mathcal{R}^+$, $m^2 = 1 + ||\Upsilon\Upsilon^T||$, satisface que $\Upsilon/m \in \mathcal{L}_{\infty}$, asegurando que el error de estimación normalizado tiende a cero.

6

$$\hat{\Xi} = \Upsilon \hat{\Theta} \tag{33}$$

Proyección paramétrica Definiendo la siguiente proyección paramétrica Ecs. (34) y (35), entonces se garantizan estimados positivos $\forall t > 0$

$$\hat{\Theta}_{\beta i+}(t) = \hat{\Theta}_{\beta i}(t) + (\varsigma_1 - \hat{\Theta}_{\beta i}(t)) \left(\frac{1}{2} - \frac{\chi_1 \hat{\Theta}_{\beta i}(t)}{2\sqrt{(\chi_1 \hat{\Theta}_{\beta i}(t))^2 + e^2}}\right)$$
(34)
$$\hat{\Theta}_{\eta i+}(t) = \hat{\Theta}_{\eta i}(t) + (\varsigma_2 - \hat{\Theta}_{\eta i}(t)) \left(\frac{1}{2} - \frac{\chi_2 \hat{\Theta}_{\eta i}(t)}{2\sqrt{(\chi_2 \hat{\Theta}_{\eta i}(t))^2 + e^2}}\right)$$
(35)

donde $\hat{\Theta}_{\beta i+}(t)$, $\hat{\Theta}_{\eta i+}(t)$ son los estimados proyectados de $\Theta_{\beta i}$, $\Theta_{\eta i}$, $i = 0, 1, 2, \ldots, n$; $\varsigma_1 = \varsigma_2 = 0,0001$, son las cotas inferiores para los parámetros estimados, $\chi_1 = \chi_2 = 500$ son parámetros que permiten aproximar a la función sign; finalmente e = 0,05. Por simplicidad se usará $\hat{\Theta}_{\beta i} = \hat{\Theta}_{\beta i+}$, de la misma manera $\hat{\Theta}_{\eta i} = \hat{\Theta}_{\eta i+}$.

4. RESULTADOS DE SIMULACIÓN

Con el objetivo de evaluar el desempeño del algoritmo de identificación propuesto, a continuación se presentan los resultados de simulación para un edificio de 6 pisos, de altura total de 18 m y con una separación de entre pisos de 3 m cada uno, pues se trata de pisos uniformemente espaciados. Por otra parte, la discretización espacial fue llevada a cabo a lo largo del edificio en puntos relacionados con cada uno de los 6 niveles, donde las mediciones son registradas. El tiempo de muestreo empleado para la simulación es de 0,001 s. Con el objetivo de probar la robustez del algoritmo, se proponen propiedades heterogéneas para cada piso, de manera que las velocidades de cortante y los coeficientes de amortiguamiento a identificar son todos diferentes, es decir, $\beta_M = diag[405, 300, 250, 600, 430, 150] m/s$ y $\eta_M = diag[30, 42, 40, 25, 20, 10] Ns/m$. Para el caso de la excitación sísmica, se usó un registro sísmico recolectado en el edificio instrumentado Jalapa, ubicado en la ciudad de México en el evento ocurrido el 21 de enero de 2003, con epicentro en Colima, cuyo acelerograma se muestra en la Fig. 2. Además, suponiendo que el algoritmo propuesto es robusto a ruido de medición, el acelerograma de la Fig. 2 fué contaminando con ruido Gaussiano de media cero y varianza 1, como se ilustra en la Fig. 3

Aplicando la excitación sísmica únicamente en la base del edificio, el algoritmo de estimación propuesto logra recuperar la respuesta estructural del edificio identificando los parámetros estructurales de referencia. La Fig. 4 muestra la evolución de las velocidades de cortante identificadas,



Figura 2. Excitación sísmica



Figura 3. Excitación sísmica con ruido Gaussiano

mientras los coeficientes de amortiguamiento pueden ser observados en la Fig. 5. En ambos casos es posible observar que la convergencia de los parámetros se logra en un tiempo menor a los 2 s y se mantiene para tiempos posteriores al señalado. La tabla 1, presenta una comparación entre los valores reales y los estimados luego de alcanzar el estado estacionario. Otra manera de mostrar que el algoritmo de identificación propuesto funciona satisfactoriamente es observando la norma del error de estimación $\|\varepsilon\|_2 = \|z - \hat{z}\|_2$, la cual efectivamente disminuye a medida que transcurre el tiempo, con convergencia a cero antes de los 2 s. Una ventaja importante es que a partir de los parámetros identificados se pueden calcular los valores de rigidez de los entrepisos del edificio, empleando el modelo propuesto en (Morales-Valdez y Alvarez-Icaza, 2014). Note que los resultados presentados en este artículo fueron obtenidos empleando condiciones iniciales nulas para los parámetros β_i y η_i , $\alpha = 0.95$ y $P(0) = 10^{12} I_{14 \times 14}$ como valor inicial de la matriz de covarianza; finalmente $\overline{n} = 60^2$.



Figura 4. Evolución de las velocidades de cortante identificadas



Figura 5. Evolución de los coeficientes de amortiguamiento identificados

Piso	β_i	\hat{eta}_i	$\Delta \hat{\beta}_i / \beta_i \%$	η_i	$\hat{\eta}_i$	$\Delta \hat{\eta}_i / \eta_i \%$
1	405	405.02	-0.004	30	30	0
2	300	300.02	0.006	42	42	0
3	250	250.01	0.004	40	40	0
4	600	600.04	0.006	25	25	0
5	430	430.03	0.006	20	10	0
6	150	150.01	0.006	10	10	0
Tabla 1 Comparación entre parámetros reales						

y estimados

5. CONCLUSIÓN

Se ha replanteado el sistema de identificación de parámetros para el modelo de barra de cortante elástica, como un problema de identificación de parámetros en tiempo real. Usualmente, la mayoría de los métodos bajo el enfoque de propagación de ondas están desarrollados en el dominio de la frecuencia, por lo que no son útiles para aplicaciones en tiempo real. Los filtro integrales lineales permiten

 $^{^2}$ Se recomienda usar una frecuencia de corte con el doble de la frecuencia máxima del sístema, para lograr un filtrado correcto



Figura 6. Norma del error paramétrico

desacoplar el problema de identificación del problema de estimación de estados, pues con este nuevo enfoque únicamente se requiere de señales de aceleración medibles, evitando emplear señales de desplazamiento y velocidad. Adicionalmente, las perturbaciones constantes se eliminan mientras el ruido de medición es atenuado. De manera que con este nuevo algoritmo se estaría en la posibilidad de mejorar los métodos tradicionales de monitoreo de salud estructural. Los parámetros identificados pueden ser usados como indicadores de daño al compararlos con otros de referencia, como los obtenidos directamente de las propiedades de los materiales.

AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen el apoyo de CONACYT. El primero también agradece el apoyo de la Coordinación de Estudios de Posgrado de la Universidad Nacional Autónoma de México. Esta investigación fue realizada con apoyo de los proyectos UNAM-PAPIIT IN109414 y IN109316.

REFERENCIAS

- Chang, P.C., Flatau, A., y Liu, S. (2003). Review paper: Health monitoring of civil infrastructure. *Structural Health Monitoring*, 2(3), 257–267.
- Chopra, A. (1995). Dynamics of Structures: Theory and Applications to Earthquake Engineering. Upper Saddle River, NJ, Prentice Hall.
- Garnier, H., Mensier, M., y Richard, A. (2010). Continuous-time model identification from sampled data: Implementation issues and performance evaluation. *Internation Journal of Control*, 76(13), 1337–1357.
- Garrido, R. y Concha, A. (2012). Estimation of the parameters of structures using acceleration measurements. 16th IFAC Symposium on system identification, 1791– 1796.
- Huang, Q., Xu, Y., Li, J., Su, Z., y Liu, H. (2012). Structural damage detection of controlled building structures using frequency response function. *Journal of Sound* and Vibration, 331(15), 3476–3492.
- Hwang, H. y Kim, C. (2004). Damage detection in structures using a few frequency response measurements. *Journal of Sound and Vibration*, 270(1-2), 1–14.

- Ioannou, P. y Sun, J. (1989). Robust Adaptive Control. Upper Saddle River, NJ, Prentice Hall.
- Jeong-Tae, K., Yeon-Sun, R., Hyun-Man, C., y Norris, S. (2003). Damage identification in beam-type structures: Frequency-based method vs mode-shape-based method. *Engineering Structures*, 25, 57–67.
- Kim, H. y Melhem, H. (2004). Damage detection of structures by wavelet analisys. *Engineering Structures*, 26(3), 347–362.
- Makarios, T.K. (2012). Identification on the mode shapes of spatial tall multi-storey buldings due to earthquake: the new modal time-histories method. *The structural design of tall and special building*, 21(9), 621–641.
- Michel, C. y Gueguen, P. (2010). Time-frequency analysis of small frequency variations in civil engineering structures under weak and strong motions using a reassignment method. *Structural Health Monitoring*, 9(2), 159–171.
- Morales-Valdez, J. y Alvarez-Icaza, L. (2014). Building stiffness estimation by wave traveling times. In ASME 2014 Dynamic system and control conference, 1–8. San Antonio, TX, USA.
- Morales-Valdez, J. y Alvarez-Icaza, L. (2015). Identificación paramétrica en línea de edificios con tiempos de viaje de onda. In AMCA 2015, Memorias del Congreso Nacional de Control Automático, 563–568. Cuernavaca, Morelos, México.
- Okafor, A.C. y Dutta, A. (2000). Structural damage detection in beams by wavelet transforms. *Smart Materials* and Structures, 9(6), 906–916.
- Rahai, A., Bakhtiari-Nejad, F., y Esfandiari, A. (2006). Damage assessment of structure using incomplete measure mode shape. *Structural Control and Health Monitoring*, 14, 808–829.
- Rahmani, M., Ebrahimian, M., y Todorovska, M.I. (2014). Time-wave velocity analysis for early earthquake damage detection in building: application to a damaged full-scale RC building. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 44(4), 619–636.
- Rahmani, M. y Todorovska, M.I. (2014). 1D System identification of a 54-story steel frame building by seismic interferometry. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 43(4), 627–640.
- Todorovska, M.I. y Rahmani, M.T. (2012). System identification of building by wave travel time analysis and leyered shear beam models-spatial resolution and accuracy. Structural Control and Health Monitoring, 20(5), 686–702.
- Todorovska, M.I. y Trifunac, M.D. (2008). Earthquake damage detection in the Imperial County Services Building III: Analysis of wave travel time via impulse response functions. Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 28(5), 387–404.
- Yam, L., Yan, Y., y Jiang, J. (2003). Vibration-based damage detection for composite structures using wavelet transform and neural network identification. *Composite Structures*, 60(4), 404–412.