

Análisis de la respuesta al escalón en un ducto para localización de fugas

Flor Rentería *, Cristina Verde *, Lizeth Torres **

* Universidad Nacional Autónoma de México, Instituto de Ingeniería,
Ciudad de México, 04510, México

** Cátedras CONACYT

Resumen: Este artículo presenta un análisis formal, en el dominio del tiempo, de la propagación de la onda de presión a lo largo de un ducto para localizar posibles fugas. Particularmente, este artículo estudia la respuesta al escalón de un ducto cuando una válvula aguas abajo se cierra, esto con el fin de asociar parámetros de la fuga con los efectos de ésta en la onda de presión, tales como el desvío y la disipación de la energía. El análisis comienza con la formulación de la matriz de transferencia de un ducto con fuga. Posteriormente se imponen condiciones iniciales y de frontera para obtener la presión aguas abajo cuando la válvula se cierra. Finalmente, la respuesta al escalón se lleva al dominio del tiempo expresada en términos de sumas de residuos con términos exponenciales negativos. La expresión transitoria resultante es una suma de funciones escalón con argumentos que dependen del tiempo, la longitud del ducto, la velocidad de onda y la posición de la fuga. A partir de la amplitud y de los argumentos de los escalones, la posición y la magnitud de la fuga se pueden determinar.

Palabras clave: fugas en ductos, modelo de dimensión infinita, caracterización de la respuesta transitoria de la onda de presión

1. INTRODUCCIÓN

Las fugas en los ductos son eventos muy comunes que deben identificarse y localizarse a tiempo para evitar pérdidas económicas y daños ambientales. Por ende, los sistemas de distribución de fluidos deben estar en constante vigilancia y diagnosticar fallas con un mínimo de instrumentos.

Estas técnicas se pueden clasificar en y fuera de línea. Cuando se miden flujos y presiones los métodos en línea utilizan modelos de balances de masa (Liou, 1993), y técnicas de diagnóstico de fallas como la estimación de parámetros (Torres et al., 2014), (Torres et al., 2011), (Verde et al., 2016). La ventaja de utilizar estos métodos es que el diagnóstico se lleva a cabo en tiempo real y se tiene información de las fugas de manera muy rápida. La principal desventaja es el alto costo que demanda el mantenimiento de los sensores colocados a lo largo de la tubería para recabar información. Los métodos fuera de línea se aplican de acuerdo a un programa de evaluación y algunos de ellos ofrecen beneficios, tales como las técnicas basadas en pruebas transitorias, las cuales sólo necesitan un instrumento, ya que son deseables desde el punto de vista económico. Además, mediante el uso de técnicas fuera de línea y análisis de la respuesta transitoria del fluido, se puede detectar más de una fuga, independientemente de su ocurrencia (Verde et al., 2014).

Las técnicas llamadas pruebas transitorias se basan en la propagación y reflexión de la onda de presión y es la razón por la que se necesita un sólo sensor. En Colombo et al. (2009) se presenta un panorama general de las técnicas basadas en pruebas transitorias que pueden clasificarse en uso directo del

transitorio, uso inverso del transitorio y análisis frecuencial. Las primeras están diseñadas para dar una interpretación directa de los cambios de la señal del sensor a fin de detectar efectos de las fugas en ellos, (Brunone, 1999), (Brunone y Ferrante, 2001), (Wang et al., 2002). El segundo tipo de métodos formula el problema de reconstruir, identificar o recuperar parámetros desconocidos de un modelo en el dominio del tiempo asociado a la presencia de fugas a partir de un conjunto de mediciones reales (Digernes, 1980), (Benkherouf y Allidina, 1988), (Pudar y Liggett, 1992), (Liggett y Chen, 1994), (Vítkovský et al., 1999), (Kapelán et al., 2004), (Verde et al., 2014). El tercer conjunto formula el problema de diagnóstico con modelos de fallas en el dominio frecuencial (Mpesha et al., 2001), (Brunone y Ferrante, 2004), (Lee et al., 2005a), (Lee et al., 2005b), (Covas et al., 2005).

Una técnica de análisis muy usada para diagnosticar el estado de un medio es la reflectometría, la cual consiste en inyectar una señal al medio (causa) y determinar a partir de la señal reflejada (efecto) información sobre el estado del medio. En el caso de un fluido en un ducto, Brunone (1999) explota el comportamiento de la presión para analizar singularidades como una fuga. Sin embargo, las ondas reflejadas de la señal de presión en ciertos ductos, no es suficientemente sensible para revelar los efectos de las fugas o los sensores disponibles no tiene una respuesta rápida para visualizar la onda reflejada. Por tanto es necesario estudiar el tipo de perturbaciones que deben aplicarse al fluido para diagnosticar fugas en la presión. Las perturbaciones típicas reportadas en la literatura pueden ser el apagado de una bomba o el cierre de una válvula; este último escenario es el que se considera en este trabajo.

* Financiado por: IT100716-DGAPA-UNAM, FI-II proyecto, CONACYT

La reflectometría en un fluido confinado se basa en la propagación y reflexión de la onda de presión cuando se genera una perturbación en el fluido. Cuando la onda de propagación llega al punto de fuga, parte de la energía se desvía para formar una nueva onda reflejada que se disipa con el tiempo debido tanto al flujo de fuga como a la rugosidad de la tubería. Por tanto, como se demuestra en este trabajo, la posición de las fugas puede determinarse a partir de las discontinuidades en la señal de presión debido a las ondas reflejadas, mientras que el flujo de fuga puede deducirse del amortiguamiento adicional de la onda de presión. Esto significa que los parámetros asociados a una fuga que son posición y el gasto perdido, pueden determinarse ejecutando una prueba transitoria adecuada para no dañar el ducto y mediante un sensor de presión debidamente colocado.

La contribución de este trabajo es la caracterización de los parámetros asociados a una fuga usando un modelo lineal de dimensión infinita en el dominio de Laplace. El análisis está inspirado en los trabajos previos de Suo y Wylie (1989), Wang et al. (2002), Kim (2005), Mpesha et al. (2002), Muñoz et al. (2015). En particular, se usa la respuesta temporal analítica de la presión obtenida vía la transformada de Laplace, la cual depende de la longitud de la tubería, la velocidad de la onda y la posición de fuga. En trabajos previos, se han reportado expresiones similares a las que se derivan aquí, sin embargo, éstas son más difíciles de parametrizar en términos de las fugas. En Wang et al. (2002) modelan la presión en términos de una serie de Fourier en la cual es necesario conocer todos los coeficientes para determinar el comportamiento en intervalos de tiempo específicos. La principal ventaja de la representación aquí utilizada, es que permite obtener frentes de onda con pocos términos en la expansión infinita. Además, a partir de los argumentos y la amplitud de las ondas de presión se parametrizan de forma analítica tanto la posición como la magnitud de la fuga.

El análisis presentado se inicia con la obtención de la representación como un cuadripolo, en el dominio de Laplace, de una tubería con una fuga. Posteriormente, se imponen las condiciones de frontera al cuadripolo con el fin de obtener la presión aguas abajo cuando la válvula de salida se cierra. Antes de la conversión de la respuesta de la presión $h(s)$ al tiempo, se expresa en términos de sumas de residuos con exponentes negativos para poder determinar la respuesta durante intervalos específicos de tiempo. El análisis que se presenta es relevante porque permite la caracterización y parametrización de una fuga a partir de una señal de presión. La aportación radica en la posibilidad de extender el análisis para casos más complejos de múltiples fugas.

En resumen, el análisis que se presenta puede ser visto como el primer paso para justificar: por qué múltiples fugas pueden ser localizadas solamente durante los transitorios, además estudiar qué tipos de transitorios se deben generar para localizar múltiples fugas y cómo maximizar la detectabilidad de ellas.

2. MODELO DE DIMENSIÓN INFINITA

Asumiendo que los cambios convectivos en la velocidad son despreciables y que tanto la densidad del fluido y el área son constantes, las ecuaciones de momento y continuidad que

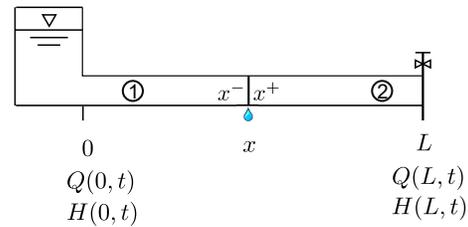


Figura 1. Sistema tanque-ducto-válvula

rigen la dinámica del fluido en una tubería horizontal se pueden expresar como (Chaudhry, 2013)

$$\frac{\partial Q(z,t)}{\partial t} + gA \frac{\partial H(z,t)}{\partial z} + \frac{f}{2DA} Q(z,t)|Q(z,t)| = 0, \quad (1)$$

$$\frac{\partial H(z,t)}{\partial t} + \frac{c^2}{gA} \frac{\partial Q(z,t)}{\partial z} = 0, \quad (2)$$

donde $(z,t) \in (0,L) \times (0,\infty)$ son las coordenadas de espacio [m] y tiempo [s] respectivamente, L es la longitud del ducto, $H(z,t)$ es la columna de presión [m] y $Q(z,t)$ es el flujo [m^3/s]. Dado que este artículo trata el caso de un sistema de tanque-ducto-válvula como se muestra en la Fig. 1, las condiciones de frontera están definidas por: la columna de presión aguas arriba $H(0,t)$ y el flujo aguas abajo, $Q(L,t)$. La Tabla 1 describe los parámetros y variables que caracterizan el comportamiento del fluido en una tubería. Los parámetros que se utilizaron para el análisis se listan en la Tabla 2.

Tabla 1: Nomenclatura

Símbolo	Significado	Unidades
Q_0	Flujo estacionario	[m^3/s]
H_0	Columna de presión estacionario	[m]
q	Flujo w.r.t. (Q_0, H_0)	[m/s]
h	Presión w.r.t. (Q_0, H_0)	[m]
x	Posición de la fuga	[m]
x^-	Posición antes de la fuga	[m]
x^+	Posición después de la fuga	[m]
Q_x	Flujo de fuga	[m^3/s]
H_x	Presión en la posición de fuga	[m]
t_x	tiempo	[s]
c	Velocidad de onda	[m/s]
D	Diámetro sección transversal	[m]
L	Longitud de ducto	[m]
f	Coefficiente de fricción	-
A	Área de sección transversal	[m^2]
g	Aceleración de la gravedad	[m/s^2]
R_x	Término de disipación de la fuga	
$B = \frac{Q_x}{2H_x}$	Parámetro de fuga	[m^2/s]
$F_L = BZ$	Parámetro de fuga	
$Z = \frac{c}{gA} \sqrt{\frac{sDA + fQ_0}{sDA}}$	Impedancia característica	[s/m^2]
$\gamma^2 = \frac{1}{c^2} \left(s^2 + \frac{sfQ_0}{DA} \right)$	Propagación de onda	
$m = \frac{BZ}{2}$	Parámetro de fuga	
κ	Decaimiento estimado	

Para generar un modelo linealizado, se considera a $H_0(z)$ y $Q_0(z)$ como el punto de operación de las ecs. (1) y (2), y el proceso de linealización conduce a las siguientes ecuaciones reportadas en (Chaudhry, 2013):

$$\frac{\partial h(z,t)}{\partial t} + \frac{c^2}{gA} \frac{\partial q(z,t)}{\partial z} = 0, \quad (3)$$

$$\frac{\partial q(z,t)}{\partial t} + gA \frac{\partial h(z,t)}{\partial z} + \frac{f}{2DA} Q_0 q(z,t) = 0,$$

donde $q(z,t)$, $h(z,t)$ son las variaciones de flujo y de presión con respecto al estado estacionario, respectivamente. Transformando ambas ecuaciones al dominio de Laplace se tiene

$$\frac{gA}{c^2} sh(z,s) = -\frac{dq(z,s)}{dz}, \quad (4)$$

$$\left[\frac{1}{gA} s + \frac{fQ_0}{gDa^2} \right] q(z,s) = -\frac{dh(z,s)}{dz},$$

donde $q(z,s)$ y $h(z,s)$ corresponden a la transformada de Laplace de $q(z,t)$ y $h(z,t)$. Al derivar (3) con respecto a la variable z se tiene

$$\frac{gA}{c^2} s \frac{dh(z,s)}{dz} = -\frac{d^2 q(z,s)}{dz^2} \quad (5)$$

$$\left[\frac{1}{gA} s + \frac{fQ_0}{gDa^2} \right] \frac{dq(z,s)}{dz} = -\frac{dh^2(z,s)}{dz^2},$$

combinando (4) y (5) se obtiene

$$\frac{\partial^2 q(z,s)}{\partial z^2} = \gamma(s)q(z,s), \quad \frac{\partial^2 h(z,s)}{\partial z^2} = \gamma(s)h(z,s), \quad (6)$$

donde $\gamma^2(s) = \frac{1}{c^2} \left(s^2 + \frac{sfQ_0}{DA} \right)$ es el parámetro de propagación.

Así la solución de la ec. (6) para cualquier coordenada espacial $z_2 \in [0, L]$ con respecto a una coordenada $z_1 \in [0, L]$, tal que $z_2 > z_1$, se puede escribir como

$$\begin{bmatrix} q(z_2, s) \\ h(z_2, s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cosh \gamma(s)\Delta & -\frac{\sinh \gamma(s)\Delta}{Z} \\ -Z \sinh \gamma(s)\Delta & \cosh \gamma(s)\Delta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q(z_1, s) \\ h(z_1, s) \end{bmatrix}, \quad (7)$$

donde $\Delta = z_2 - z_1$ y $Z = \frac{c}{gA} \sqrt{\frac{sDA + fQ_0}{sDA}}$ es la impedancia característica de la línea de transmisión de fluidos. Para mayores detalles de la obtención de la solución consultar Chaudhry (2013) pag. 268 capítulo 8.

Es fundamental en el análisis del comportamiento del fluido, ya que un ducto en presencia de una fuga puede ser modelado como dos ductos con matriz de transferencia de la forma de (7) y acoplados con la matriz de transferencia del modelo de la fuga.

Tabla 2: Parámetros del ducto

L	200 [m]	A	0.0087 [m ²]
f	0	g	9.81 [m/s ²]
c	1488 [m/s]	D	0.105 [m]
Q_0	8.563×10^{-4} [m ³ /s]	Q_x	5.9941×10^{-4} [m ³ /s]
x	$L/2$ [m]	H_x	20 [m]

3. MODELO EN EL DOMINIO DE LAPLACE CON FUGA

La descripción en el dominio de Laplace de un ducto con una fuga en la posición $z = x$ de acuerdo a (Chaudhry, 2013) está dada por:

$$\begin{bmatrix} q(L, s) \\ h(L, s) \end{bmatrix} = M(s) \begin{bmatrix} q(0, s) \\ h(0, s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M^{11} & M^{12} \\ M^{21} & M^{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q(0, s) \\ h(0, s) \end{bmatrix} \quad (8)$$

donde la matriz

$$M(s) = F_{x-L}(s)P_x(s)F_{0-x}(s), \quad (9)$$

con

$$F_{0-x}(s) = \begin{bmatrix} \cosh \gamma(s)x & -\frac{\sinh \gamma(s)x}{Z} \\ -Z \sinh \gamma(s)x & \cosh \gamma(s)x \end{bmatrix} \quad (10)$$

como el cuadripolo que representa la transferencia de la sección del ducto de longitud x conectada del tanque en el punto 0 a la fuga en el punto x^- (ver Fig. 1). Además

$$F_{x-L} = \begin{bmatrix} \cosh \gamma(s)(L-x) & -\frac{\sinh \gamma(s)(L-x)}{Z} \\ -Z \sinh \gamma(s)(L-x) & \cosh \gamma(s)(L-x) \end{bmatrix} \quad (11)$$

es la matriz que modela la transferencia de la sección del ducto de longitud L conectada de la fuga en el punto x^+ a la válvula en el punto L . Por otro lado,

$$P_x(s) = \begin{bmatrix} 1 & -B \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (12)$$

gobierna el comportamiento de la fuga en x precisamente, antes y después de la discontinuidad espacial con $B = \frac{Q_x}{2H_x}$.

De esta forma el producto de las matrices (10), (11) y (12) permite obtener las funciones de transferencia

$$\begin{aligned} M^{11}(s) &= \cosh \gamma L + ZB \sinh \gamma x \cosh \gamma(L-x), \\ M^{12}(s) &= \frac{-\sinh \gamma L}{Z} - ZB \cosh \gamma x \cosh \gamma(L-x), \\ M^{21}(s) &= -z \sinh \gamma L - Z^2 B \sinh \gamma x \sinh \gamma(L-x), \\ M^{22}(s) &= \cosh \gamma L + ZB \sinh \gamma(L-x) \cosh \gamma x. \end{aligned} \quad (13)$$

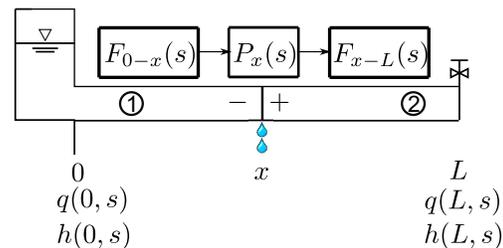


Figura 2. Diagrama de bloques de un ducto con una fuga en x

Dado que la configuración física considerada en este trabajo es un ducto conectado a un tanque con presión constante aguas arriba y una válvula aguas abajo, es necesario transformar el modelo (8) para asignar las entradas adecuadas. Así el siguiente cuadripolo representa a un sistema tanque-ducto-válvula con una fuga cuando la válvula se cierra:

$$\begin{bmatrix} q(0, s) \\ h(L, s) \end{bmatrix} = U(s) \begin{bmatrix} h(0, s) \\ -q(L, s) \end{bmatrix}, \quad (14)$$

donde los elementos de la matriz $U(s)$ están dados por

$$U^{11}(s) = \frac{1}{Z} \frac{\sinh \gamma L + B \cosh \gamma x \cosh \gamma(L-x)}{\cosh \gamma L + ZB \sinh \gamma x \cosh \gamma(L-x)} \quad (15)$$

$$U^{12}(s) = -\frac{1}{\cosh \gamma L + ZB \sinh \gamma x \cosh \gamma(L-x)} \quad (16)$$

$$U^{21}(s) = \frac{1}{\cosh \gamma L + ZB \sinh \gamma x \cosh \gamma(L-x)} \quad (17)$$

$$U^{22}(s) = Z \frac{\sinh \gamma L + ZB \sinh \gamma x \sinh \gamma(L-x)}{\cosh \gamma L + ZB \sinh \gamma x \cosh \gamma(L-x)}, \quad (18)$$

Existen diversas maniobras que permiten generar una onda de presión en el ducto. Estas maniobras corresponden con perturbaciones provocadas en el sistema (14) por $h(0, s)$ o $q(L, s)$. Así, el provocar el cierre de una válvula o el apagado de una bomba pueden generar una onda de presión.

En particular, si se considera el escenario de un nivel constante en el tanque de la Fig. 2, es decir $h(0, s) = 0$, y que la válvula del extremo aguas abajo se cierra bruscamente, lo cual equivale a tener una entrada $q(L, s) = -Q_0/s$, entonces usando la ec. (14) la presión aguas abajo se expresa como:

$$h(L, s) = \frac{Q_0 Z}{s} \frac{\sinh \gamma L + ZB \sinh \gamma x \sinh \gamma(L-x)}{\cosh \gamma L + ZB \sinh \gamma x \cosh \gamma(L-x)} \quad (19)$$

Si se asume un ducto sin fricción $f = 0$, la transformada inversa de $h(L, s)$ se obtiene directamente de tablas y corresponde con un tren de pulsos sostenido de periodo $4L/c$ y amplitud constante. El tren de pulsos graficado con línea discontinua en la Fig. 3, corresponde a este escenario.

Cuando se considera que existen pérdidas en el ducto, o sea la fricción f es diferente de cero, no puede determinarse la transformada inversa de (19) directamente de tablas. Ante esta dificultad, existen dos posibilidades. Una es sustituir las funciones hiperbólicas por la suma de funciones exponenciales correspondientes y expresar (19), en términos de sumas de residuos para posteriormente obtener la transformada inversa de cada término. Otra posibilidad es utilizar el método de las características (MC) (Wylie, 1993) para simular el sistema (1) y (2).

Simulando el ducto con el MC con los parámetros dados en la Tabla 2 sin fuga y provocando el cierre de la válvula con un valor de fricción $f = 0.018$, se obtiene el tren de pulso graficado con línea continua en la Fig. 3. Se observa de la evolución de los pulsos que tienen una atenuación función del tiempo pero que tiene la misma frecuencia que el tren sin fricción, como era de esperarse. Además, se puede decir que la atenuación del tren es pequeña por lo que como primer paso en el análisis, se puede despreciar el efecto de la fricción debida a la rugosidad y determinar solamente los efectos de la fuga en el tren de pulsos. Esta observación permite suponer inicialmente $f = 0$ en la caracterización del comportamiento de la presión que se presenta en la siguiente sección.

4. ANÁLISIS DE LA RESPUESTA AL ESCALÓN CON UNA FUGA

Considerando las relaciones de Euler

$$\sinh(\gamma L) = \frac{1}{2}(e^{L\gamma} - e^{-L\gamma}), \cosh(\gamma L) = \frac{1}{2}(e^{L\gamma} + e^{-L\gamma}), \quad (20)$$

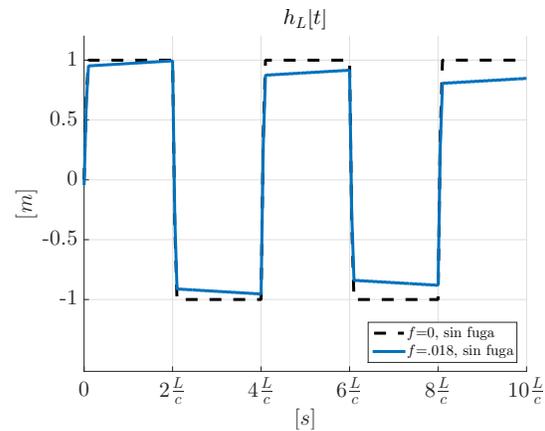


Figura 3. Presión aguas abajo de un ducto - Efectos de la fricción

éstas se pueden sustituir en la expresión (19) obteniendo

$$h(L, s) = \frac{Q_0 Z}{s} \frac{(e^{L\gamma} - e^{-L\gamma}) + BZ \frac{1}{2}(e^{x\gamma} - e^{-x\gamma})(e^{\gamma(L-x)} - e^{-\gamma(L-x)})}{(e^{L\gamma} + e^{-L\gamma}) + BZ \frac{1}{2}(e^{x\gamma} - e^{-x\gamma})(e^{\gamma(L-x)} + e^{-\gamma(L-x)})},$$

o equivalentemente

$$h(L, s) = \frac{Q_0 Z}{s} \frac{e^{\gamma L} - e^{-L\gamma} + \frac{1}{2} BZ (e^{\gamma L} + e^{-L\gamma} - e^{\gamma L - 2\gamma x} - e^{-\gamma L - 2\gamma x})}{e^{\gamma L} + e^{-L\gamma} + \frac{1}{2} BZ (e^{\gamma L} - e^{-L\gamma} - e^{\gamma L - 2\gamma x} + e^{-\gamma L - 2\gamma x})}.$$

Así, al multiplicar el denominador y el numerador de este racional por $\frac{e^{-L\gamma}}{e^{-L\gamma}}$, se obtiene

$$h(L, s) = \frac{Q_0 Z}{s} \frac{1 - e^{-2\gamma L} + \frac{BZ}{2} (1 + e^{-2\gamma L} - e^{-2\gamma x} - e^{-(2\gamma L - 2\gamma x)})}{1 + e^{-2\gamma L} + \frac{BZ}{2} (1 - e^{-2\gamma L} - e^{-2\gamma x} + e^{-(2\gamma L - 2\gamma x)})} \quad (21)$$

Definiendo $\beta = \frac{BZ}{2}$, la expresión de $h(L, s)$ se puede escribir como

$$h(L, s) = \frac{Q_0 Z}{s} g(s), \quad (22)$$

donde la función racional $g(s)$ puede expandirse en términos de sus residuos obteniendo

$$g(s) = 1 - \frac{2e^{-\frac{2s(-L+x)}{c}} \beta}{1 + \beta} + \frac{2e^{-\frac{4s(-L+x)}{c}} \beta^2}{(1 + \beta)^2} - \frac{2e^{-\frac{2Ls}{c}}}{(1 + \beta)^2} + \frac{4e^{-\frac{2s(-2L+x)}{c}} \beta}{(1 + \beta)^3} - \frac{2e^{-\frac{2s(L+x)}{c}} \beta}{(1 + \beta)^3} - \frac{2e^{-\frac{2s(L+x)}{c}} \beta}{(1 + \beta)^3} - \frac{2e^{-\frac{2s(L-2x)}{c}} \beta^2}{(1 + \beta)^4} + \frac{4e^{-\frac{4Ls}{c}} \beta^2}{(1 + \beta)^4} + \frac{2e^{-\frac{4Ls}{c}}}{(1 + \beta)^4} - \frac{4e^{-\frac{2s(2L+x)}{c}} \beta^3}{(1 + \beta)^5} + \frac{4e^{-\frac{2s(L+x)}{c}} \beta}{(1 + \beta)^5} + \frac{4e^{-\frac{4s(L+x)}{c}} \beta^4}{(1 + \beta)^6} + \frac{6e^{-\frac{4s(L+x)}{c}} \beta^2}{(1 + \beta)^6} + \dots \quad (23)$$

En consecuencia, transformando cada término de la sumatoria al dominio del tiempo, la evolución de la presión se reduce a una sumatoria de funciones escalón ponderadas y con corrimientos de tiempo que puede escribirse como

$$\begin{aligned}
 h_L(t) = Q_0 Z \left[\mathcal{U}(t) - \frac{2\beta \mathcal{U}\left(t + \frac{2(-L+x)}{c}\right)}{1+\beta} - \frac{2\mathcal{U}\left(t - \frac{2L}{c}\right)}{(1+\beta)^2} \right. \\
 + \frac{2\beta^2 \mathcal{U}\left(t + \frac{4(-L+x)}{c}\right)}{(1+\beta)^2} - \frac{2\beta \mathcal{U}\left(t - \frac{2(L+x)}{c}\right)}{(1+\beta)^3} \\
 + \frac{4\beta \mathcal{U}\left(t + \frac{2(-2L+x)}{c}\right)}{(1+\beta)^3} + \frac{2(1+2\beta^2)\mathcal{U}\left(-\frac{4L}{c} + t\right)}{(1+\beta)^4} \\
 - \frac{2\beta^2 \mathcal{U}\left(t + \frac{2(L-2x)}{c}\right)}{(1+\beta)^4} + \frac{4\beta \mathcal{U}\left(t - \frac{2(2L+x)}{c}\right)}{(1+\beta)^5} \\
 + \frac{4\beta^3 \mathcal{U}\left(t - \frac{2(2L+x)}{c}\right)}{(1+\beta)^5} + \frac{6\beta^2 \mathcal{U}\left(t - \frac{4(L+x)}{c}\right)}{(1+\beta)^6} \\
 \left. + \frac{4\beta^4 \mathcal{U}\left(t - \frac{4(L+x)}{c}\right)}{(1+\beta)^6} + \dots \right], \quad (24)
 \end{aligned}$$

donde $\mathcal{U}(\cdot)$ denota la función escalón.

En trabajos previos se han propuesto otras funciones para representar el comportamiento de la presión transitoria. Wang et al. (2002) expresa $h_L(t)$ como una serie de Fourier. El principal inconveniente de la representación en Fourier es la gran cantidad de términos que se requieren para representar cada frente de onda cuadrada, así como el fenómeno de Gibbs, el cual ocurre en las aproximaciones de una función periódica continuamente diferenciable a tramos.

Una ventaja de la forma de la ec. (24) es que permite hacer un análisis en términos de funciones escalón en distintos intervalos de tiempo, atenuadas de acuerdo con sus coeficientes. Por lo tanto, si se considera el intervalo de tiempo $[0 - 4L/c]$ que es donde la fuga tiene mayor visibilidad, sólo se necesitan algunos términos de la sumatoria para caracterizarla.

La Fig. 4 presenta la onda de presión provocada por una fuga localizada a la mitad de la tubería, es decir cuando $x = L/2$, en donde se han considerado solamente los primeros cuatro términos de la serie (24). Del comportamiento de la señal se pueden afirmar los siguientes hechos:

Hecho 1 El término $Q_0 Z$ corresponde con la amplitud de la onda de presión generada por el cierre de la válvula.

Hecho 2 La magnitud $-2\beta/(1+\beta)$ de la primera discontinuidad producida por la fuga en la onda de presión no depende de la posición de la fuga, es decir sólo depende de la impedancia Z y el tamaño de la fuga. Por lo tanto se puede obtener información del tamaño de la fuga por medio de la amplitud de la discontinuidad, la cual se indica en la Fig. 4.

Hecho 3 La discontinuidad aparece en la onda de presión en el instante $t_L = -2(-L+x)/c$ y por consiguiente, la posición de la fuga puede despejarse de esta ecuación obteniendo de $x = L - (t_L c)/2$.

Hecho 4 El gasto de fuga asociada con el parámetro β caracteriza el amortiguamiento del tren de pulsos, o equivalentemente los pesos de las funciones en la sumatoria. Adicionalmente se observa que considerando la ec. (24) para $x = \frac{L}{2}$, ésta se reduce a

$$\begin{aligned}
 h_{L/2}(t) = \mathcal{U}(t) + \alpha_1 \mathcal{U}(t-1) + \alpha_2 \mathcal{U}(t-2) + \alpha_3 \mathcal{U}(t-3) + \\
 \alpha_4 \mathcal{U}(t-4) + \alpha_5 \mathcal{U}(t-5) + \\
 \alpha_6 \mathcal{U}(t-6) + \alpha_7 \mathcal{U}(t-7) + \alpha_8 \mathcal{U}(t-8) \quad (25)
 \end{aligned}$$

donde los coeficientes de los funciones escalón están dados por:

$$\begin{aligned}
 \alpha_1 = \left(-\frac{2\beta}{1+\beta}\right), \quad \alpha_2 = -\frac{2(1-\beta)}{1+\beta}, \quad \alpha_3 = \frac{2(1-\beta)\beta}{(1+\beta)^2}, \\
 \alpha_4 = -\frac{2(1-\beta)^2}{(1+\beta)^2}, \quad \alpha_5 = \frac{2(1-\beta)^2\beta}{(1+\beta)^3}, \quad \alpha_6 = \frac{-2+6\beta^2-6\beta^4}{(1+\beta)^6}, \\
 \alpha_7 = \frac{2\beta-6\beta^3-6\beta^5}{(1+\beta)^7}, \quad \alpha_8 = -\frac{2(-1+4\beta^2+9\beta^4+2\beta^6)}{(1+\beta)^8} \quad (26)
 \end{aligned}$$

Así que, se puede estimar la función envolvente $e^{(Rt)}$ que acota el tren de pulsos considerando $h_{L/2}(t)$ en los instantes $t_n = 2nL/c$ para $n \in \mathbb{Z}^+$. Es decir, se puede buscar el valor de la constante R tal que

$$e^{(Rt_n)} = h(t_n) \quad \forall t_n = 2nL/c$$

Si se consideran por simplicidad las dos primeras discontinuidades

$$h_L(0) = 1, \quad h_L(2L/c) = \frac{1-\beta}{1+\beta}, \quad (27)$$

se obtiene la expresión

$$R = \frac{c}{2L} \ln(h_L(2L/c)) = \frac{c}{2L} \ln\left(\frac{1-\beta}{1+\beta}\right)$$

En la práctica dado que la presión tiene ruido es necesario considerar varios puntos de la discontinuidad y minimizar el criterio

$$J(B, z_f) = \sum_{n=1}^N (e^{(-Rt_n)} - h(t_n))^2 \quad (28)$$

La Fig.5 presenta tres gráficas: la onda de presión sin fuga; el tren de pulsos atenuado con nuevas discontinuidades provocadas por la fuga localizada a la mitad del ducto y la función exponencial $e^{Rt} = e^{-2.3497t}$ que minimiza (28).

Esta caracterización puede llevarse a cabo de forma genérica para cualquier posición de fuga. Por tanto en caso de perturbar el flujo en condición de fuga y provocar en la presión un pulso completo, es factible identificar los parámetros asociados a la fuga, es decir posición y flujo de fuga.

5. CONCLUSIONES

En este trabajo, la presión transitoria en el ducto, producida por el cierre de una válvula en condición de fuga, ha sido analizado en el dominio del tiempo. A diferencia de otros métodos similares previamente propuestos, el análisis presentado en este artículo se basa en la respuesta transitoria obtenida analíticamente mediante el modelo de dimensión infinita de la matriz de transferencia de la tubería con una fuga.

Se demostró que la respuesta transitoria es la suma de funciones escalón con argumentos que dependen del tiempo, la longitud de la tubería, la velocidad de la onda y la ubicación de la fuga y, como resultado a partir de los argumentos y el factor de atenuación de los escalones, se puede determinar la posición y magnitud de la fuga. Como trabajo futuro, se tiene la validación experimental de este resultado, la generalización

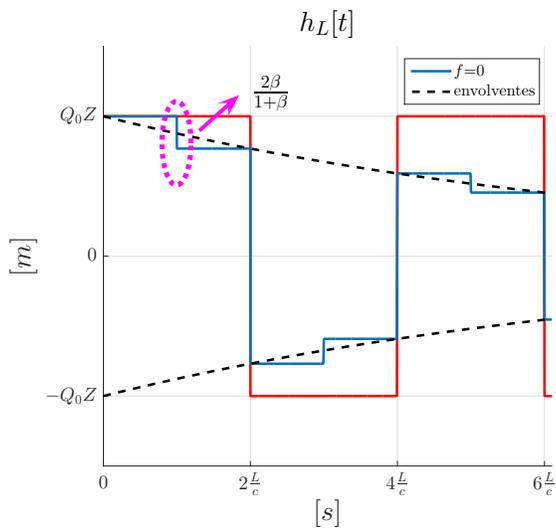


Figura 4. Onda de presión $h(L,t)$ con fuga a la mitad del ducto y en condición nominal

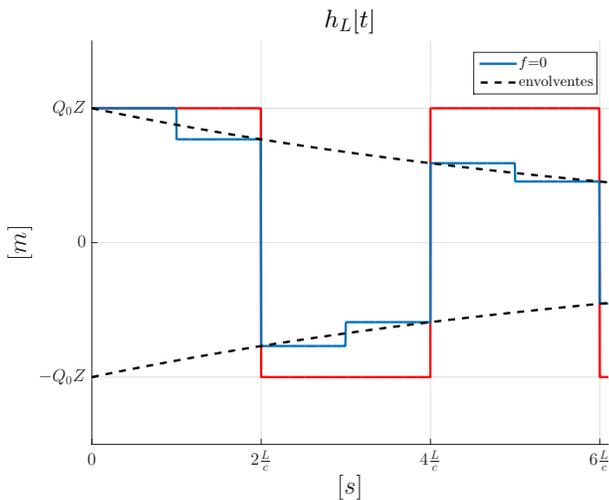


Figura 5. Evolución de la envolvente de la onda de presión $h(L,t)$ en condición de fuga

para múltiples fugas y el análisis de los transitorios generados por otras maniobras en el ducto.

REFERENCIAS

Benkherouf, A. y Allidina, A. (1988). Leak detection and location in gas pipelines. In *IEE Proceedings D (Control Theory and Applications)*, volume 135, 142–148. IET.

Brunone, B. y Ferrante, M. (2004). Pressure waves as a tool for leak detection in closed conduits. *Urban Water Journal*, 1(2), 145–155.

Brunone, B. (1999). Transient test-based technique for leak detection in outfall pipes. *Journal of water resources planning and management*, 125(5), 302–306.

Brunone, B. y Ferrante, M. (2001). Detecting leaks in pressurised pipes by means of transients. *Journal of hydraulic research*, 39(5), 539–547.

Chaudhry, M.H. (2013). *Applied Hydraulic Transients*. Springer Science & Business Media.

Colombo, A.F., Lee, P., y Karney, B.W. (2009). A selective literature review of transient-based leak detection methods. *Journal of Hydro-environment Research*, 2(4), 212–227.

Covas, D., Ramos, H., y De Almeida, A.B. (2005). Standing wave difference method for leak detection in pipeline systems. *Journal of Hydraulic Engineering*, 131(12), 1106–1116.

Digernes, T. (1980). Real-time failure-detection and identification applied to supervision of oil transport in pipelines. *Modeling, identification and control*, 1(1), 39.

Kapelan, Z., Savic, D., y Walters, G. (2004). Incorporation of prior information on parameters in inverse transient analysis for leak detection and roughness calibration. *Urban Water Journal*, 1(2), 129–143.

Kim, S.H. (2005). Extensive development of leak detection algorithm by impulse response method. *Journal of Hydraulic Engineering*, 131(3), 201–208.

Lee, P.J., Vítkovský, J.P., Lambert, M.F., Simpson, A.R., y Liggett, J.A. (2005a). Frequency domain analysis for detecting pipeline leaks. *Journal of Hydraulic Engineering*, 131(7), 596–604.

Lee, P.J., Vítkovský, J.P., Lambert, M.F., Simpson, A.R., y Liggett, J.A. (2005b). Leak location using the pattern of the frequency response diagram in pipelines: a numerical study. *Journal of Sound and Vibration*, 284(3), 1051–1073.

Liggett, J.A. y Chen, L.C. (1994). Inverse transient analysis in pipe networks. *Journal of Hydraulic Engineering*, 120(8), 934–955.

Liou, C.P. (1993). Pipeline leak detection based on mass balance. In *Pipeline Infrastructure II*, 175–188. ASCE.

Mpesha, W., Gassman, S.L., y Chaudhry, M.H. (2001). Leak detection in pipes by frequency response method. *Journal of Hydraulic Engineering*, 127(2), 134–147.

Mpesha, W., Hanif Chaudhry, M., y Gassman, S.L. (2002). Leak detection in pipes by frequency response method using a step excitation. *Journal of hydraulic research*, 40(1), 55–62.

Muñoz, A., Verde, C., Torres, L., y CONACYT, C. (2015). Localización de múltiples fugas usando la onda de presión. In *Congreso Nacional de Control Automático*.

Pudar, R.S. y Liggett, J.A. (1992). Leaks in pipe networks. *Journal of Hydraulic Engineering*, 118(7), 1031–1046.

Suo, L. y Wylie, E. (1989). Impulse response method for frequency-dependent pipeline transients. *Journal of fluids engineering*, 111(4), 478–483.

Torres, L., Besancon, G., Navarro, A., Begovich, O., y Georges, D. (2011). Examples of pipeline monitoring with nonlinear observers and real-data validation. In *8th IEEE International Multi-Conf on Signals Systems and Devices, Sousse, Tunisia*.

Torres, L., Verde, C., Besancon, G., y Gonzalez, O. (2014). High-gain observers for leak location in subterranean pipelines of liquefied petroleum gas. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 24(6), 1127–1141.

Verde, C., Molina, L., y Torres, L. (2014). Parameterized transient model of a pipeline for multiple leaks location. *Journal of Loss Prevention in the Process Industries*, 29, 177–185.

Verde, C., Torres, L., y González, O. (2016). Decentralized scheme for leaks' location in a branched pipeline. *Journal of Loss Prevention in the Process Industries*, 43, 18–28.

- Vítkovský, J.P., Simpson, A.R., y Lambert, M.F. (1999). Leak detection and calibration of water distribution system using transient and genetic algorithms. In *Water Distribution System Conference, Division of Water Resource Planning and Management*.
- Wang, X.J., Lambert, M.F., Simpson, A.R., Liggett, J.A., y Vítkovský, J.P. (2002). Leak detection in pipelines using the damping of fluid transients. *Journal of Hydraulic Engineering*, 128(7), 697–711.
- Wylie, E.B. (1993). *Fluid transients in systems*, volume 1.