

Control Predictivo Basado en Modelo (MPC) para Tráfico Multimodal de Buses Articulados, Vehículos y Peatones en la Ciudad de Medellín

L. G. Cortés C. Portilla J. Espinosa

*Universidad Nacional de Colombia, Medellín, Colombia
(e-mail: {lgcortes, crportil, jjespino} @unal.edu.co).*

Resumen: En este artículo el desempeño de una novedosa estrategia de control; MPC basada en teoría de juegos es aplicada en una red de tráfico multimodal en un caso de estudio real de la ciudad de Medellín - Colombia. Los modos de transporte considerados en el caso de estudio son las interacciones naturales que se presentan entre los buses articulados, vehículos particulares y peatones. El desempeño de los controladores propuestos es comparado junto con la estrategias de control tiempo fijo. Finalmente se evalúa el desempeño de los diferentes esquemas de control por medio de simulación y cuantificación del índice de desempeño tiempo total gastado por los usuarios en la red (TTS).

Keywords: Modelo multimodal, controlador predictivo basado en modelo, modelo vehicular, modelo buses articulados, MPC basado en teoría de juegos.

1. INTRODUCCIÓN

El incremento acelerado en la cantidad de usuarios que circulan a través de las redes de tráfico urbano en las grandes ciudades ha deteriorado el confort y el rendimiento de las velocidades de desplazamiento de los modos de transporte, haciendo que los tiempos de permanencia de los usuarios en las vías aumente considerablemente (Dinopoulou et al., 2006). Lo anterior ha llevado a las autoridades gubernamentales a optar por implementar otro tipo de alternativas de transporte que incrementen la capacidad de movilidad de los usuarios como líneas de metro, tranvías, buses articulados, metro cables, entre otros. Otro tipo de esfuerzos que se han llevado a cabo al respecto, han sido evitar recurrir a soluciones tradicionales como la construcción de nuevas vías o ampliación de las existentes que demandan grandes sumas de dinero (Robertson and Bretherton, 1991) aumentando la eficiencia en el uso de los elementos existentes en la vía; calculando los tiempos en verde y en rojo de los semáforos en las intersecciones por medio del uso de esquemas de control realimentado (Van den Berg et al., 2003).

El sistema integrado de buses articulados en la ciudad de Medellín ha surgido como alternativa a los problemas de movilidad que se presentan en la ciudad, aumentando la oferta de transporte de usuarios al estar interconectado con el sistema de transporte metro, metrocable y sistema público de bicicletas. Este trabajo ha escogido un punto neurálgico de la malla vial de la ciudad de Medellín, en la cual una gran cantidad de pasajeros de los modos de transporte buses articulados, vehículos particulares y peatones usan la intersección para arribar a sus lugares de destino. Con el objetivo de mejorar la eficiencia de la red de tráfico urbano haciendo un mejor uso de los elementos existentes en las vías, se propone la novedosa estrategia MPC basada en teoría de juegos para administrar los tiempos de los semáforos de manera óptima teniendo en cuenta la dinámicas de congestión de la red (Valencia, 2012).

Para implementar las estrategias de control MPC propuestas, se requiere de modelos matemáticos con una complejidad lo

suficientemente elevada que sean capaces de representar el comportamiento de los usuarios en la vía y tener baja carga computacional asociada. Para el modo de transporte vehículos particulares, se usa el modelo S para describir las dinámicas de acumulación en todos los escenarios (Lin, 2011). La dinámica de buses articulados por su parte es descrita por un modelo que es presentado en este trabajo; que deriva el cálculo de las dinámicas de acumulación en los links y en las colas del modelo S de vehículos (Lin et al., 2009). Este modelo que se basa en la teoría de flujos, se ajusta a las particularidades de operación de los buses articulados teniendo en cuenta los tiempos de parada en las estaciones, el flujo y acumulación de pasajeros tanto en los buses como en las estaciones, y las ordenes proporcionadas por el centro de control para mantener al sistema dentro de los límites operacionales (Zhu et al., 2011). Finalmente el modelo de peatones basado en teoría de flujos es presentado en este trabajo, que representa la dinámica de acumulación en las intersecciones y la cantidad de usuarios que cruzan el link a través de los cruces peatonales (Lin and Xi, 2008).

En este artículo se hace una comparación en el rendimiento de la novedosa estrategia de control MPC basada en teoría de juegos junto con las técnicas de control tradicionales usadas en la actualidad: los esquemas de control retro de estados no lineal y tiempo fijo, tomando como caso de estudio una red de tráfico urbano en la ciudad de Medellín - Colombia. Para describir el comportamiento y las interacciones que existen entre los modos de transporte vehículos, buses articulados y peatones, se usan modelos matemáticos que son ampliamente usados en la literatura (Lin et al., 2009), (Lin, 2011). Este trabajo es organizado como sigue. En la sección 2 el modelo de tráfico multimodal usado en redes de tráfico urbano es descrito. Luego, en la sección 3 se hace la formulación de los esquemas de control MPC basado en teoría de juegos y centralizado. Más adelante en la sección 4 se hace una descripción física del caso de estudio seleccionado. En la sección 5 son mostrados los resultados de simulación. En la sección 6 se presentan las conclusiones y trabajo futuro.

2. MODELO DE TRÁFICO MULTIMODAL

2.1 Modelo vehicular

Para representar la dinámica de tráfico vehicular en una red urbana, se va a usar el modelo S (Lin, 2011), versión modificada del modelo propuesto por Van den Berg et. al. (Van den Berg et al., 2003). La ventaja del modelo S frente a los demás modelos es su baja carga computacional, lo que lo hace implementable físicamente en controladores MPC (Portilla et al., 2013). El modelo S descrito define dos estados para cada uno de los links; el número de vehículos en el link $n_{u,d}(k_v)$ y el número de vehículos en cada una de las colas $q_{u,d,o}(k_v)$.

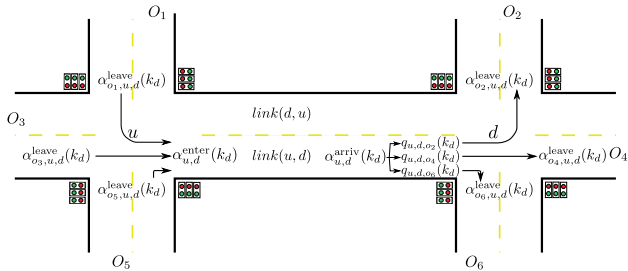


Figura 1. Dos intersecciones interconectadas en una red de tráfico urbano.

De acuerdo con la figura anterior, el par (u,d) representa el sentido de marcha de los vehículos por la vía entre un punto de referencia u hacia otro punto d . Por lo tanto, el modelo matemático que describe el comportamiento de tráfico urbano está determinado por las siguientes ecuaciones:

$$n_{u,d}(k_v + 1) = n_{u,d}(k_v) + (\alpha_{u,d}^{\text{enter}}(k_v) - \alpha_{u,d}^{\text{leave}}(k_v)) \quad (1)$$

$$q_{u,d,o}(k_v + 1) = q_{u,d,o}(k_v) + (\alpha_{u,d,o}^{\text{arriv}}(k_v) - \alpha_{u,d,o}^{\text{leave}}(k_v)) \quad (2)$$

donde $\alpha_{u,d}^{\text{enter}}(k_v)$, $\alpha_{u,d}^{\text{leave}}(k_v)$, $\alpha_{u,d,o}^{\text{arriv}}(k_v)$, $\alpha_{u,d,o}^{\text{leave}}(k_v)$ y k_v representan el flujo de entrada al link proviene de los vehículos de los links adyacentes, el flujo de salida del link que es igual a la suma de todos los vehículos que salen a los link adyacentes, el flujo de vehículos que entran al link y arriban a cada una de las colas luego de un tiempo de retardo $\tau(k_v)$, el flujo de vehículos en cada una de las colas que se dirigen hacia el link de destino y el tiempo de muestreo de este modo de transporte.

2.2 Modelo buses articulados

Para representar las dinámicas de buses articulados en una red de tráfico urbano, se va a usar el modelo a continuación que se propone en este trabajo; que corresponde a una versión modificada y ampliada del modelo S de vehículos propuesto por Shu lin et. al. en (Lin, 2011). Este modelo considera dos tipos de escenario para buses articulados dependiendo si el link tiene o no estación. Al igual que el modelo S, este modelo tiene la ventaja de tener baja carga computacional, convirtiéndose en una buena alternativa a la hora de realizar implementaciones de esquemas de control basados en MPC en la vida real.

Links sin estación El modelo de buses articulados para links sin estación que se propone en este trabajo define dos dinámicas para cada uno de los links; número de buses articulados $n_{u,d}^{Bn}(k_d)$ y número de buses articulados en cada cola del link $q_{u,d,o}^{Bn}(k_d)$. De acuerdo con la figura a continuación, el par (u,d) representa el sentido de marcha de los buses articulados entre un punto de referencia u hacia otro punto d . Por lo tanto, el modelo

matemático que describe el comportamiento de tráfico urbano está determinado por las siguientes ecuaciones:

$$n_{u,d}^{Bn}(k_d + 1) = n_{u,d}^{Bn}(k_d) + (F_{u,d}^{\text{enter}}(k_d) - F_{u,d}^{\text{leave}}(k_d))c_d \quad (3)$$

$$q_{u,d,o_2}^{Bn}(k_d + 1) = q_{u,d,o_2}^{Bn}(k_d) + (F_{u,d}^{\text{arriv}}(k_d) - F_{u,d,o_2}^{\text{leave}}(k_d))c_d \quad (4)$$

donde $F_{u,d}^{\text{enter}}(k_d)$, $F_{u,d}^{\text{leave}}(k_d)$, $F_{u,d}^{\text{arriv}}(k_d)$, $F_{u,d,o_2}^{\text{leave}}(k_d)$, k_d y c_d representan el flujo de entrada de buses articulados al link, el flujo de salida de buses articulados del link, el flujo de buses articulados que arriban a la cola de la cola en el link luego de un tiempo de retardo $\tau(k_d)$, el flujo de buses articulados que salen de la cola que es igual a $F_{u,d}^{\text{leave}}(k_d)$, el tiempo de muestreo de este modo de transporte y el ciclo de tiempo del semáforo.

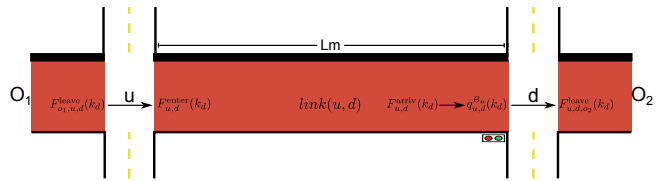


Figura 2. Buses articulados: Dos intersecciones interconectadas en una red de tráfico urbano sin estación en el link.

Links con estación A diferencia de la sección (2.2.1), el comportamiento de las dinámicas de buses articulados en links con estación depende por cuál de las tres zonas se esté circulando. La zona Z_{in} representa el lugar por donde ingresa el bus articulado al link hasta llegar a la estación, Z_s representa la zona donde se presenta la transferencia de pasajeros desde y hacia la estación, finalmente Z_{out} representa la zona donde los buses articulados nuevamente retornan a la ruta preestablecida hasta alcanzar el final del link, ver Figura 3:

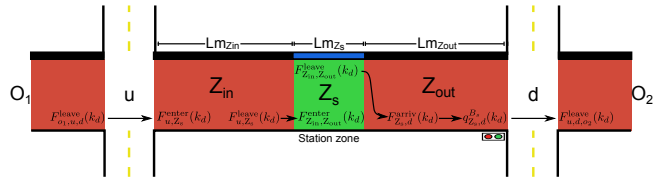


Figura 3. Buses articulados: Dos intersecciones interconectadas en una red de tráfico urbano con estación en el link.

2.2.2.1. Zona Z_{in} En el modelado de la primera zona del link, únicamente se considera como dinámica el número de buses articulados en Z_{in} :

$$n_{u,Z_s}^{B_s}(k_d + 1) = n_{u,Z_s}^{B_s}(k_d) + (F_{u,Z_s}^{\text{enter}}(k_d) - F_{u,Z_s}^{\text{leave}}(k_d))T \quad (5)$$

donde $F_{u,Z_s}^{\text{enter}}(k_d)$ y $F_{u,Z_s}^{\text{leave}}(k_d)$ representan el flujo de entrada de buses articulados a la zona Z_{in} (flujo de buses articulados que entra al link), y el flujo de salida de buses articulados de la zona Z_{in} que entran a la zona Z_s luego de un tiempo de retardo $\tau_{Z_{in}}(k_d)$.

2.2.2.2. Zona Z_s En la segunda zona del link, el bus articulado transfiere pasajeros desde y hacia la estación para luego continuar su curso rumbo a la zona Z_{out} . Se considera como único estado el número de buses articulados presentes en la sección Z_s :

$$n_{Z_{in},Z_{out}}^{B_s}(k_d+1) = n_{Z_{in},Z_{out}}^{B_s}(k_d) + (F_{Z_{in},Z_{out}}^{enter}(k_d) - F_{Z_{in},Z_{out}}^{leave}(k_d))T \quad (6)$$

donde $F_{Z_{in},Z_{out}}^{enter}(k_d)$, $F_{Z_{in},Z_{out}}^{leave}(k_d)$ y T representan el flujo de entrada de buses articulados a la sección Z_s proviene del flujo de salida la sección Z_{in} , el flujo de salida de la zona Z_s hacia la zona Z_s luego de que se lleve a cabo la transferencia de pasajeros y el tiempo de ciclo del semáforo respectivamente.

2.2.2.3. *Zona Z_{out}* Finalmente para la tercera zona del link de la Figura 3 se consideran dos dinámicas; número de buses articulados $n_{Z_s,d}^{B_s}(k_d)$ y número de buses articulados en la cola $q_{Z_s,d,o_2}^{B_s}(k_d)$:

$$n_{Z_s,d}^{B_s}(k_d+1) = n_{Z_s,d}^{B_s}(k_d) + (F_{Z_s,d}^{enter}(k_d) - F_{Z_s,d}^{leave}(k_d))T \quad (7)$$

$$q_{Z_s,d,o_2}^{B_s}(k_d+1) = q_{Z_s,d,o_2}^{B_s}(k_d) + (F_{Z_s,d}^{arriv}(k_d) - F_{Z_s,d,o_2}^{leave}(k_d))T \quad (8)$$

donde $F_{Z_s,d}^{enter}(k_d)$, $F_{Z_s,d}^{leave}(k_d)$, $F_{Z_s,d}^{arriv}(k_d)$ y $F_{Z_s,d,o_2}^{leave}(k_d)$ representan el flujo de entrada a la zona Z_{out} que es igual al flujo de buses articulados que salen de la sección Z_s , el flujo de salida de la zona Z_{out} , el flujo de buses articulados que ingresan al *link* y arriban a la cola con un tiempo de retardo $\tau_{Z_{out}}(k_d)$ y el flujo de salida de los buses articulados de la cola que es igual a $F_{Z_s,d,o_2}^{leave}(k_d)$.

2.3 Modelo peatones

De acuerdo con la Figura 4, O_i representa la zona donde los usuarios se acumulan a la espera de circular a través de la intersección en dirección O_j (con $j \in \{1, 2\}$). Lo anterior ocurre siempre y cuando el semáforo se encuentre en color verde. El modelo matemático de peatones considera únicamente como dinámica la acumulación de usuarios en cada uno de los orígenes O_i :

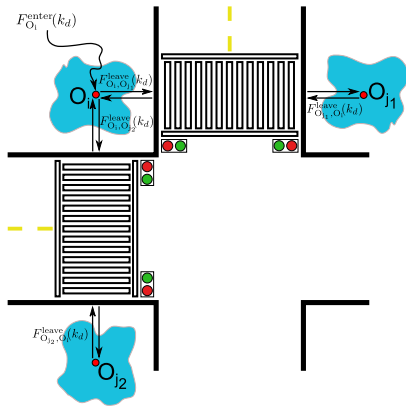


Figura 4. Cruces peatonales en intersección de una red de tráfico urbano.

$$n_{O_i}^P(k_p+1) = n_{O_i}^P(k_p) + (F_{O_i}^{enter}(k_p) - F_{O_i}^{leave}(k_p) + F_{O_j}^{enter}(k_p))c_d \quad (9)$$

donde $F_{O_i}^{enter}(k_p)$ y k_p representan el flujo de peatones que arriban al origen O_i proveniente desde cualquier lugar de la red y el tiempo de muestreo de este modo de transporte respectivamente. El flujo total de salida $F_{O_i}^{leave}(k_p)$, representa el flujo de

usuarios que se acumulan en el origen O_i y circulan en dirección O_j . El flujo de entrada $F_{O_j}^{enter}(k_p)$ representa el porcentaje de flujo de usuarios que arriban a O_i provenientes de O_j .

3. ESTRATEGIAS DE CONTROL PREDICTIVO

3.1 Control predictivo basado en teoría de juegos

El esquema MPC basado en teoría de juegos para la red de tráfico urbano multimodal de la Figura 5 propuesto en esta sección es una estrategia novedosa en redes de tráfico urbano. Esta estrategia se basa en la cooperación entre subsistemas, donde el problema de optimización en cada uno de los controladores MPC locales es usado para calcular las acciones de control óptimas en cada subsistema m (con $m \in \{A, B\}$) que dependen a su vez de la solución óptima del resto de subsistemas $-m$. Se asume que la información que proviene de cada uno de los sensores del subsistema m es recibida por cada controlador MPC local.

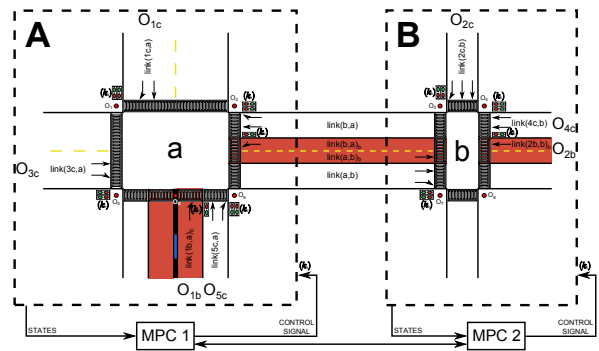


Figura 5. Esquema de control MPC basado en teoría de juegos en caso de estudio.

La dinámica de los links y las interacciones que se presentan en cada subsistema m entre los modos de transporte vehículos, buses articulados y peatones es representada en la sección 2. Desde el punto de vista de los controladores, el sistema es considerado como la interacción entre los subsistemas A y B , donde la información proveniente de las intersecciones adyacentes al subsistema m son entradas para cada controlador local. Las acciones de control son obtenidas en cada tiempo de muestreo k_m luego de que cada controlador MPC resuelva un problema de optimización local. Se asume una medición completa de todos los estados, como también de los flujos de entrada y de salida en todos los links. Se considera que el flujo de salida hacia los links periféricos es de flujo libre. En el caso de estudio de la Figura 5, el vector de estados para cada subsistema m está compuesto por el número de vehículos $\eta_{u,d}(k_m)$, buses articulados $\eta_{u,d}^{B_n}(k_m)$, $\eta_{u,Z_s}^{B_s}(k_m)$, $\eta_{Z_{in},Z_{out}}^{B_s}(k_m)$ y $\eta_{Z_s,d}^{B_s}(k_m)$, y peatones $\eta_{O_i}^P(k_m)$ en cada link, como el número de vehículos $q_{u,d,o}(k_m)$ y buses articulados $q_{u,d,o_2}^{B_n}(k_m)$, $q_{Z_s,d,o_2}^{B_s}(k_m)$ esperando en las colas o y o_2 respectivamente. Finalmente $g_{u,d,o,m}(k_m)$ define los tiempos en verde en los semáforos de cada link en el subsistema m . En el planteamiento del problema de optimización de cada subsistema m se considera la siguiente función a minimizar:

$$J_m(x_m^v(k_m), x_m^b(k_m), x_m^p(k_m), U_m(k_m), U_{-m}(k_m)) = \sum_{k_j=k_m+1}^{k_m+N_p} \sum_{m \in \{A,B\}} M_T(k_j)w_m \quad (10)$$

con:

$$M_T(k_j) = - \left(\left(\sigma_m(k_j) \right) - \left(\delta_{c,m} n_{i_m}(k_j) + \gamma_{c,m} n_{i_m}^{Bil}(k_j) + (1 - \gamma_{c,m} - \delta_{c,m}) n_{i_m}^P(k_j) \right) c_d \right) \quad (11)$$

donde c_d , $U_m(k_m)$, $U_{-m}(k_m)$, k_m , N_p , N_c , $\delta_{c,m}$ y $\gamma_{c,m}$ son el ciclo de tiempo, las acciones de control de los semáforos en todo el horizonte de predicción en cada subsistema m con $U_m(k_m) = [u_m(k_m)^T, \dots, u_m(k_m + N_p - 1)^T]^T$, las acciones de control de los semáforos en todo el horizonte de predicción en los subsistema diferentes a m con $U_{-m}(k_m) = [u_{-m}(k_m)^T, \dots, u_{-m}(k_m + N_p - 1)^T]^T$, el tiempo de muestreo del controlador de cada subsistema m , el horizonte de predicción, el horizonte de control, el peso relativo que se asigna a los vehículos en cada subsistema m en la funcional de costo J_m y el peso relativo que se asigna a los buses articulados en cada subsistema m en la funcional de costo J_m donde $\delta_{c,m} + \gamma_{c,m} \leq 1$. El término w_m es el peso que se le da a la funcional de costo de cada subsistema m , $\sigma_m(k_j)$ es el valor máximo al que puede llegar el número de usuarios presentes en el subsistema m , que se actualiza cada tiempo de muestreo k_m de la siguiente manera:

$$\sigma_m(k_j + 1) = \begin{cases} \sigma_m(k_j) - M_T(k_j), & \text{si } L(k_j) > \sigma_m(k_j) \\ \sigma_m(k_j) - \alpha_n (M_T(k_j)), & \text{si } L(k_j) \leq \sigma_m(k_j) \end{cases} \quad (12)$$

donde $L(k_j) = \sigma_m(k_j) - M_T(k_j)$ y α_n es un parámetro de ajuste que determina la exigencia a la cual está sometida el controlador a la hora de resolver el problema de optimización; pues si la magnitud de α_n aumenta (con $\alpha_n \in [0, 1]$), la magnitud de $\sigma_m(k_j)$ se acerca más al número de usuarios en el subsistema m . El término $n_{i_m}(k_j)$ en la funcional de costo J_m representa el número de vehículos en los links. Finalmente para cada uno de los subsistemas m , el problema de optimización para cada uno de los controladores MPC local de la Figura 5 queda formulado de la siguiente manera:

$$\min_{U_m(k_m)} J_m \left(x_m^v(k_m), x_m^b(k_m), x_m^p(k_m), U_m(k_m), U_{-m}(k_m) \right)$$

s.t.

$$\begin{aligned} x_m^v(k_m + 1) &= f_m^v(x_m^v(k_m), u_m(k_m)), \\ x_m^b(k_m + 1) &= f_m^b(x_m^b(k_m), u_m(k_m)), \\ x_m^p(k_m + 1) &= f_m^p(x_m^p(k_m), u_m(k_m)), \\ 0 &\leq q_{u,d,o}(k_m), \\ 0 &\leq q_{u,d,o_2}^{Bil}(k_m), \\ 0 &\leq n_{i_m}(k_m) \leq C_{u,d}^v, \\ 0 &\leq n_{i_m}^{Bil}(k_m) \leq C_{u,d}^{Bil}, \\ 0 &\leq g_{u,d,o}(k_m) \leq c_d, \\ k_m &= 0, 1, \dots, N_p - 1, \end{aligned} \quad (13)$$

donde la función objetivo J_m está sujeta a las restricciones tanto físicas como operacionales de la vía donde $C_{u,d}^v$, $C_{u,d}^{Bil}$ son las capacidades máximas de vehículos y buses articulados que pueden ser soportadas en los links. En la formulación del problema de optimización se asume que el modelo para cada uno de los subsistemas m , donde $x_m^v(k_m)$, $x_m^b(k_m)$ y $x_m^p(k_m)$ son los vectores que representan a los estados en cada subsistema m para los modos de transporte vehículos, buses articulados, y peatones respectivamente, $u_m(k_m)$ es el vector de entradas que se encarga de suministrar los tiempos en verde y en rojo para los semáforos en cada subsistema m , $f_m^v(\cdot)$, $f_m^b(\cdot)$ y $f_m^p(\cdot)$

son los modelos para vehículos, buses articulados y peatones. En cada tiempo de muestreo k_m , el problema de optimización global va a proveer una secuencia óptima de acciones de control $U_m(k_m)$, donde sólo la primer componente $u_m(k_m)$ es aplicada al sistema. En el caso de estudio de la red de tráfico urbano que se observa en la Figura 5, las acciones de control $u_m(k_m)$ son los tiempos óptimos $g_{u,d,o,m}(k_m)$ para cada una de las fases en las intersecciones. En el siguiente tiempo de muestreo $k_m + 1$ la optimización se realiza de nuevamente (horizonte deslizante).

4. CASO DE ESTUDIO

Tomando como referencia las intersecciones en los puntos a y b de la Figura 6, se identificó los tramos de vía que debieron ser incluidos para los modos de transporte vehículos y buses articulados de la sección de vía en la ciudad de Medellín. En la Figura 5 se muestra la red de tráfico urbano seleccionada como caso de estudio.



Figura 6. Vista Google Maps de la región seleccionada para el caso de estudio en la ciudad de Medellín.

Las vías por donde pueden circular cada uno de los modos de transporte están claramente demarcadas; los vehículos sólo lo pueden hacer por las vías en color blanco, los buses articulados por las vías en color rojo y los peatones por las zebras. Para el caso de vehículos, la red está compuesta por seis orígenes y destinos de flujo libre por donde pueden ingresar y salir vehículos a la red. Los orígenes O_v (con $v \in \{1c, 2c, 3c, 4c, 5c\}$) representan los sitios por donde ingresan tasas de flujo variable de vehículos a la red. Para el caso de buses articulados, la red está compuesta por dos orígenes y destinos de flujo libre por donde pueden ingresar y salir buses articulados a la red. Los orígenes O_b (con $b \in \{1b, 2b\}$) representan los sitios por donde ingresan tasas de flujo variable de buses articulados a la red. A diferencia de la red vial de vehículos, siempre existe un sólo carril a lo largo de la longitud del link con una sola intensidad de giro; giro hacia adelante para atravesar la intersección y arribar al link de destino. Finalmente para el caso de peatones, la red tiene ocho orígenes que representan los lugares donde han arribado personas para cruzar a través de la intersección.

5. RESULTADOS DE SIMULACIÓN

En esta sección van a ser evaluados los esquemas de control MPC basado en teoría de juegos y MPC centralizado junto con las técnicas de control usadas en la actualidad retro de estados no lineal y tiempo fijo. El esquema de control retro de estados no lineal, es una técnica netamente reactiva que calcula los tiempos en verde de los semáforos proporcionalmente al nivel de congestión en los links de la intersección. Para el caso del esquema de control tiempo fijo, el tiempo de cada uno de los semáforos en la red de tráfico urbano no varía a lo largo de todo el tiempo de simulación, donde los tiempos a cada una de las fases de las intersecciones a y b se les asignó un valor

de $c_d/4$ s. Se consideran ruido de medición en los flujos que ingresan a cada uno de los links de ± 20 usuarios/hora. El tiempo de muestreo del sistema es $c_d = 15s$ para los modos de transporte peatones y vehículos, y de $c_d = 5s$ para el modo de transporte buses articulados. El tiempo de muestreo del controlador es de $c_d = 15s$. Para la implementación de los controladores propuestos en este trabajo, se fijaron modos de operación para los tiempos en verde y rojo de los semáforos, basándose en el funcionamiento real de la red de tráfico urbano seleccionada. Cada una de las fases que se muestran en la Figura 7, representan el tiempo en verde que se asigna a los vehículos (flechas en color negro), buses articulados (flechas en color azul) y peatones (flechas en color rojo punteado) que pueden circular a través de la intersección, desde sus links de origen hasta sus links de destino. Por lo tanto, en la Figura 7(a) se muestra cada una de las cuatro fases de la intersección *a*. En la Figura 7(b) finalmente se muestra las cuatro fases de la intersección *b*.

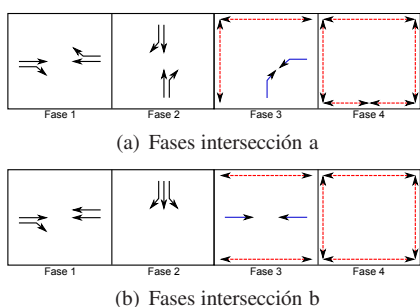


Figura 7. Fases en las dos intersecciones del caso de estudio.

Las figuras a continuación muestran el resultado del desempeño de cada uno de los esquemas de control en el modo de transporte vehículos, peatones y buses articulados.

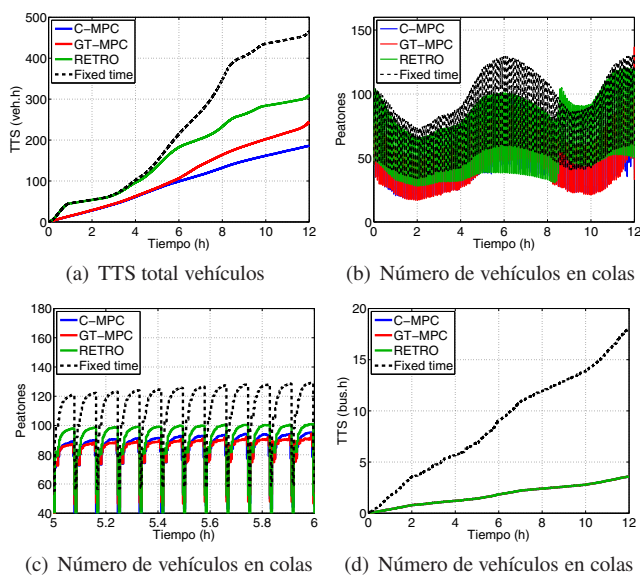


Figura 8. Indicadores de desempeño en modo de transporte vehículos, peatones y buses articulados.

El índice de desempeño TTS representa el tiempo total gastado por cada uno de los usuarios en la red de tráfico urbano resultado de las acciones de control generadas por los esquemas de control (tiempos en verde de los semáforos) durante las 12 horas de simulación Lin (2011). En la Figura 8(a) se observa la magnitud del TTS vehicular (TTS_v) para los cuatro esquemas

de control. La magnitud del TTS_v para el esquema de control fixed-time fue la que presentó mayor valor a lo largo de las 12 horas de simulación, incrementando el valor de vehículos presentes en la red de tráfico a medida que la congestión aumentaba. Para el caso del controlador retro de estados no lineal, el desempeño fue un poco mejor, decreciendo proporcionalmente la magnitud del TTS_v mostrado por el esquema fixed-time sobre todo en los dos picos de mayor congestión. Finalmente para el caso de los esquemas de control basados en MPC, la magnitud del TTS_v a lo largo de las 12 horas de simulación presentaron la menor magnitud comparados con los esquemas de control tradicionales. Las acciones de control generadas por los esquemas de control MPC permitieron mejorar los niveles de congestión vehicular en todo el tiempo de simulación.

Para el caso de peatones, para cuantificar el desempeño de las acciones de control generadas por los esquemas de control en este modo de transporte, la Figura 8(b) midió el número de peatones presentes en todos los orígenes del caso de estudio durante las 12 horas de simulación. Nuevamente el esquema fixed-time es el que presenta el mayor número de peatones seguido por el esquema de control retro de estados no lineal. Los esquemas de control basados en MPC presentan la mayor reducción en el número de peatones presentes en la red de tráfico urbano. En la Figura 8(c) se hace un acercamiento a la Figura 8(b) entre las 5 y 6 horas de simulación para observar con mayor detalle el desempeño de los controladores.

Finalmente para el modo de transporte buses articulados, en la Figura 8(d) se muestra el índice de desempeño TTS de buses articulados (TTS_b) que representa la acumulación tiempo a tiempo de buses articulados en los links para el caso de links sin estaciones y en la zona de salida Z_{out} para el caso de links con estaciones. El esquema fixed-time presenta una disminución en el rendimiento frente a las acciones de control generadas por el resto de esquemas de control, cuyo rendimiento fue similar a lo largo del tiempo de simulación.

Las figuras a continuación muestran los valores de las acciones de control a lo largo de las 12 horas de simulación para las fases de la intersección *b*. Para el caso de los esquemas de control basados en MPC, las acciones de control generadas actúan de manera proporcional a la tendencia de congestión vehicular y a la variabilidad en los perfiles de flujo de entrada de peatones. Para el caso del esquema de control retro de estados no lineal, las acciones de control de cada una de las fases actúan proporcional al grado de congestión, mostrando cambios más suaves que los generados por los esquemas de control MPC.

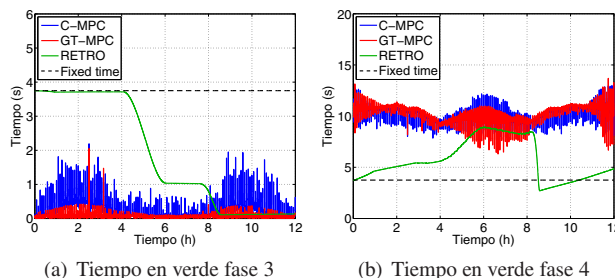


Figura 9. Tiempos en verde de las fases 3 y 4 intersección *b*.

En el esquema de control MPC basado en teoría de juegos, la Figura 10(a) presenta la evolución de la magnitud del punto de desacuerdo en cada uno de los algoritmos de optimización de los MPC locales. El comportamiento de la magnitud de estos valores obedece al nivel de congestión presente en cada

subsistema, cooperando a medida que el punto de desacuerdo decrece y no cooperando a medida que el punto de desacuerdo incrementa su magnitud. Finalmente en la Figura 10(b) se muestra el TTS total que representan el tiempo total gastado por todos los usuarios presentes en toda la red de tráfico urbano. En ella se evidencia que el desempeño de los esquemas de control basados en MPC muestran el mejor rendimiento comparados con los esquemas de control tradicionales. Para cuantificar el rendimiento de los esquemas de control en cada uno de los modos de transporte, en la siguiente tabla se muestra la magnitud del TTS al final del tiempo de simulación para vehículos, peatones y buses articulados junto con el tiempo computacional gastado por los esquemas de control basados en MPC. La mejora en la eficiencia es calculada de acuerdo a la reducción en porcentaje del valor del TTS total de cada esquema de control respecto al esquema de control fixed-time.

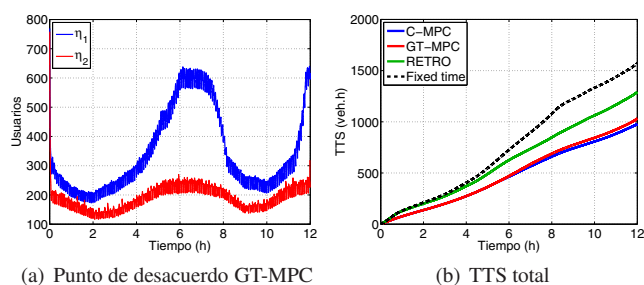


Figura 10. Evolución del punto de desacuerdo en el esquema de control GT-MPC y TTS total.

De acuerdo con los resultados de la tabla 1, el esquema de control centralizado es el que presenta el mejor desempeño a lo largo de las 12 horas de simulación en el índice TTS_T . El desempeño del esquema de control basado en teoría de juegos lo sigue muy de cerca en cada modos de transporte. Finalmente aunque el esquema de control retro de estados tiene una mejora en el desempeño en el TTS_V y el TTS de peatones (TTS_p), se aleja mucho del desempeño de los esquemas de control basados en MPC con una mejora en el TTS total del 15.6% frente al esquema fixed-time.

Tabla 1. Tiempo total gastado por los usuarios TTS

Esquema	TTS_V	TTS_p	TTS_b	TTS_T	Mejora	Tiempo computo
C-MPC	189.7	789.7	3.5	1314.1	31.1	2805.4
GT-MPC	244.7	787.1	3.5	1366.5	28.3	2226.2
RETRO	310.1	980.5	3.1	1607.5	15.6	-
L.A.	465.5	1107.2	18.1	1906.5	0	-

A pesar que el controlador MPC centralizado tiene el mejor desempeño que el resto de esquemas de control, el tiempo de cómputo gastado por el esquema de control MPC basado en teoría de juegos es 579 minutos menos al final del tiempo de simulación. Siendo una buena alternativa a la hora de realizar implementaciones en la vida real.

6. CONCLUSIONES Y TRABAJO FUTURO

En este artículo esquemas de control MPC centralizado y basado en teoría de juegos para un caso de estudio real en la ciudad de Medellín fueron puestos a prueba junto con esquemas de control tradicionales retro de estados no lineal y tiempo fijo o fixed-time. Los resultados de simulación usando como índice de desempeño el tiempo total gastado por los vehículos (TTS) a lo largo de todo el tiempo de simulación muestran al esquema de control centralizado como el de mejor rendimiento

en todos los modos de transporte, seguido por muy de cerca por el esquema de control MPC basado en teoría de juegos. Por su parte los esquemas de control tradicionales muestran una pérdida de desempeño muy grande respecto a los esquemas de control basados en MPC. Esto se debe a que los esquemas de control basados en MPC se anticipan a los niveles de congestión calculando las acciones de control en el instante actual basados en la predicción de la evolución del comportamiento de los usuarios en la red de tráfico. A diferencia, los esquemas de control tradicionales como el retro de estados, calculan las acciones de control basados en los niveles de congestión actuales convirtiéndose en esquemas de control netamente reactivos a diferencia de los esquemas basados en MPC. A pesar que el esquema de control MPC centralizado muestra el mejor desempeño a lo largo de las 12 horas de simulación, el esquema MPC basado en teoría de juegos surge como una alternativa a la hora de realizar implementaciones en la vida real debido a la reducción sustancial en el costo computacional con una pérdida de desempeño no muy significativa.

AGRADECIMIENTOS

Agradecimiento especial a: Proyecto Colciencias 111856934640 contrato 941-2012 - Modelamiento y Control de tráfico urbano en la ciudad de Medellín- Convocatoria 569, y Proyecto Colciencias - Control óptimo basado en teoría de juegos para el tráfico multimodal en la ciudad de Medellín - Convocatoria 566.

REFERENCIAS

Dinopoulou, V., Diakaki, C., and Papageorgiou, M. (2006). Applications of the urban traffic control strategy *tuc*. *European Journal of Operational Research*, 175(3), 1652 – 1665. doi: 10.1016/j.ejor.2005.02.032.

Lin, S. (2011). Efficient model predictive control for large-scale urban traffic networks. *Delft Center for Systems and Control*.

Lin, S., De Schutter, B., Xi, Y., and Hellendoorn, J. (2009). A simplified macroscopic urban traffic network model for model-based predictive control. In *Proceedings of the 12th IFAC Symposium on Transportation Systems*, 286–291. Redondo Beach, California.

Lin, S. and Xi, Y. (2008). An efficient model for urban traffic network control. In *Proceedings of the 17th World Congress of the International Federation of Automatic Control*, 14066–14071. Seoul, Korea.

Portilla, C., Cortes, L., Valencia, F., López, J., Espinosa, J., Núñez, A., and De Schutter, B. (2013). Decentralized model-based predictive control for urban traffic control. In *Proceedings of the 8th Triennial Symposium on Transportation Analysis (TRISTAN VIII)*. San Pedro de Atacama, Chile.

Robertson, D. and Bretherton, R. (1991). Optimizing networks of traffic signals in real time-the SCOOT method. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, (1), 11–15. doi: 10.1109/25.69966.

Valencia, F. (2012). *Game Theory Based Distributed Model Predictive Control: An Approach to Large-Scale Systems Control*. Ph.D. thesis, Universidad Nacional de Colombia.

Van den Berg, M., Hegyi, A., De Schutter, B., and Hellendoorn, J. (2003). A macroscopic traffic flow model for integrated control of freeway and urban traffic networks. In *Decision and Control, 2003. Proceedings. 42nd IEEE Conference on*, volume 3, 2774 – 2779. doi:10.1109/CDC.2003.1273044.

Zhu, T., Ma, F., Ma, T., and Li, C. (2011). The prediction of bus arrival time using global positioning system data and dynamic traffic information. *Wireless and Mobile Networking Conference (WMNC), 2011 4th Joint IFIP*, 1 – 5.