

Controladores dinámicos retardados para sistemas con reciclo, considerando retardos de tiempo.

R. J. Vazquez Guerra * J. F. Marquez Rubio **
B. del-Muro-Cuéllar * G.I. Duchén Sánchez *

* Sección de Estudios de Posgrado e Investigación,
Instituto Politécnico Nacional, ESIME Unidad Culhuacán,
México D.F. (e-mail: rjvug@yahoo.com.mx, bdelmuro@yahoo.com,
gduchen@ipn.mx)

** Departamento de Ingeniería Química, Universidad Autónoma
Metropolitana-Iztapalapa, México D.F. (e-mail:
jfcmr23@yahoo.com.mx)

Abstract: En este trabajo se proponen dos controladores diferentes dinámicos retardados para la estabilización y el control de sistemas con reciclo. Los sistemas con reciclo considerados en este trabajo están compuestos por un sistema de orden n con un polo inestable en la trayectoria directa y un sistema estable de orden m en la trayectoria de reciclo, ambos con diferentes retardos de tiempo. Los controladores propuestos usan una retroalimentación de salida y pueden ser vistos como controladores del tipo PD/PID . En este trabajo se presentan las condiciones de estabilidad para la existencia de estos controladores. Finalmente, se consideran los problemas de rechazo de perturbación y seguimiento de referencia, ambas de tipo escalón.

Keywords: Time delay; Stabilization; Recycling system; Unstable processes.

1. INTRODUCCIÓN

Los sistemas con reciclo y tiempos de retardo en ambas trayectorias son un caso particular de los sistemas con retardo en el estado. Los sistemas con reciclo recuperan la materia o energía, para utilizarla nuevamente como una entrada adicional a la entrada de dicho sistema. Una característica de estos sistemas con reciclo es que la trayectoria de retroalimentación es positiva (Denn and Lavie (1982)). Estos sistemas con reciclo se encuentran comúnmente en la industria química, dado que reducen los residuos de los reactivos y los costos de reacción. Un ejemplo común es el proceso reactor-separador, donde los reactivos son reciclados nuevamente al reactor (Luyben et al. (1998); Wu and Yu (1996)). Los sistemas con reciclo pueden dar lugar a efectos indeseables, por ejemplo, Kapoor et. al. mostraron que el reciclo afecta la constante de tiempo de las columnas de destilación (N. Kapoor and Marlin (1986)). Por otra parte, Luyben mostró que si se cambia la ganancia del reciclo (independientemente de otros parámetros), la respuesta en lazo abierto del sistema puede ser lenta, presentar oscilaciones e incluso inestabilidad (Luyben (1993)). En algunos casos, se genera inestabilidades en la respuesta del sistema en lazo abierto aún tratándose de sistemas estables antes de cerrar el lazo de control.

Algunos sistemas con reciclo presentan el fenómeno de retardo en la trayectoria de reciclo e incluso en la trayectoria directa del sistema. En la práctica, es frecuente que se ignore el retardo en la trayectoria de reciclo, esto solo puede hacerse cuando los retardos son relativa-

mente pequeños cuando se comparan con las dinámicas del sistema. Además el problema se vuelve más complejo cuando a parte del reciclo y el retardo de tiempo se presentan también dinámicas internas inestables. Márquez et al. (2012) aborda este problema proponiendo una metodología de control basada en un observador-predictor, para sistemas con reciclo con un polo inestable en la trayectoria directa. En este trabajo se aborda un caso más general de sistemas con reciclo, los cuales son estabilizados por dos controladores diferentes dinámicos retardados de tipo PD y PID. Como se verá más adelante, la función de transferencia en lazo abierto del sistema con reciclo tiene un término de retardo en el numerador y un segundo término de retardo en el denominador, por lo que el uso de estructuras que tienen una función de transferencia con un solo retardo en el numerador (Smith Predictor) no pueden ser aplicados directamente. En consecuencia, el planteamiento de los controladores propuestos esta basado en las condiciones de estabilidad de controladores PD y PID, para sistemas con retardo de tiempo (Lee and Xiang (2010)). En este trabajo, estas condiciones se extienden a sistemas con reciclo. La clave detrás de la propuesta para lograr lo anterior es considerar un retardo en la estructura de los controladores propuestos. En este trabajo se dan las condiciones necesarias y suficientes para la estabilización de la clase de sistemas con retardo considerada mediante los dos esquemas de control propuestos.

Este trabajo se organiza de la siguiente manera, en la Sección 2 se presenta la formulación del problema, en la Sección 3 se exponen los resultados preliminares. La Sección 4 proporciona los resultados principales del tra-

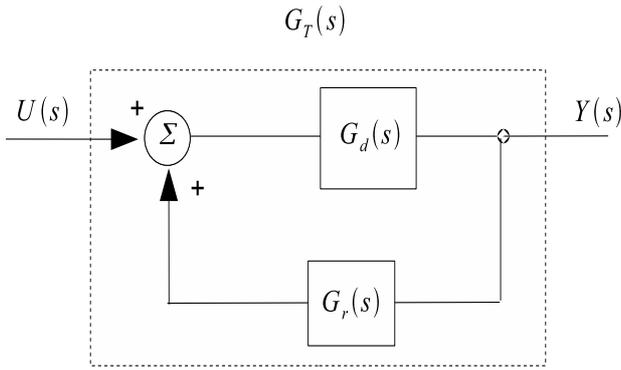


Fig. 1. Sistema con reciclo

bajo. Finalmente en la Sección 5 se realizan algunas simulaciones numéricas y en la Sección 6 se presentan algunas conclusiones sobre el trabajo.

2. FORMULACIÓN DEL PROBLEMA

En esta sección se presenta la formulación del problema para sistemas con reciclo que envuelven retardos de tiempo tanto en la trayectoria directa como en la trayectoria de reciclo.

Considere la clase de sistemas con reciclo mostrado en la Figura 1, el cual puede ser descrito como,

$$Y(s) = [G_d(s) \ G_d(s)G_r(s)] \begin{bmatrix} U(s) \\ Y(s) \end{bmatrix}, \quad (1)$$

con,

$$G_d(s) = \frac{N_1(s)}{D_1(s)}e^{-\tau_1 s}, \quad (2a)$$

$$G_r(s) = \frac{N_2(s)}{D_2(s)}e^{-\tau_2 s}, \quad (2b)$$

donde $U(s)$ es la entrada del proceso y $Y(s)$ es la salida del proceso. $G_d(s)$ y $G_r(s)$ son las funciones de transferencia de la trayectoria directa y la trayectoria de reciclo respectivamente; $\tau_1, \tau_2 \geq 0$ son los retardos de tiempo asociados a $G_d(s)$ y $G_r(s)$. $N_1(s)$, $D_1(s)$, $N_2(s)$ y $D_2(s)$ son polinomios de la variable compleja s .

La función de transferencia en lazo abierto del sistema con reciclo (1), está dada por,

$$G_T(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{N_1(s)D_2(s)e^{-\tau_1 s}}{D_1(s)D_2(s) - N_1(s)N_2(s)e^{-(\tau_1+\tau_2)s}}. \quad (3)$$

Note que los términos exponenciales aparecen explícitamente en el numerador y el denominador de $G_T(s)$ y que es difícil obtener condiciones de estabilidad del polinomio característico $E(s) = 0$, aún cuando la función de transferencia está en lazo abierto, donde

$$E(s) = D_1(s)D_2(s) - N_1(s)N_2(s)e^{-(\tau_1+\tau_2)s}, \quad (4)$$

por lo tanto si $\tau_1 + \tau_2 > 0$, la ecuación característica $E(s) = 0$ tiene un término trascendental $e^{-(\tau_1+\tau_2)s}$ que induce a un número infinito de raíces.

Ahora, si para la clase de sistemas (3) se propone una estrategia de control tradicional basada en una retroalimentación de salida de tipo,

$$U(s) = [R(s) - Y(s)]C(s), \quad (5)$$

esta estrategia conduce a la siguiente función de transferencia de lazo cerrado,

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{C(s)N_1(s)D_2(s)e^{-\tau_1 s}}{D_1(s)D_2(s) + [C(s)N_1(s)D_2(s) - N_1(s)N_2(s)e^{-\tau_2 s}]e^{-\tau_1 s}}. \quad (6)$$

Donde los términos trascendentales $e^{-\tau_1 s}$ y $e^{-\tau_2 s}$ nos llevan nuevamente a un sistema con un número infinito de polos. Pero observe ahora que analizar una ecuación característica con dos diferentes retardos de tiempo, es más complicado que analizar una ecuación característica con un solo retardo (Gu et al. (2005)). En consecuencia, el diseño de controladores para este tipo de sistemas con reciclo no es una tarea trivial. Y el uso de estructuras de control para sistemas con un solo retardo de tiempo en el numerador de la función de transferencia (por ejemplo, el Predictor de Smith) no pueden ser aplicadas directamente.

En este trabajo se proponen dos controladores dinámicos retardados que utilizan una retroalimentación de salida para estabilizar una clase de sistemas con reciclo. Estos controladores pueden ser vistos como controladores tipo PD/PID.

3. RESULTADOS PRELIMINARES

En esta sección se presentan un resultado preliminar que serán utilizado posteriormente para establecer las condiciones de estabilidad de la estrategia de control propuesta.

Considere el siguiente sistema inestable en lazo abierto,

$$G(s) = \frac{\gamma}{(s-a)(s+b_1)\dots(s+b_n)}e^{-\tau s}, \quad (7)$$

donde $a, b_i \in \mathbb{R}$, con $a, b_i > 0 \ \forall i = 1, 2, \dots, n$. Ahora, se definen los controladores PD/PID.

$$C_{PD} = k(s + \beta), \quad (8)$$

$$C_{PID} = \frac{k(s + \alpha_1)(s + \alpha_2)}{s}, \quad (9)$$

El siguiente resultado presenta la condición necesaria y suficiente de estabilidad para sistemas del tipo (7), por medio de una retroalimentación de salida y controladores tipo PD/PID.

Lemma 1. (Lee and Xiang (2010)). El sistema (7) es estabilizado por un controlador PD o un controlador PID, si y solo si,

$$\tau < \sqrt{\left(\frac{1}{a}\right)^2 + \sum_{i=1}^n \left(\frac{1}{b_i}\right)^2} + \left(\frac{1}{a}\right) - \sum_{i=1}^n \left(\frac{1}{b_i}\right). \quad (10)$$

4. RESULTADOS PRINCIPALES

En este trabajo son estudiados la siguiente clase de sistemas con reciclo caracterizados por,

$$G_d(s) = \frac{N_1}{D_1(s)}e^{-\tau_1 s} = \frac{N_1}{(s-a)(s+b_{d1})\dots(s+b_{dn})}e^{-\tau_1 s}, \quad (11a)$$

$$G_r(s) = \frac{N_2}{D_2(s)}e^{-\tau_2 s} = \frac{N_2}{(s+b_{r1})\dots(s+b_{rm})}e^{-\tau_2 s}, \quad (11b)$$

donde $a, b_{di}, b_{rj} \in \mathbb{R}$, con $a, b_{di}, b_{rj} > 0, \ \forall i = 1, 2, \dots, n$ y $\forall j = 1, 2, \dots, m$. En este caso N_1 y N_2 son constantes, $G_d(s)$ es considerado inestable y $G_r(s)$ es estable.

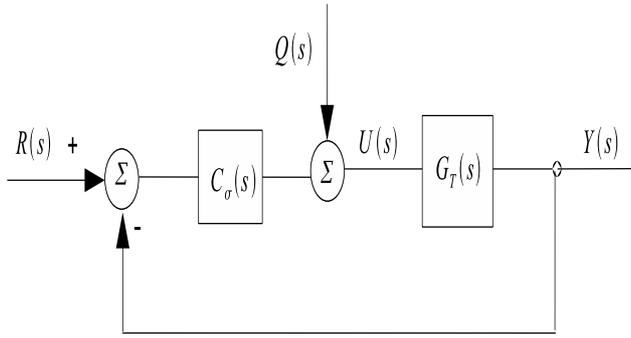


Fig. 2. Controlador dinámico retardado con el sistema de reciclo

Controladores dinámicos retardados

Considerando el sistema con reciclo de la Figura 1 con $G_d(s)$ y $G_r(s)$ dados por (11), la función de transferencia en lazo abierto es,

$$G_T(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{N_1 D_2(s) e^{-\tau_1 s}}{D_1(s) D_2(s) - N_1 N_2 e^{-(\tau_1 + \tau_2) s}}. \quad (12)$$

Ahora, considere una entrada de referencia $R(s)$ y una nueva ley de control. Entonces tenemos,

$$U(s) = [R(s) - Y(s)] C_\sigma(s), \quad (13)$$

con $\sigma = 1, 2$. Finalmente, la función de transferencia en lazo cerrado de la Figura 2 es,

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{C_\sigma(s) N_1 D_2(s) e^{-\tau_1 s}}{D_1(s) D_2(s) + [C_\sigma(s) N_1 D_2(s) - N_1 N_2 e^{-\tau_2 s}] e^{-\tau_1 s}}. \quad (14)$$

Es importante aclarar que $Q(s)$ en la Figura 2 es una perturbación de tipo escalón, pero en esta parte del análisis se considera que $Q(s) = 0$. A continuación, se presentan los resultados principales de este trabajo.

Teorema 1. Considere el sistema con reciclo en lazo abierto dado por (12), y el esquema de control mostrado en la Figura 2. Entonces, existe un controlador dinámico tipo *PD*, $C_1(s)$ dado por,

$$C_1(s) = \frac{K(s + \bar{\beta})}{N_1 D_2(s)} e^{-\tau_2 s}, \quad (15)$$

donde $\bar{\beta} = \frac{\beta K + N_1 N_2}{K}$, tal que el sistema en lazo cerrado es estable, si y sólo si,

$$\phi < \sqrt{\left(\frac{1}{a}\right)^2 + \sum_{i=1}^n \left(\frac{1}{b_{di}}\right)^2 + \sum_{j=1}^m \left(\frac{1}{b_{rj}}\right)^2} + \left(\frac{1}{a}\right) - \sum_{i=1}^n \left(\frac{1}{b_{di}}\right) - \sum_{j=1}^m \left(\frac{1}{b_{rj}}\right), \quad (16)$$

donde $\phi = \tau_1 + \tau_2$.

Prueba. Sustituyendo $C_1(s)$ en la ecuación característica de (14), se obtiene,

$$E_1(s) = D_1(s) D_2(s) + K(s + \beta) e^{-\phi s} = 0, \quad (17)$$

o equivalentemente,

$$E_1(s) = (s - a)(s + b_{d1}) \dots (s + b_{dn})(s + b_{r1}) \dots (s + b_{rm}) + K(s + \beta) e^{-\phi s} = 0, \quad (18)$$

Es importante notar que la ecuación característica (18) y la ecuación característica del lazo cerrado derivado del

Lema 1 cuando se usa un controlador *PD*, son similares considerando $K = k\gamma$. Observe que el controlador con retardo de tiempo $C_1(s)$ contribuye a la obtención de la ecuación característica (18). Por lo tanto, la condición de estabilidad del Lema 1 puede ser aplicada, dando como resultado la siguiente condición de estabilidad para (18),

$$\phi < \sqrt{\left(\frac{1}{a}\right)^2 + \sum_{i=1}^n \left(\frac{1}{b_{di}}\right)^2 + \sum_{j=1}^m \left(\frac{1}{b_{rj}}\right)^2} + \left(\frac{1}{a}\right) - \sum_{i=1}^n \left(\frac{1}{b_{di}}\right) - \sum_{j=1}^m \left(\frac{1}{b_{rj}}\right),$$

donde $\phi = \tau_1 + \tau_2$. ■

Los parámetros del controlador proporcionado en el Teorema 1 se obtienen de (Lee and Xiang (2010)), pero aplicados a sistemas con reciclo. Primero, se debe elegir β de,

$$\beta_i < \beta < \beta_f, \quad (19)$$

donde,

$$\beta_i = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{1}{a}\right)^2 + \sum_{i=1}^n \left(\frac{1}{b_{di}}\right)^2 + \sum_{j=1}^m \left(\frac{1}{b_{rj}}\right)^2}},$$

$$\beta_f = \frac{1}{\phi - \left(\frac{1}{a}\right) + \sum_{i=1}^n \left(\frac{1}{b_{di}}\right) + \sum_{j=1}^m \left(\frac{1}{b_{rj}}\right)}.$$

Por otra parte para encontrar K es necesario calcular la frecuencia de cruce ω , dada por,

$$-\phi\omega + \arctan\left(\frac{1}{a}\omega\right) + \arctan\left(\frac{1}{\beta}\omega\right) - \sum_{i=1}^n \arctan\left(\frac{1}{b_{di}}\omega\right) - \sum_{j=1}^m \arctan\left(\frac{1}{b_{rj}}\omega\right) = 0, \quad (20)$$

donde $\omega > 0$. Entonces, el rango de estabilización de ganancias K es,

$$\frac{ab_T}{\beta} < K < \frac{ab_T}{\beta} M, \quad (21)$$

donde,

$$M = \sqrt{\frac{\left(1 + \left(\frac{1}{a}\right)^2 \omega^2\right) \prod_{i=1}^n \left(1 + \left(\frac{1}{b_{di}}\right)^2 \omega^2\right) \prod_{j=1}^m \left(1 + \left(\frac{1}{b_{rj}}\right)^2 \omega^2\right)}{1 + \left(\frac{1}{\beta}\right)^2 \omega^2}}.$$

$$\text{y } b_T = \prod_{i=1}^n b_{di} \prod_{j=1}^m b_{rj}.$$

A continuación se propone un segundo controlador dinámico retardado $C_2(s)$, el cual a diferencia del anterior, es capaz de rechazar perturbaciones y seguir referencias ambas de tipo escalón. Este nuevo controlador puede ser visto como un controlador *PID*.

Teorema 2. Considere el sistema con reciclo en lazo abierto dado por (12), y el esquema de control mostrado en la Figura 2. Entonces, existe un controlador dinámico tipo *PID*, $C_2(s)$ dado por,

$$C_2(s) = \frac{K(s^2 + s(\beta + \frac{N_1 N_2}{K}) + \beta I)}{s N_1 D_2(s)} e^{-\tau_2 s}, \quad (22)$$

donde $\beta = \alpha_1 + \alpha_2$ y $\beta I = \alpha_1 * \alpha_2$, tal que el sistema en lazo cerrado es estable, si y solo si,

$$\phi < \sqrt{\left(\frac{1}{a}\right)^2 + \sum_{i=1}^n \left(\frac{1}{b_{di}}\right)^2 + \sum_{j=1}^m \left(\frac{1}{b_{rj}}\right)^2} + \left(\frac{1}{a}\right) - \sum_{i=1}^n \left(\frac{1}{b_{di}}\right) - \sum_{j=1}^m \left(\frac{1}{b_{rj}}\right), \quad (23)$$

donde $\phi = \tau_1 + \tau_2$.

Prueba. Entonces, sustituyendo $C_2(s)$ en la ecuación característica de (14), esto nos conduce a,

$$E_2(s) = D_1(s)D_2(s) + \frac{K(s + \alpha_1)(s + \alpha_2)}{s} e^{-\phi s} = 0, \quad (24)$$

o equivalentemente,

$$E_2(s) = (s - a)(s + b_{d1}) \dots (s + b_{dn})(s + b_{r1}) \dots (s + b_{rm}) + \frac{K(s + \alpha_1)(s + \alpha_2)}{s} e^{-\phi s} = 0, \quad (25)$$

Note que la ecuación característica (25) y la ecuación característica del lazo cerrado derivado del Lema 1 cuando se usa un controlador *PID*, son similares considerando $K = k\gamma$. Entonces, la condición de estabilidad del Lema 1 puede ser aplicada a (25), obteniendo la siguiente condición de estabilidad para sistemas con reciclo,

$$\phi < \sqrt{\left(\frac{1}{a}\right)^2 + \sum_{i=1}^n \left(\frac{1}{b_{di}}\right)^2 + \sum_{j=1}^m \left(\frac{1}{b_{rj}}\right)^2} + \left(\frac{1}{a}\right) - \sum_{i=1}^n \left(\frac{1}{b_{di}}\right) - \sum_{j=1}^m \left(\frac{1}{b_{rj}}\right),$$

donde $\phi = \tau_1 + \tau_2$. ■

Ahora se describe como encontrar los parámetros del controlador $C_2(s)$ proporcionado en el Teorema 2. Estos parámetros son derivados de Lee and Xiang (2010) pero aplicados a sistemas con reciclo.

Primero se debe seleccionar β de (19) y posteriormente se debe elegir I de tal forma que la siguiente ecuación tenga solución,

$$-\phi\omega + \arctan\left(\frac{1}{a}\omega\right) + \arctan\left(\frac{1}{\beta}\omega - \frac{I}{\omega}\right) - \sum_{i=1}^n \arctan\left(\frac{1}{b_{di}}\omega\right) - \sum_{j=1}^m \arctan\left(\frac{1}{b_{rj}}\omega\right) = 0. \quad (26)$$

utilizando (26) se toman las dos primeras frecuencias de cruce ω_1 y ω_2 . Por lo tanto, el rango de K está dado por,

$$\frac{ab_T}{\beta} M_1 < K < \frac{ab_T}{\beta} M_2, \quad (27)$$

donde,

$$M_g = \sqrt{\frac{\left(1 + \left(\frac{1}{a}\right)^2 \omega_g^2\right) \prod_{i=1}^n \left(1 + \left(\frac{1}{b_{di}}\right)^2 \omega_g^2\right) \prod_{j=1}^m \left(1 + \left(\frac{1}{b_{rj}}\right)^2 \omega_g^2\right)}{1 + \left(\frac{1}{\beta}\omega_g - \frac{I}{\omega_g}\right)^2}}$$

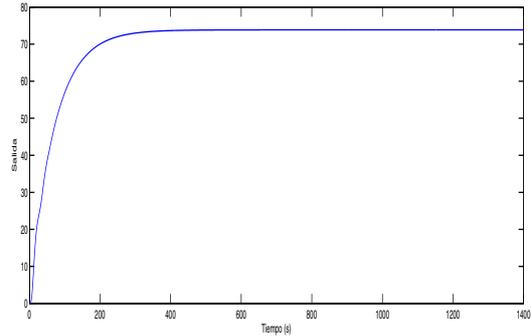


Fig. 3. Respuesta de salida del sistema (28) en lazo cerrado con $C_1(s)$.

con $g = 1, 2$ y donde $b_T = \prod_{i=1}^n b_{di} \prod_{j=1}^m b_{rj}$

Dado que el controlador C_2 es tipo *PID*, este tiene la propiedad de rechazar perturbaciones y seguir referencias ambas de tipo escalón. Esto se puede corroborar fácilmente aplicando el Teorema del valor final al sistema en lazo cerrado.

5. RESULTADOS EN SIMULACIÓN

En esta sección se ilustra el rendimiento de los dos diferentes controladores aplicados a un mismo proceso.

Ejemplo. Considere el sistema con reciclo de la Figura 1 con,

$$G_d(s) = \frac{N_1}{D_1(s)} e^{-\tau_1 s} = \frac{0.6}{(s - 0.3)(s + 4)} e^{-1.6s}, \quad (28a)$$

$$G_r(s) = \frac{N_2}{D_2(s)} e^{-\tau_2 s} = \frac{0.2}{(s + 0.5)(s + 2)} e^{-1.4s}. \quad (28b)$$

Primero se verifica que sea satisfecha la condición de estabilidad (16) del Teorema 1. En este ejemplo se satisface la condición, por lo tanto el sistema con reciclo (28) puede ser estabilizado con el controlador dinámico retardado $C_1(s)$. A continuación, se encuentran el valor de los parámetros del controlador.

Primero se elige $\beta = 0.29$ de (19) y se calcula la frecuencia de cruce $\omega = 0.254$ de (20). El rango de K se obtiene de (21) donde $4.1379 < K < 4.6208$ y se selecciona $K = 4.2$. El controlador dinámico $C_1(s)$ es,

$$C_1(s) = \frac{K(s + \frac{\beta K + N_1 N_2}{K})}{N_1 D_2(s)} e^{-\tau_2 s} = \frac{4.2(s + 0.3186)}{0.6(s + 4)(s + 2)} e^{-1.4s}. \quad (29)$$

En la Figura 3 se muestra la respuesta de salida estable del sistema (28) en lazo cerrado con el controlador dinámico $C_1(s)$. Por lo tanto con el controlador $C_1(s)$ se asegura la estabilidad pero éste no es capaz de rechazar perturbaciones ni seguir una referencia de tipo escalón. Por ello en este trabajo se propone el controlador $C_2(s)$ que cuenta con estas características.

Ahora, se utiliza el controlador dinámico retardado $C_2(s)$ dado en el Teorema 2, para estabilizar al sistema con reciclo (28). Note que se satisface la condición (23), por

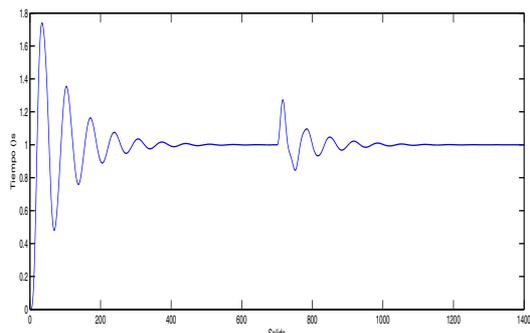


Fig. 4. Respuesta de salida del sistema (28) en lazo cerrado con $C_2(s)$.

lo tanto, se procede a encontrar los parámetros. Primero, $\beta = 0.27$ se selecciona del rango de (19), para resolver (26) se selecciona $I = 0.01$ y se obtiene $\omega_{c1}(s) = 0.093$ y $\omega_{c2}(s) = 0.2648$. Una vez obtenidas las frecuencias de cruce se elige $K = 4.72$ del rango $4.6116 < K_P < 4.8965$ dado por (27). El controlador dinámico $C_2(s)$ es,

$$C_2(s) = \frac{K(s^2 + s(\beta + \frac{N_1 N_2}{K}) + \beta I)}{s N_1 D_2(s)} e^{-\tau_2 s}$$

$$= \frac{4.72(s^2 + 0.2954s + 0.0027)}{0.6s(s + 0.5)(s + 2)} e^{-1.4s} \quad (30)$$

El método tradicional de sintonización de un *PID* aporta un zero en el sistema en lazo cerrado que produce un sobreimpulso indeseable, en nuestro caso se tiene un controlador tipo *PID*, $C_2(s)$. En la literatura (Astrom and Hagglund (1995)) se encuentra un controlador de dos grados de libertad, que mejora las propiedades de seguimiento del sistema, la respuesta en el sobreimpulso y reduce el tiempo de llegada. Considerando este enfoque, el propuesto controlador tipo *PID* $C_2(s)$, puede ser escrito como,

$$U(s) = R(s)G_{ff}(s) - Y(s)G_c(s) \quad (31)$$

con,

$$G_{ff}(s) = \frac{K(\eta_1 s^2 + s\eta_2(\beta + \frac{N_1 N_2}{K}) + \beta I)}{s N_1 D_2(s)} e^{-\tau_2 s}, \quad (32)$$

$$G_c(s) = \frac{K(s^2 + s(\beta + \frac{N_1 N_2}{K}) + \beta I)}{s N_1 D_2(s)} e^{-\tau_2 s} \quad (33)$$

donde η_1 y η_2 son parámetros que deben ser seleccionados de $0 < \eta_1 < 1$ y $0 < \eta_2 < 1$. En este caso, para la simulación se elige $\eta_1 = \eta_2 = 0.01$

La Figura 4 muestra la respuesta de salida estable del sistema (28) en lazo cerrado con el controlador $C_2(s)$. También se muestra como el sistema es sujeto a una perturbación de tipo escalón actuando a $t = 700s$ con una magnitud de 0.1 unidades. Además se muestra como sigue la referencia de tipo escalón a 1.

6. CONCLUSIÓN

En este trabajo se han propuesto dos controladores dinámicos retardados para estabilizar sistemas con reciclo. Los sistemas con reciclo tratados presentan n polos

estables y un polo inestable en la trayectoria directa y m polos estables en la trayectoria de reciclo, además en ambos lazos tienen retardo. En este trabajo también se establecen las condiciones de estabilidad para la existencia de estos controladores y se da una opción para el cálculo de sus parámetros. Una característica importante de los controladores propuestos es que contienen retardos de tiempo en su estructura, los cuales contribuyen a la estabilización de estos sistema en lazo cerrado. Por otra parte, el controlador $C_2(s)$ es capaz de rechazar de perturbaciones y seguir referencias de tipo escalón.

REFERENCES

- Astrom, K.J. and Hagglund, T. (1995). *PID Controllers, theory, design and tuning*. International Society for Measurement and Control, New York.
- Denn, M.M. and Lavie, R. (1982). Dynamics of plants with recycle. *J. Chem. Eng.*, 24, 55–59.
- Gu, K., Niculescu, S., and Chenc, J. (2005). On stability crossing curves for general systems with two delay. *J. of Mathematical Analysis and Application*, 311, 231–253.
- Lee, S. and Xiang, C. (2010). Stabilization of all-pole unstable delay processes by simple controllers. *J. Process Control*, 20, 235–239.
- Luyben, W.L. (1993). Dynamics and control of recycle systems 1. Simple open-loop and closed-loop systems. *Ind. Eng. Chem. Res.*, 32, 466–475.
- Luyben, W., Tyreus, B., and Luyben, M. (1998). *Plantwide process control*. McGraw-Hill, New York.
- Márquez, J., del Muro, B., Velasco, M., and Cortés, D. (2012). Control of delayed recycling systems with unstable first order forward loop. *J. Process Control*, 22, 729–737.
- N. Kapoor, T.J.M. and Marlin, T.E. (1986). Effect of recycle structure on distillation tower time constant. *J. Chem. Eng.*, 32, 411–418.
- Wu, K. and Yu, C. (1996). Reactor/separator processes with recycle-1. Candidate control structure for operability. *Comput Chem. Eng.*, 20, 1291–1316.