

## Generación de Señales ECG a través de un Circuito Electrónico Digital.

M. A. Quiroz-Juárez<sup>1a</sup>, O. Jiménez-Ramírez<sup>1b</sup>, R. Vázquez-Medina<sup>1,2</sup> y J.L. Aragón-Vera<sup>3</sup>.

<sup>1</sup>Sección de Estudios de Posgrado e Investigación ESIME Culhuacán, Instituto Politécnico Nacional, Santa Anna 100, D. F. 04430, México (e-mail: mquirozj0700@alumno.ipn.mx<sup>a</sup>, ojimenezr@ipn.mx<sup>b</sup>).

<sup>2</sup>Centro Mexicano para la Producción Más Limpia, Instituto Politécnico Nacional, Acueducto S/N, D. F. 07340, México (e-mail: ruvazquez@ipn.mx).

<sup>3</sup>Departamento de Nanotecnología, Centro de Física Aplicada y Tecnología Avanzada, Universidad Nacional Autónoma de México, Apartado Postal 1-1010, Querétaro 76000, México (e-mail: aragon@fata.unam.mx)

---

Resumen: En este trabajo se presenta un circuito electrónico digital que genera señales sintéticas de electrocardiograma (ECG) utilizando una modificación del modelo matemático propuesto Gois et. al. (2009). Con el circuito electrónico propuesto se pueden generar ritmos cardiacos normales y patológicos representados por señales ECG. Los ritmos patológicos son generados por cambios de acoplamiento o por un estímulo externo. Cada una de las señales generadas se evalúa calculando su exponente de Lyapunov, espectro de potencia y plano fase. Los resultados muestran que cuando se presenta una fibrilación ventricular la señal ECG es caótica.

*Palabras clave:* modelado matemático, señales ECG, circuito electrónico digital, exponente de Lyapunov, sistemas caóticos.

---

### 1. INTRODUCCION

Las enfermedades cardiacas son una de las principales causas de muerte en el mundo. Por ello, el desarrollo de sistemas que contribuyan a nuevos tratamientos que mejoren la calidad de vida de las personas es fundamental, y para diseñarlos es esencial comprender los mecanismos de funcionamiento del corazón. En este sentido, el modelado matemático y la simulación por computadora han jugado un papel muy importante en la investigación de la fisiología cardíaca. El corazón humano puede considerarse un sistema complejo, que tiene diversas maneras de ser modelado. Se pueden considerar modelos de electrofisiología cardíaca que contribuyen a proporcionar información sobre los canales de iones en las membranas de las células musculares (Zeeman 1972). También, existen modelos de cavidad ventricular que pueden usarse para simular un corazón saludable y compararlo con el modelo de un corazón con cardiopatía isquémica, en donde hay un desequilibrio entre el suministro de oxígeno y sustratos con la demanda cardíaca.

Los modelos del corazón pueden usarse para estudiar el efecto de las drogas y el fenómeno de desfibrilación. También permite estudiar el comportamiento y las condiciones de operación de los marca-pasos cardiacos. Sin embargo, en varios de estos modelos debe incluirse el efecto de millones de células, lo que demanda una alta capacidad de cómputo. Ante esta complicación, pueden considerarse otras alternativas de modelado que demandan menos recursos. Así, en algunos modelos del corazón humano, una de las señales más importantes que se relacionan con su funcionamiento, es la señal de electrocardiograma (ECG), que representa el

potencial eléctrico generado por la actividad eléctrica en el tejido cardíaco.

Una señal ECG refleja el flujo de corriente iónica que hace que las fibras cardíacas se contraigan y posteriormente se relajen. Un electrocardiograma de superficie se obtiene mediante el registro de la diferencia de potencial entre dos electrodos colocados en la superficie de la piel. Un ciclo normal de un electrocardiograma representa la sucesión siguiente de eventos: despolarización auricular, repolarización auricular, despolarización ventricular y repolarización ventricular que se produce con cada latido del corazón. La forma de onda de una señal ECG puede asociarse con los picos y valles etiquetados como P, Q, R, S y T (Ver fig. 1). Cada pico y valle representa una actividad específica dentro de la actividad eléctrica del corazón, como por ejemplo la despolarización y repolarización de aurículas y ventrículos (McSharry et al. 2003).

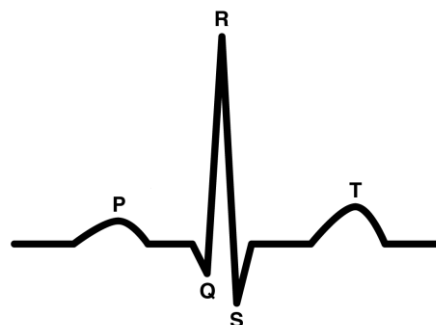


Fig. 1. Señal de electrocardiograma normal.

Tener acceso a señales ECG generadas artificialmente puede facilitar el análisis de diversas condiciones fisiológicas en los perfiles de esta serie de tiempo. Además las señales ECG generadas con diferentes características también pueden utilizarse como fuentes para la evaluación y comparación de dispositivos de diagnóstico de procesamiento de señales ECG, que son utilizados para identificar patologías en el ritmo cardíaco; inclusive, disponer de señales ECG sintéticas ofrece la posibilidad de desarrollar dispositivos como marcapasos y desfibriladores que ayuden a evitar anomalías cardíacas como las arritmias.

El reto de generar señales ECG con una amplia gama de formas de onda, espectros de potencia y variaciones en la variabilidad del ritmo cardíaco no es sencillo. Uno de los modelos recientes es el propuesto (Gois et al. 2009). Ellos proponen un modelo matemático para describir el ritmo cardíaco considerando tres osciladores modificados de Van der Pol conectados con un retardo de tiempo. El acoplamiento del retardo de tiempo se utiliza con el fin de reproducir las señales ECG. Cada oscilador representa una de las partes del marcapasos natural del corazón: el nódulo sinoauricular (SA), el nódulo auriculoventricular (AV) y el complejo de His-Purkinje (HP). Entonces, la dinámica del corazón queda representada a través de un sistema de ecuaciones diferenciales mostradas en (3), y su solución es aproximada considerando la serie de Taylor descrita por (8) para el retardo de tiempo. Las simulaciones numéricas se llevan a cabo teniendo en cuenta el método de Runge- Kutta cuarto orden. Los resultados muestran que su modelo puede producir ritmos normales y patológicos representados por señales ECG.

En este trabajo se presenta un circuito electrónico digital para generar señales ECG, a partir de una modificación del modelo matemático propuesto por Gois et al. 2009. El circuito electrónico digital es capaz de generar ritmos normales y patológicos, los cuales se asemejan con arritmias observadas en señales ECG reales. Los ritmos normales y patológicos son evaluados con el cálculo del máximo exponente de Lyapunov, espectro de potencia y plano fase para determinar el comportamiento del sistema.

El trabajo se organiza de la siguiente manera. En la sección 2 se presenta el modelo matemático propuesto por Gois et al. 2009 y la modificación que López et. al. 2010 realiza a dicho modelo. En la sección 3 se presenta el estudio con base en el máximo exponente de Lyapunov, espectro de potencia y plano fase a las señales que simulan arritmias cardíacas y ritmos normales. En la sección 4 se presenta el circuito electrónico digital y las señales ECG que genera. Finalmente se presentan las conclusiones del trabajo y se cita la literatura consultada.

## 2. MODELO MATEMATICO

La ecuación del oscilador de Van der Pol fue empleado originalmente para describir osciladores de relajación en los circuitos electrónicos (Van der Pol et al. 1928). Posteriormente, se ha utilizado para describir los potenciales de acción que se producen en los marcapasos naturales como el nódulo sinoauricular y auriculoventricular, debido a que este modelo contiene muchas de las características que se

supone ocurren en la actividad eléctrica del corazón. La forma general de esta ecuación se presenta a continuación:

$$\ddot{x} + a(1 - bx^2)\dot{x} + cx = \Gamma(t) \quad (1)$$

donde  $a$ ,  $b$  y  $c$  son parámetros del sistema y  $\Gamma(t)$  es un estímulo externo.

Grudzinski en 2004 propuso un oscilador de Van der Pol modificado con el fin de simular características fisiológicas importantes de los potenciales de acción que se producen en el miocardio (Grudzinski et al. 2004). En general, la nueva ecuación tiene dos puntos fijos y un término de disipación asimétrica con respecto a la tensión:

$$\ddot{x} + a(x - w_1)(x - w_2)\dot{x} - \frac{(x + d)(x + e)}{ed} = \Gamma(t) \quad (2)$$

Donde  $a$ ,  $b$ ,  $e$ ,  $w_1$  y  $w_2$  son parámetros del sistema y  $\Gamma(t)$  es una fuerza externa.

El modelo de Gois está conformado por osciladores de Van der Pol modificados de la forma de (2). Ellos consideran el acoplamiento de tres osciladores debido a que parten de la idea de que el ritmo cardíaco comienza en el nódulo SA, el cual es considerado como el marcapasos natural del corazón. En conjunto con el nódulo AV presentan un potencial de acción que es fundamental para la dinámica del corazón, pero no necesariamente el más expresivo para componer la señal ECG. Cada activación (despolarización seguida de la repolarización) corresponde a una región diferente del corazón y, como consecuencia, en cada región se generan diferentes corrientes. Por lo tanto, la combinación de las ondas de activación procedentes de cada región del corazón son responsables de la forma de la señal ECG y algunas de estas señales pueden ser preponderantes en esta composición.

Por otro lado, las regiones siguen muy de cerca la activación de los nódulos SA y AV, y su firma en la señal ECG es representativa y es posible asociar estas señales con las aurículas y los ventrículos, respectivamente. Por lo general, se consideran dos osciladores para representar los nódulos SA y AV. Sin embargo, dos osciladores no son suficientes para reproducir una señal de ECG. Esto es, porque la señal del primer oscilador corresponde a la activación del nodo SA, y la señal del segundo oscilador corresponde sólo a la despolarización del ventrículo. Por lo tanto, es posible reproducir la curva P pero no el complejo QRS, porque este intervalo corresponde principalmente a la repolarización ventricular. Por este motivo, Gois incluye un tercer oscilador que represente la propagación de los impulsos a través de los ventrículos, que fisiológicamente representa el complejo de His-Purkinje, compuesto a su vez por el haz de His y las fibras de Purkinje. En la fig. 2 se presenta el modelo conceptual de los tres osciladores y el acoplamiento entre ellos.

Con el fin de construir un modelo general, Gois asume acoplamientos bidireccionales asimétricos entre todos los osciladores. Por otra parte, se incorporan al sistema excitaciones externas, teniendo en cuenta términos de conducción periódica en cada oscilador  $\Gamma(t)$ .

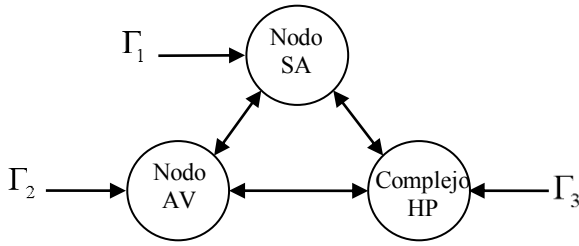


Fig. 2. Modelo conceptual con tres osciladores acoplados

Posteriormente, López en 2010 modifica el modelo de Gois incluyendo dos factores de escalamiento ( $\beta_T, \beta_G$ ) y cambiando el signo de las constantes de acoplamiento con el fin de que los resultados de simulación correspondan con los presentados en el trabajo de Gois (López M.J. et al. 2010).

Finalmente el modelo matemático está representado por un conjunto de seis ecuaciones diferenciales con retardo de la siguiente manera:

$$\begin{aligned}
 \dot{x}_1 &= x_2 \\
 \dot{x}_2 &= -a_{SA}x_2(x_1 - w_{SA1})(x_1 - w_{SA2}) - x_1(x_1 + d_{SA}) \\
 &\quad (x_1 + e_{SA}) + \rho_{SA} \text{sen}(\omega_{SA}t) - k_{SA-AV}(x_1 - x_3^{\tau_{SA-AV}}) \\
 &\quad - k_{SA-HP}(x_1 - x_5^{\tau_{SA-HP}}) \\
 \dot{x}_3 &= x_4 \\
 \dot{x}_4 &= -a_{AV}x_4(x_3 - w_{AV1})(x_3 - w_{AV2}) - x_3(x_3 + d_{AV}) \\
 &\quad (x_3 + e_{AV}) + \rho_{AV} \text{sen}(\omega_{AV}t) - k_{AV-SA}(x_3 - x_1^{\tau_{AV-SA}}) \\
 &\quad - k_{AV-HP}(x_3 - x_5^{\tau_{AV-HP}}) \\
 \dot{x}_5 &= x_6 \\
 \dot{x}_6 &= -a_{HP}x_6(x_5 - w_{HP1})(x_5 - w_{HP2}) - x_5(x_5 + d_{HP}) \\
 &\quad (x_5 + e_{HP}) + \rho_{HP} \text{sen}(\omega_{HP}t) - k_{HP-SA}(x_5 - x_1^{\tau_{HP-SA}}) \\
 &\quad - k_{HP-AV}(x_5 - x_3^{\tau_{HP-AV}})
 \end{aligned} \tag{3}$$

donde  $x_i^\tau = x_i(t - \tau)$  y  $\tau$  representa el tiempo de retardo.

El valor de los parámetros de (3), han sido sugeridos en (Gois et. al. 2009) y (López et. al. 2010) para reproducir ritmos normales y patológicos. En la Tabla 1, se muestran los valores de los parámetros para cada patología:

Tabla 1. Parámetros

ECG	Parámetros	
Normal	$e_{SA} = 4.5$ $k_{AV-SA} = 5$ $k_{HP-AV} = 20$ $w_{SA} = 0$ $w_{AV} = 0$ $w_{HP} = 0$ $\beta_T = 16$	$\alpha_0 = 1, \alpha_1 = 0.1, \alpha_3 = 0.05, \alpha_5 = 0.4$ $a_{SA} = 3, w_{SA1} = 0.2, w_{SA2} = -1.9$ $d_{SA} = 3$ $a_{AV} = 3, w_{AV1} = 0.1, w_{AV2} = -0.1$ $d_{AV} = 3, e_{AV} = 3$
Aleteo Ventricular	$e_{SA} = 4.5$ $k_{AV-SA} = 0$ $k_{HP-AV} = 20$ $w_{SA} = 0$	$a_{HP} = 5, w_{HP1} = 1, w_{HP2} = -1$ $d_{HP} = 3, e_{HP} = 7$

	$w_{AV} = 0$ $w_{HP} = 0$ $\beta_T = 8$	$\tau_{SA-AV} = \tau_{AV-HP} = \tau_{SA-HP} = 0$ $\tau_{HP-SA} = 0, \tau_{AV-SA} = 0.8,$ $\tau_{HP-AV} = 0.1$
Sinu Bradicardia	$e_{SA} = 4.5$ $k_{AV-SA} = 5$ $k_{HP-AV} = 15$ $w_{SA} = 0$ $w_{AV} = 0$ $w_{HP} = 0$ $\beta_T = 8$ $\beta_G = 0.0009$	$k_{SA-AV} = k_{AV-HP} = k_{SA-HP} = 0$ $k_{HP-SA} = 0$ $\rho_{SA} = 1, \rho_{AV} = 1, \rho_{HP} = 20$ $\beta_G = 0.0012$
Fibrilación Ventricular	$e_{SA} = 6$ $k_{AV-SA} = 5$ $k_{HP-AV} = 20$ $w_{SA} = 7.33$ $w_{AV} = 7.33$ $w_{HP} = 7.33$ $\beta_T = 16$	

Con este modelo matemático la señal ECG puede ser construida a través de la composición de los tres osciladores como sigue:

$$X = ECG = (\alpha_0 + \alpha_1 x_1 + \alpha_3 x_3 + \alpha_5 x_5) \beta_G \tag{4}$$

Análogamente es posible definir

$$\dot{X} = \frac{d}{dt} ECG = (\alpha_1 x_2 + \alpha_3 x_4 + \alpha_5 x_6) \beta_G \tag{5}$$

donde  $\beta_G$  es un factor de escalamiento de la magnitud que añadió López et al. 2010 para obtener la señal ECG. Las condiciones iniciales están dadas por el vector de estados (6):

$$x_0 = [0 \ 0.7 \ 0 \ 0.2 \ 0 \ 0.7]^T \tag{6}$$

Cuando se utiliza el factor de escalamiento para el tiempo  $\beta_T$ , el sistema de ecuaciones y los parámetros son afectados de la siguiente forma:

$$\begin{aligned}
 \dot{X} &= \beta_T f(X, t) \\
 \tau' &= \frac{\tau}{\beta_T}, \quad \omega' = \beta_T \omega
 \end{aligned} \tag{7}$$

Tomando en cuenta las modificaciones realizadas por López en 2010, con respecto al modelo de Gois en 2009, las simulaciones corresponden con las reportadas en el mismo. Cabe mencionar que el retardo de tiempo ha sido aproximado utilizando una serie de Taylor de segundo orden como en (8)

$$y(t - \tau) \cong y(t) - \tau \dot{y}(t) + \frac{\tau^2}{2} \ddot{y}(t) \tag{8}$$

### 3. EXPONENTE DE LYAPUNOV, ESPECTRO DE POTENCIA Y PLANO FASE.

El modelo matemático (3), es capaz de representar arritmias cardiacas a través de la variación de algunos de sus parámetros como se muestra en la Tabla 1. Existe especial atención en la fibrilación ventricular (la cual en la mayoría de los casos conduce a la muerte) debido a que ha sugerido en algunos trabajos de investigación (Glass L. 2009), que su comportamiento está gobernado por caos determinista. Existe una amplia discusión acerca del tema, sin embargo se sabe

que el corazón tiene una forma muy precisa de dejar de funcionar y está se ha relacionado con una transición al caos.

En este sentido, un indicador general de la presencia de caos en un sistema dinámico, es el máximo Exponente de Lyapunov. Esta cantidad proporciona una medida de la tasa media de divergencia exponencial de órbitas que iniciaron extremadamente cerca. Dado que condiciones iniciales cercanas corresponden a estados iniciales prácticamente idénticos, la divergencia exponencial de las órbitas implica la pérdida de predictibilidad del sistema. Cualquier sistema determinista que contenga al menos un exponente de Lyapunov positivo, se define como caótico. Por otro lado, la estabilidad asintótica de un punto de equilibrio se garantiza cuando todos los exponentes de Lyapunov son negativos, asimismo, para atractores periódicos se tienen exponentes de Lyapunov negativos excepto uno que toma el valor cero. Se define el exponente de Lyapunov por

$$\lambda = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{1}{t} \ln \left| \frac{\Delta f^t}{\delta x_0} \right| \quad (9)$$

Donde  $f^t(x)$  es una solución del sistema (10)

$$\dot{x} = F(x) \quad (10)$$

Asimismo consideremos dos condiciones iniciales cercanas en el espacio fase  $x_0$  y  $x_0 + \delta x_0$  donde  $\delta x_0$  es una pequeña perturbación del punto  $x_0$ . La solución para estas condiciones iniciales particulares, está dada por  $f^t(x_0)$  y  $f^t(x_0 + \delta x_0)$ . Entonces la separación entre el par de trayectorias  $\Delta f^t = f^t(x_0 + \delta x_0) - f^t(x_0)$ .

En general un sistema dinámico como (10) en un espacio de fase  $n$ -dimensional posee un espectro con  $n$  exponentes de Lyapunov, uno por cada dimensión del espacio fase. Sin embargo puede demostrarse que, si  $F(x)$  en (10) es suave, el límite (9) existe y es igual al máximo exponente de Lyapunov (Oseledec 1968).

El sistema (3) se resolvió con el método de Runge-Kutta 4º orden, con un paso de integración  $\Delta t=0.01$  y tiempo de simulación de  $t=500$  s. El máximo exponente de Lyapunov fue calculado con el software XPPAUT (Ermentrout B. 2000).

En la Tabla 2, se muestra el máximo exponente de Lyapunov para cada una de los ritmos generados por el modelo matemático en (3). Cabe mencionar que el cálculo del máximo exponente de Lyapunov hasta el momento no ha sido estudiado para el sistema (3) en ningún trabajo de investigación.

**Tabla 2. Máximo Exponente de Lyapunov**

Patología cardiaca	$\lambda$
Normal	-0.1166
Aleteo Ventricular	-0.0003
Sinu-Bradycardia	-0.1047
Fibrilación Ventricular	0.176

De la Tabla 2, podemos observar que para un ritmo normal, aleteo ventricular y bradicardia el máximo exponente de Lyapunov es negativo, por lo que las trayectorias son estables. Sin embargo, el máximo exponente de Lyapunov para el aleteo ventricular es muy cercano a cero, esto sugiere la existencia de oscilaciones cuasiperiódicas. Por otro lado, en la fibrilación ventricular la existencia de caos se corrobora con un exponente positivo. Particularmente, en fibrilación ventricular el sistema es altamente sensible a condiciones iniciales, y sus trayectorias divergen exponencialmente con pequeñas perturbaciones en el estado inicial.

Lo anterior también se puede verificar calculando el espectro de potencia de cada ritmo cardiaco.

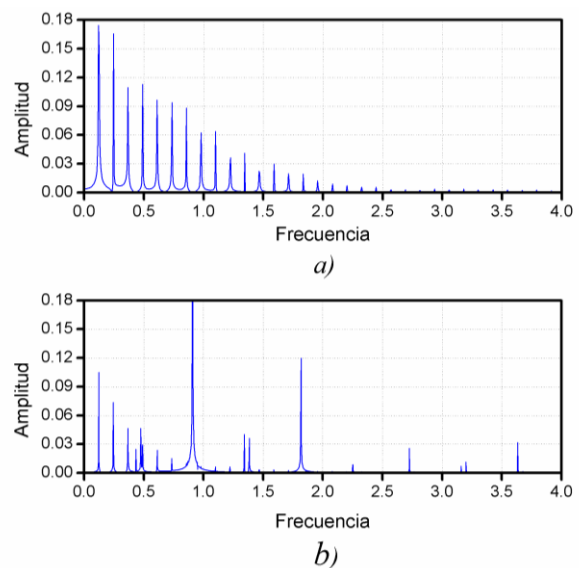


Fig. 3. Espectro de potencia: a) Ritmo Normal, b) Aleteo Ventricular.

En la fig. 3(a) el espectro de potencia para el ritmo normal muestra una banda de frecuencias perfectamente discernidas e identificables, dejando en evidencia que se trata de una oscilación periódica. En el espectro de potencia mostrado en la fig. 3(b) correspondiente a un aleteo ventricular se producen cambios en las amplitudes de algunas frecuencias y el ancho de banda aumenta. Además se pueden observar frecuencias incommensurables, es decir, frecuencias que no son múltiplos de ninguna otra, aspecto característico de oscilaciones cuasiperiódicas.

En la fig. 4(a) se muestra el espectro para la sinu-bradicardia y se puede observar que la banda de frecuencias corresponde a una oscilación periódica. En el espectro de potencia para la fibrilación ventricular mostrado en la fig. 4(b), se exhibe una banda continua de frecuencias confirmando la presencia de caos.

La fig. 5(a) y 5(c) muestran los planos fase para un ritmo normal y sinu-bradicardia respectivamente, se pueden observar oscilaciones periódicas (ciclos límite) para ambos casos, las cuales corresponden correctamente a la información obtenida previamente de los respectivos exponentes de Lyapunov y espectros de potencia. En la fig.

5(b) correspondiente al plano fase de un aleteo ventricular es posible apreciar un toro ( $T^2$ ), lo que confirma la existencia de cuasiperiodicidad en las oscilaciones. Finalmente el plano fase de una fibrilación ventricular se muestra en la fig. 5(d) y se puede observar un espacio denso que indica la existencia de caos determinístico.

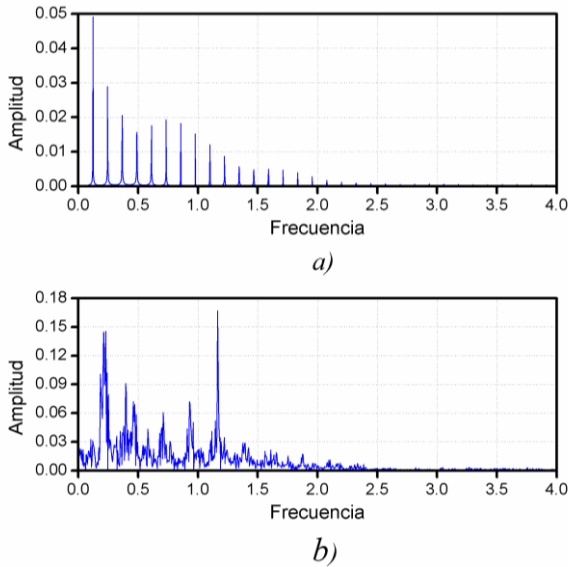


Fig. 4. Espectro de potencia: a) Sinu-Bradycardia, b) Fibrilación Ventricular.

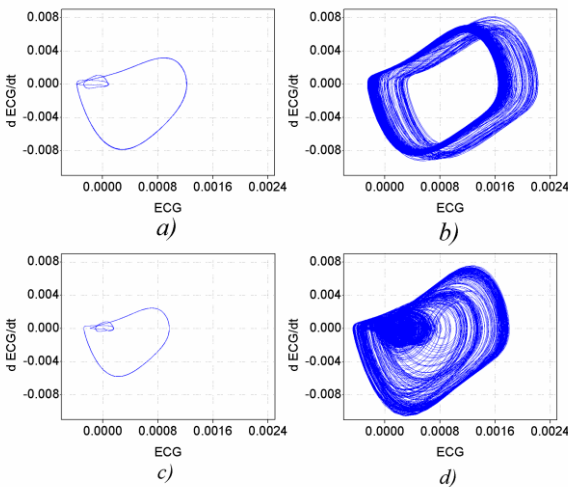


Fig. 5. Plano fase: a) Ritmo Normal, b) Aleteo Ventricular, c) Sinu-Bradycardia, d) Fibrilación Ventricular.

#### 4. CIRCUITO ELECTRONICO DIGITAL

En esta sección se presenta el diseño de un circuito electrónico digital basado en la familia de microcontroladores PIC18. Este dispositivo provee toda la potencia y flexibilidad necesaria que es requerida en un microcontrolador para ejecutar tareas de cálculo y conversión analógico-digital (ADC). Este dispositivo puede ser considerado como un sistema auto contenido con procesador, memoria y

periféricos. El programa que tiene embebido el microcontrolador fue desarrollado en lenguaje C y compilado en el software PIC C Compiler. La estructura del programa está compuesta por tres partes: la introducción de los parámetros del modelo matemático (3) con los que iniciará el sistema, la segunda etapa consiste en la solución del sistema de ecuaciones diferenciales a través del método de Runge Kutta cuarto orden, la última etapa establece la comunicación serial con el dispositivo MCP4921 encargado de la conversión digital-analógico (DAC). La fig. 6 muestra el esquema eléctrico del sistema electrónico digital que genera señales ECG.

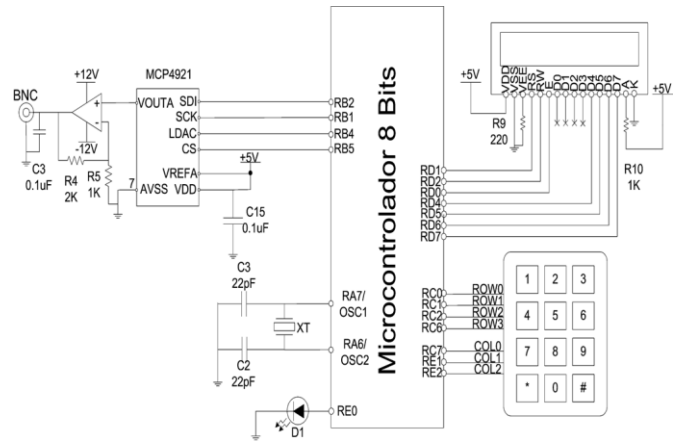


Fig. 6. Esquema eléctrico del circuito electrónico digital

El sistema está conformado por un teclado matricial 4X3 utilizado para ingresar los parámetros del modelo matemático en (3), de acuerdo a la Tabla 1. Un LCD de 16X2 se utiliza para visualizar los parámetros ingresados. Se incluye también un cristal de cuarzo de 20MHz (XT) para elevar la frecuencia del reloj interno hasta 48 MHz y alcanzar máxima velocidad de ejecución para este microcontrolador. En la etapa de conversión digital-analógico se seleccionó el DAC: MCP4921 fabricado por Microchip, con una resolución de 12 bits y comunicación serial (SPI). Finalmente se incluye una etapa de amplificación compuesta por un amplificador operacional de propósito general. Cabe destacar que las señales ECG generadas con el sistema de la fig. 6, fueron amplificadas 10 veces para evitar en todo lo posible la introducción de ruido del amplificador operacional e incluso del aparato de medición.

En la fig. 7 se muestran las series de tiempo obtenidas con el circuito electrónico digital para los distintos ritmos cardiacos que se muestran en la Tabla 1. Las señales generadas con el dispositivo electrónico son sólo aproximaciones de las trayectorias que el sistema continuo produce en realidad. Sin embargo la calidad de la aproximación depende de la precisión con la que se represente el valor de punto flotante en el microcontrolador. Especialmente para la señal caótica, es posible conservar las propiedades de caos haciendo que el universo de números enteros disponibles para representar un valor de punto flotante sea amplio y esto depende de la precisión, se ha sugerido en trabajos de investigación de que al menos la precisión para sistemas caóticos sea de 16 bits (Martinez et. al. 2011). En el dispositivo electrónico



presentado en este trabajo se utiliza una precisión de 64 bits de acuerdo al estándar IEEE-754.

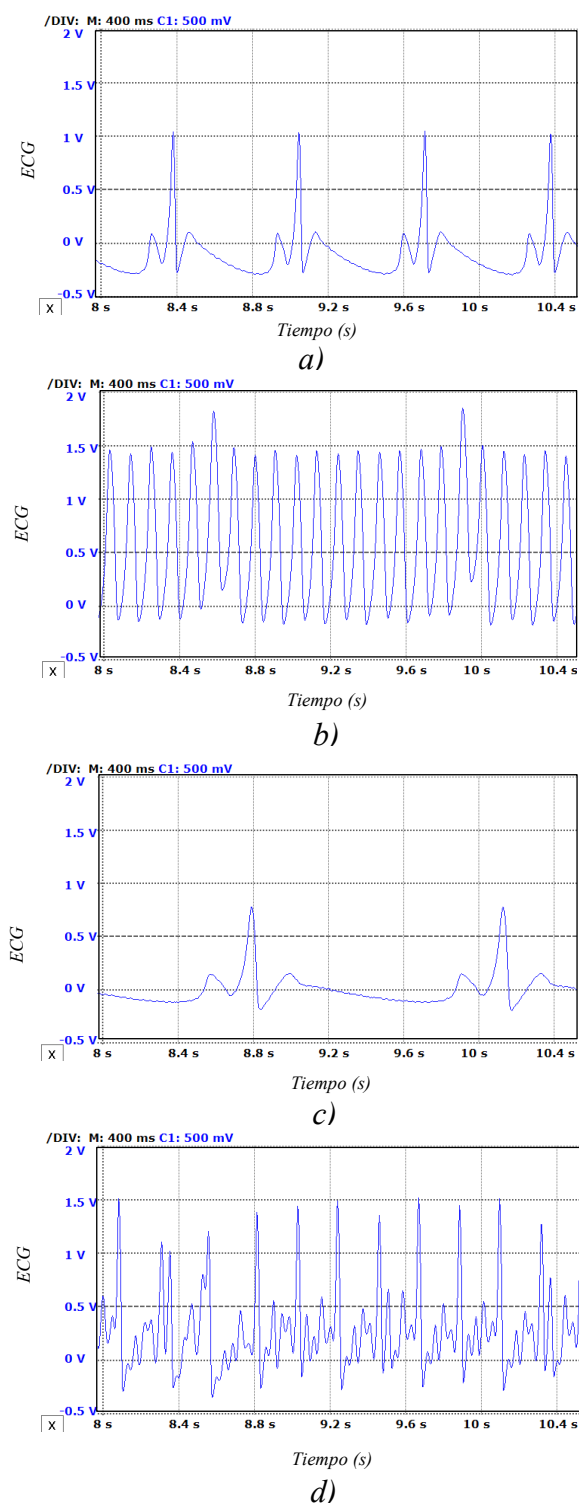


Fig. 7. Series de tiempo obtenidas del osciloscopio: a) Ritmo Normal, b) Aleteo Ventricular, c) Sinu-Bradycardia, d) Fibrilación Ventricular.

## 5. CONCLUSIONES

En este trabajo se presentó un circuito electrónico digital que genera señales ECG utilizando un microcontrolador de 8 bits

de la familia PIC18. El dispositivo genera ritmos cardiacos normales y patológicos correspondientes a arritmias cardiacas observadas en señales ECG reales. Se utilizó el modelo matemático propuesto por Gois et al. 2009 como base para generar dichas señales. Los ritmos generados por el modelo matemático en (3) fueron analizados con el máximo exponente de Lyapunov, espectro de potencia y plano fase. Los resultados muestran la existencia de oscilaciones periódicas cuando se presenta un ritmo normal y una sinu-bradicardia. También se observan oscilaciones cuasiperiodicas dando lugar a un toro ( $T^2$ ) cuando se presenta un aleteo ventricular. Finalmente para una fibrilación se observa la existencia de caos confirmado con un máximo exponente de Lyapunov positivo.

## AGRADECIMIENTOS

M. A. Quiroz Juárez agradece el apoyo institucional al Instituto Politécnico Nacional y el apoyo otorgado por el Programa Institucional de Formación de Investigadores del IPN. También agradece la beca otorgada por CONACyT para sus estudios de doctorado. Este trabajo fue parcialmente apoyado por el IPN a través de los proyectos SIP IPN 20140103 y SIP IPN 2014 20140299.

## REFERENCIAS

- Ermentrout B (2000) XPPAUT. Disponible en <http://www.math.pitt.edu/>
- Glass L. Introduction to controversial topics in nonlinear science: is the normal heart rate chaotic? Chaos 2009;19. 028501:1-4.
- Gois SRFSM, Savi MA. An analysis of heart rhythm dynamics using a three-coupled oscillator model. Chaos Solitons Fract 2009;41:2553-65.
- Grudzinski K, Zebrowski JJ. Modeling cardiac pacemakers with relaxation oscillators. Physica A 2004;336:153-62.
- López MJ, Conseglere A, Lorenzo J, García L. Computer simulation and method for heart rhythm control based on ECG signal reference tracking. WSEAS Trans Syst 2010;9(3):263-72.
- McSharry P.E., G.D. Clifford, L. Tarassenko, L.A. Smith, Adynamical model for generating syntheticelectrocardiogram signals, IEEE Transactions on BiomedicalEngineering 50 (3) (2003) 289-294.
- Martínez-Ñonthe, J. A., Díaz-Méndez, A., Cruz-Irisson, M., Palacios-Luengas, L., Del-Río-Correa, J. L., & Vázquez-Medina, R. (2011). Cryptosystem with one dimensional chaotic maps. In Computational Intelligence in Security for Information Systems (pp. 190-197). Springer Berlin Heidelberg.
- Oseledec, V.I.: A multiplicative ergodic theorem. Lyapunov characteristic numbers for dynamical systems. Trans. Moscow Math. Soc. 19, 197-231 (1968)
- Van Der Pol B, Van Der Mark J. The heartbeat considered as a relaxation oscillator and an electrical model of the heart. Philos Mag 1928;6(Suppl.):763.
- Zeeman, E.C., 1972. Differential Equations for the Heartbeat and Nerve Impulse. Mathematics Institute, University of Warwick, Coventry, UK.