

Uso da Transformada de Wavelets para Detecção de Danos e Monitoramento da Integridade de Sistemas Estruturais

Danilo D. Tannus¹, Oscar A. Z. Sotomayor²

Programa de Pós Graduação em Engenharia Elétrica (PROEE), Universidade Federal de Sergipe, São Cristóvão-SE, Brasil
E-mails: ¹danielodias13@hotmail.com; ²oscars@ufs.br

Resumo: Nos últimos anos, os métodos de monitoramento da integridade de estruturas civis e mecânicas, i.e. detecção de danos, análise de fadiga e gerenciamento baseado em risco de estruturas, vêm recebendo grande interesse de vários campos da ciência e da engenharia. Este trabalho utiliza uma ferramenta matemática de cálculo e de processamento de sinais relativamente nova, a qual usa uma análise tempo-frequência que fornece informações mais detalhadas sobre sinais não estacionários. Estamos falando da Transformada de Wavelet. Primeiramente, a Transformada Contínua de Wavelet é utilizada para identificar os parâmetros modais, tais como frequências naturais e taxas de amortecimento, de uma estrutura linear com 4 graus de liberdade (DOF). A seguir, o método é aplicado em uma estrutura não-linear com 414-DOF, que representa um prédio de 20 andares. Os resultados obtidos comprovam a eficácia da técnica usada na identificação de parâmetros modais de estruturas.

Keywords: Transformada de Wavelet, Análise tempo-frequência, Processamento de sinais, Identificação de parâmetros modais, Monitoramento da integridade estrutural.

1. INTRODUÇÃO

A identificação de parâmetros modais ou análise modal de um sistema estrutural com base em sua resposta de vibração é muito importante em várias aplicações, incluindo o controle de vibrações e monitoramento da integridade estrutural. Os modos de vibração são os movimentos independentes que compõem o comportamento geral de um sistema linear. O perfil de deformação em cada modo representa a forma modal, a frequência de oscilação correspondente a cada modo representa a frequência natural e a medida de dissipação de energia em cada modo corresponde ao amortecimento modal. A presença de danos numa estrutura provocam modificações nas propriedades físicas do sistema, as quais se manifestam como alterações nos seus parâmetros modais (Sobral, 2009).

Muitas técnicas de processamento de sinais têm sido desenvolvidas nos últimos anos, variando de algoritmos no domínio da frequência baseados na transformada de Fourier, a algoritmos no domínio do tempo, tais como o algoritmo de realização de sistemas (ERA) e a identificação de sistemas estocásticos. Recentemente, no entanto, mais atenção tem sido dedicada a algoritmos no domínio do tempo-frequência, nos quais a transformada Wavelet recebe um grande destaque.

A análise Wavelet é capaz de revelar aspectos em um sinal que não foram possíveis de serem obtidos através de outras técnicas de processamento. Esta consiste na quebra de um sinal em versões deslocadas e escalonadas de uma Wavelet mãe, ou função base, permitindo usar as grandes escalas para mostrar as características mais globais do sinal e as pequenas escalas

para mostrar os detalhes (características locais) do mesmo. Portanto, a análise Wavelet é uma técnica bem apropriada para identificar as características modais de uma estrutura, sendo de uma importância fundamental para a análise do comportamento dinâmico, já que é útil no exame de sinais com características de não estacionariedade, componentes transitórios de curta duração e singularidades em várias escalas diferentes (Goswami e Chan, 2011).

O objetivo principal do presente trabalho é a identificação dos parâmetros modais, tais como frequências naturais e fatores de amortecimento, de uma estrutura linear com 4 graus de liberdade (4-DOF), baseado na resposta dinâmica da estrutura, obtida por ensaios de vibração, e pelo uso da Transformada Contínua de Wavelet (CWT). A CWT também é usada para estimar os principais parâmetros modais de uma estrutura não-linear com 414-DOF, que representa um prédio de 20 andares. Os parâmetros modais assim obtidos são comparados com os dados de projeto das estruturas.

2. TEORIA WAVELET E A IDENTIFICAÇÃO DE PARÂMETROS MODAIS

2.1 Análise Wavelet

Muitas técnicas de análises de séries temporais têm sido desenvolvidas nos últimos anos. Entre elas pode ser destacada a Análise de Fourier, considerada talvez a mais clássica e associada a este tema, a qual foi desenvolvida em 1822 por Joseph Fourier. Sua metodologia consiste na decomposição de um sinal em senóides constituintes de frequências diferentes, o

definindo como um método que transforma o ponto de vista de um sinal baseado no tempo para o domínio da frequência.

Porém, a tradicional Transformada de Fourier possui algumas desvantagens. Uma delas, a análise é feita no sinal como um todo, então ela é indicada para sinais nos quais suas propriedades não mudam muito ao longo do tempo, dito sinais estacionários. No entanto, os sinais mais interessantes contêm numerosas características não estacionárias ou transitórias, e muitas vezes essas características são consideradas as partes mais importantes do sinal. Estas restrições impostas pela análise de Fourier tornaram-se um grande estímulo para o desenvolvimento de novas técnicas capazes de contornar essas limitações (Goswami e Chan, 2011).

Uma das técnicas desenvolvida foi a transformada de Fourier de curta duração, criada por Dennis Gabor em 1946. Gabor adaptou a transformada de Fourier para analisar somente uma pequena parte do sinal por vez, mapeando este sinal em função do tempo e da frequência. Ela considera uma janela que vai se deslocando pelo sinal e vai avaliando cada parte dele em separado, e cada janela considera que a parte do sinal dentro dela é aproximadamente estacionária. Porém estas informações são limitadas pelo tamanho da janela, a qual uma vez determinada permanece a mesma para toda a análise do sinal. Se a janela determinada for pequena, pouca informação sobre o sinal é obtida e haverá muito processamento, e se a janela for grande aumentam os erros na consideração de estacionariedade do sinal.

A partir daí fez-se necessário o desenvolvimento de uma técnica com uma abordagem mais flexível, na qual o tamanho da janela poderia ser variado para determinar com mais precisão o tempo ou a frequência. Assim foi criada a análise Wavelet, que é capaz de obter localização tanto no tempo quanto na frequência, e pode usar as grandes escalas para mostrar as características mais globais do sinal e as pequenas escalas para mostrar os detalhes do mesmo.

A CWT é definida como uma integral de todo o sinal multiplicado por versões deslocadas, tal deslocamento representado por b , e escalonadas, representadas por a , da função Wavelet mãe, da forma (Huang e Su, 2007):

$$W_{\psi}(a, b) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \psi_{*a,b}(t) dt \quad (1)$$

Sendo que $*$ denota o complexo conjugado. Esta também pode ser definida pelo produto interno entre o sinal e as funções Wavelet:

$$W_{\psi}(a, b) = \langle f(t), \psi_{a,b}(t) \rangle \quad (2)$$

Os resultados da CWT são muitos coeficientes C em função da escala e posição. Esses coeficientes são ditos correlações cruzadas do sinal com as funções Wavelets. A função Wavelet $\psi_{a,b}(t)$ é obtida através de uma função $\psi(t)$ pela seguinte transformação:

$$\psi_{a,b}(t) = \frac{1}{\sqrt{a}} \psi\left(\frac{t-b}{a}\right) \quad (3)$$

2.2 Identificação dos parâmetros modais utilizando Wavelet

Considere um sistema de vibração linear invariante no tempo com um único grau de liberdade, ou seja, um corpo de massa m ligado por uma mola e um amortecedor viscoso a um suporte fixo, com uma força $F(t)$ de frequência ω e amplitude f_e atuando sobre ela (Chen et al., 2009). Sua equação do movimento é dada por:

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = F(t) \quad (4)$$

A força de excitação é uma função seno pura:

$$F(t) = f_e \cos \omega t \quad (5)$$

Expressando a equação (4) em termos de frequência natural ω_n e taxa de amortecimento ζ , é obtido:

$$\ddot{x} + 2\zeta\omega_n\dot{x} + \omega_n^2 x = f \cos \omega t \quad (6)$$

Posteriormente, é feita uma relação da transformada Wavelet Morlet, função Wavelet que será usada nesse trabalho, com a frequência natural e taxa de amortecimento do sistema. A função Wavelet Morlet é definida no domínio do tempo por:

$$g(t) = \exp(j\omega_0 t) \exp((-1/2)t^2) \quad (7)$$

A relação de amortecimento ζ e a frequência natural ω_n são estimadas pelas inclinações do logaritmo do módulo e da fase da transformada Wavelet em relação ao parâmetro b , isto é (Chen et al., 2009):

$$\text{Inclinação de } \ln|W_g x(a_0, b)| \text{ por } b = -\zeta\omega_n \quad (8)$$

$$\text{Inclinação de } \angle W_g x(a_0, b) \text{ por } b = \omega_n \sqrt{1 - \zeta^2} \quad (9)$$

Assim, para uma faixa de b na qual o gráfico da inclinação do logaritmo do módulo e da fase da transformada torna-se uma reta, o coeficiente angular é calculado, tornando possível estimar a relação de amortecimento e frequência natural.

A transformada Wavelet Morlet da resposta forçada pode ser aproximada pela resposta livre, pois o módulo da transformada de Wavelet da solução homogênea é muito maior que o módulo da transformada de Wavelet da solução particular. Deve ser observado também que o método de identificação de parâmetros modais para sistemas com um grau de liberdade pode ser aplicado nos modos separadamente dos sistemas com mais de um grau de liberdade.

3. APLICAÇÕES E RESULTADOS

3.1 Aplicação a um sistema linear

Aqui será utilizada a CWT para a detecção dos parâmetros modais de um sistema linear com 4 graus de liberdade (DOF), Figura 1, em que será adicionada uma condição inicial no deslocamento do sistema, sendo possível a obtenção das respostas dos modos envolvidos.

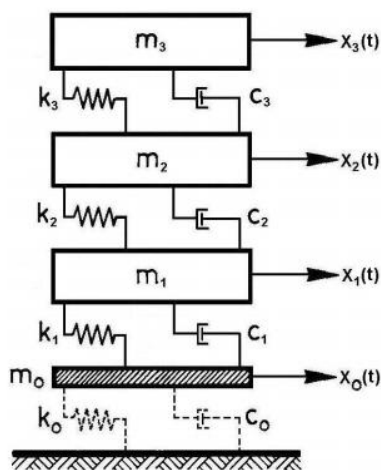


Fig. 1. Sistema estrutural com 4-DOF

A equação do movimento é dada por:

$$M\ddot{x}(t) + C\dot{x}(t) + Kx(t) = 0 \quad (10)$$

com:

$$x(t) = [x_0(t) \quad x_1(t) \quad x_2(t) \quad x_3(t)]^T,$$

$$M = \begin{bmatrix} m_0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m_3 \end{bmatrix},$$

$$C = \begin{bmatrix} c_0 + c_1 & -c_1 & 0 & 0 \\ -c_1 & c_1 + c_2 & -c_2 & 0 \\ 0 & -c_2 & c_2 + c_3 & -c_3 \\ 0 & 0 & -c_3 & c_3 \end{bmatrix},$$

$$K = \begin{bmatrix} k_0 + k_1 & -k_1 & 0 & 0 \\ -k_1 & k_1 + k_2 & -k_2 & 0 \\ 0 & -k_2 & k_2 + k_3 & -k_3 \\ 0 & 0 & -k_3 & k_3 \end{bmatrix}$$

Em que x_i ($i = 1,2,3$), é o deslocamento de cada piso da estrutura relativo ao solo, m_i , c_i e k_i são a massa, amortecimento e rigidez de cada piso, respectivamente; x_0 é o deslocamento da base relativo ao solo, m_0 é a massa da base, c_0 e k_0 são o amortecimento e a rigidez dos isoladores. Os parâmetros do sistema pertencem a um edifício real e são listados na Tabela 1, os quais são tomados de Guclu (2006).

Tab. 1. Parâmetros do modelo físico da estrutura

| Símbolo | Valor | Símbolo | Valor |
|-------------------|-----------------|---------|-----------------|
| m_0 | 450.000 kg | k_3 | 250.000.000 N/m |
| $m_1 = m_2 = m_3$ | 345.000 kg | c_0 | 26.170 N s/m |
| k_0 | 18.050.000 N/m | c_1 | 467.000 N s/m |
| k_1 | 326.000.000 N/m | c_2 | 410.000 N s/m |
| k_2 | 285.000.000 N/m | c_3 | 350.000 N s/m |

Para que os parâmetros sejam estimados, é necessária a análise da resposta do sistema. Uma grande vantagem da análise Wavelet é a necessidade de apenas um sensor (acelerômetro) instalado em um andar, nesse caso será no primeiro (base), e a resposta coletada por este sensor irá conter todas as informações necessárias de todos os outros andares, tornando possível a estimação dos parâmetros destes. A maioria das técnicas de detecção de danos utiliza um conjunto completo de sensores para medir as respostas em todos os graus de liberdades. A resposta livre do modo 0, com tempo de amostragem de 0,01 segundos, pode ser vista na Figura 2.

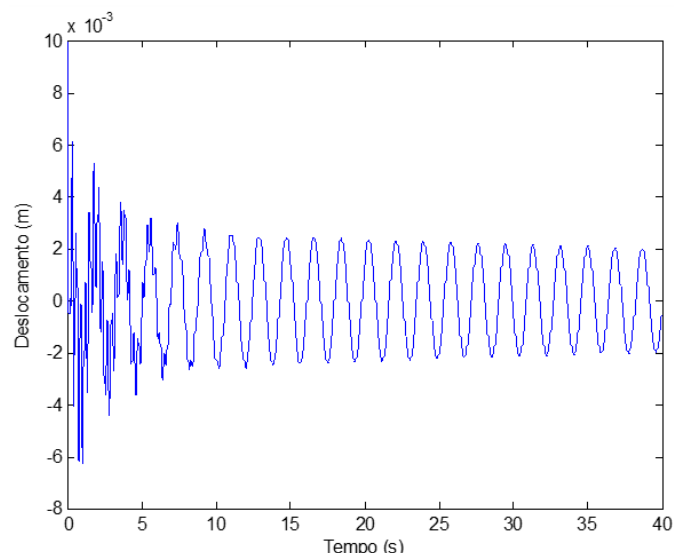


Fig. 2. Resposta livre do deslocamento da base

A seguir, aplica-se a transformada Wavelet Morlet na resposta da base do sistema. O valor da frequência ajustável foi $\omega_0 = 20$. Valores muito grandes de ω_0 são utilizados para sistemas em que seus modos estão fortemente acoplados, sendo necessária uma análise mais detalhada. Esta análise foi dividida em duas partes, escalas de 10 a 140 (Figura 3) e escalas de 300 a 800 (Figura 4), os quais são os valores de escalas necessários para abranger os quatro modos.

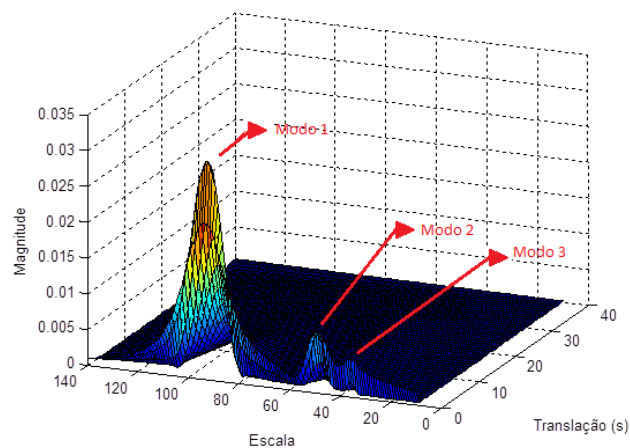


Fig. 3. Transformada Wavelet do sinal para valores de escala de 10 a 140

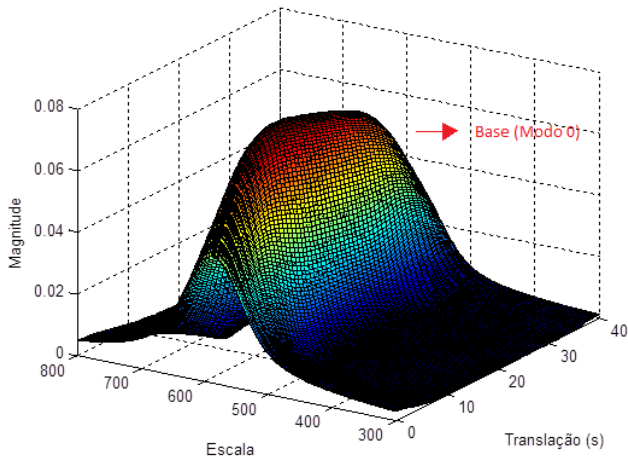


Fig. 4. Transformada Wavalet do sinal para valores de escala de 300 a 800

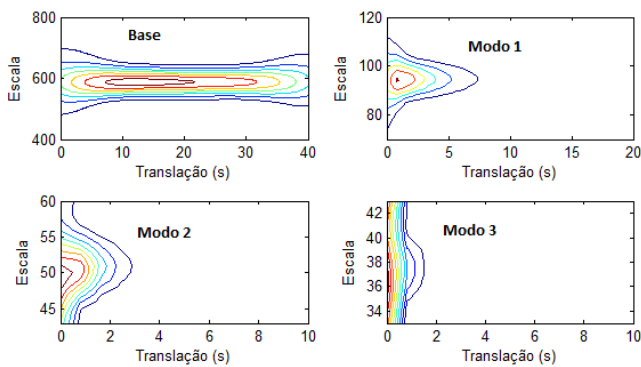


Fig. 5. Diagramas de contorno para os quatro modos

Observam-se as escalas em que ocorrem os picos da transformada, em seguida obtém-se novamente a transformada com os valores dos fatores de escala fixos. Nesse caso, os picos ocorrem em:

$$a_0 = 588, a_1 = 94, a_2 = 49, a_3 = 37$$

Como mencionado nas equações (8) e (9), para a base (modo 0), o gráfico do logaritmo e da fase podem ser vistos nas Figuras 6 e 7, respectivamente.

Pode ser observado nas Figuras 6 e 7, que para uma faixa de valores da translação o gráfico se aproxima de uma reta, tanto para o módulo quanto para a fase. Para a base do sistema, a faixa valores de b escolhida, a qual deve estar dentro da reta imaginária traçada no gráfico, foi de 20s a 21s. Portanto, as inclinações das retas dos gráficos serão:

$$\text{inclinação}_{\text{módulo}}(\text{modo } 0) = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{-2,6447 - (-2,6531)}{21 - 20} = -0,0084$$

$$\text{inclinação}_{\text{fase}}(\text{modo } 0) = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{68,2555 - 71,6617}{21 - 20} = 3,4062$$

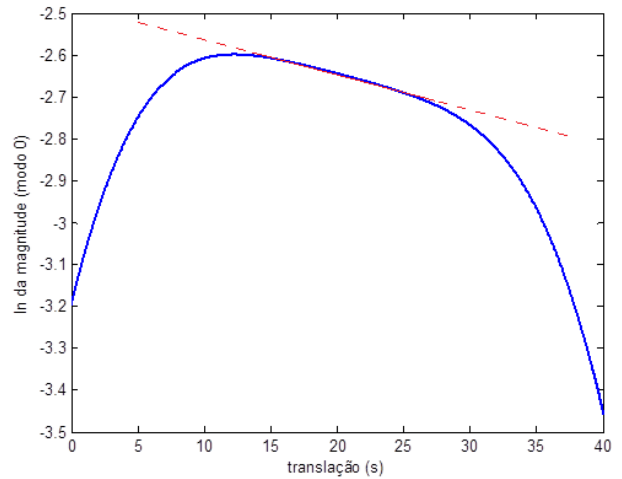


Fig. 6. Logaritmo natural da magnitude da CWT do sinal com $a_0 = 588$

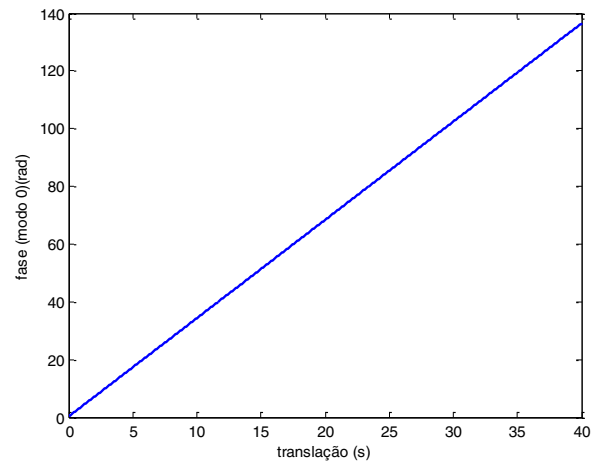


Fig. 7. Fase da CWT do sinal com $a_0 = 588$

Pelas equações (8) e (9), chega-se às relações das inclinações com os parâmetros modais. Assim, para estimar a relação de amortecimento e frequência natural:

$$-0,0084 = -\zeta_0 \omega_{n0} \quad e \quad 3,4062 = \omega_{n0} \sqrt{1 - \zeta_0^2}$$

Resolvendo o sistema, chega-se ao resultado de $\zeta_0 = 0.002466$ e $\omega_{n0} = 3,4063$. O mesmo procedimento é repetido para os modos 1, 2 e 3. Nas Figuras 8 e 9 podem ser vistos os gráficos do logaritmo natural da magnitude e fase do modo 1, e na Tabela 2 é apresentada uma comparação entre os valores analíticos e estimados dos parâmetros modais de todos os modos.

Tab. 2. Comparação dos valores dos parâmetros analíticos e estimados

| Modos | ω_0 | a_i | Faixa de b | ω_n (rad/s) | $\hat{\omega}_n$ (rad/s) | ζ (%) | $\hat{\zeta}$ (%) |
|--------|------------|-------|------------|--------------------|--------------------------|-------------|-------------------|
| Base | 20 | 588 | [20,21] | 3.4098 | 3.4063 | 0.2470 | 0.2466 |
| Modo 1 | 20 | 94 | [10,15] | 21.1925 | 21.1713 | 1.5120 | 1.5120 |
| Modo 2 | 20 | 49 | [10,15] | 39.4225 | 39.3829 | 2.7888 | 2.7890 |
| Modo 3 | 20 | 37 | [5,10] | 52.8774 | 52.8241 | 3.7812 | 3.7805 |

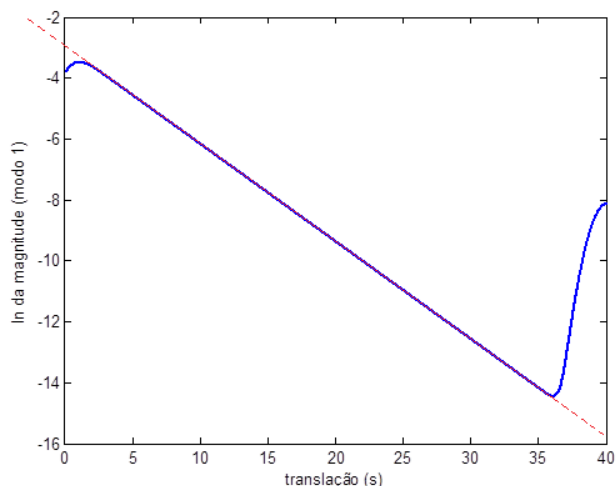


Fig. 8. Logaritmo natural da magnitude da CWT do sinal com $\alpha_1 = 94$

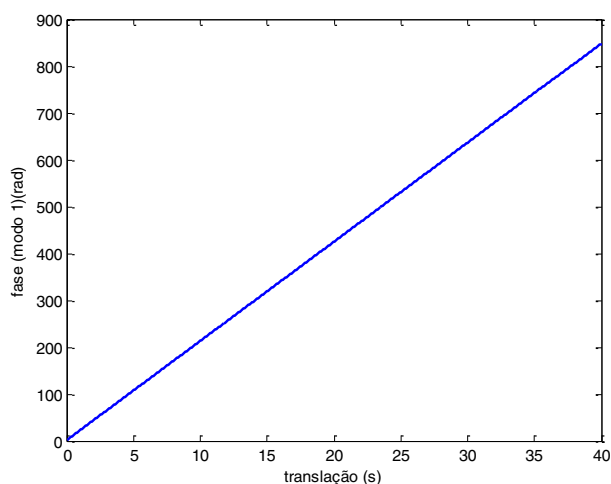


Fig. 9. Fase da CWT do sinal com $\alpha_1 = 94$

3.2 Aplicação a um sistema não linear

Neste tópico a aplicação da análise Wavelet para detecção de parâmetros modais será testada para um sistema não linear. A estrutura utilizada representa um prédio de 20 andares, desenhada por Brandow & Johnston Associates em 1996, que foi tomada como base as construções de Los Angeles, na região da Califórnia. Embora este prédio nunca tenha sido construído, ele serviu como estrutura de referência ou benchmark para os estudos da SAC Steel Projec. O modelo não linear foi baseado no trabalho de Ohtori et al. (2004), e a partir dele foram obtidas as respostas do sistema para que fossem analisadas.

Esta estrutura possui uma largura de 30.48 metros por 36.58 metros, e 80.77 metros de elevação. Os compartimentos são de 6.10 metros no centro, nos dois sentidos, com cinco compartimentos na direção norte-sul e seis na direção leste-oeste. O sistema lateral de resistência a carga é composta num perímetro de aço. Os compartimentos interiores da estrutura contêm enquadramento simples, com pisos compostos. Os nós desta estrutura estão localizados nas articulações entre vigas e pilares. Cada nó tem três graus de liberdade: horizontal,

vertical e rotacional. A estrutura de 20 andares possui 414-DOF antes da aplicação das condições de fronteira.

Como os parâmetros modais não podem ser obtidos analiticamente por se tratar de uma estrutura não linear, as frequências naturais serão comparadas aos valores ditos pelo trabalho de Ohtori et al. (2004), que define que as frequências naturais dos 10 primeiros modos são: 0.261, 0.753, 1.30, 1.83, 2.40, 2.44, 2.92, 3.01, 3.63, e 3.68 Hz. Os quatro primeiros modos também podem ser comparados ao PSD (*Power Spectral Density*) ou espectro de frequência do sinal de resposta livre no primeiro modo de vibração, como pode ser visto na Figura 10.

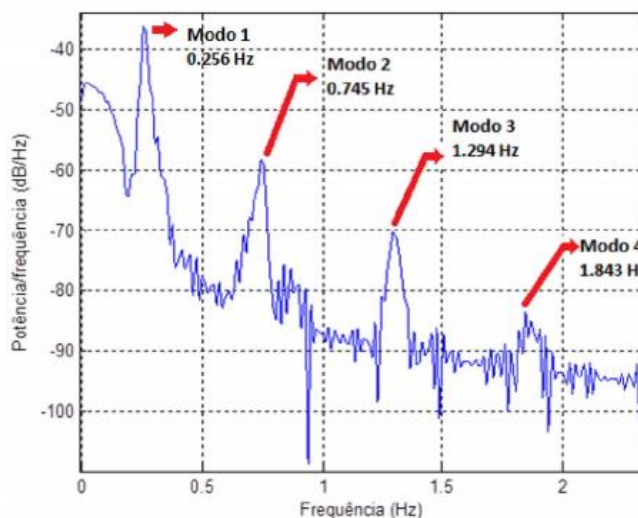


Fig. 10. Espectro de frequência do sinal de resposta livre da estrutura não linear

Já valores das taxas de amortecimento serão calculados pela relação de amortecimento de Rayleigh (Ohtori et al., 2004):

$$\zeta_i = \frac{\zeta_1(\omega_1\omega_5 + \omega_i^2)}{\omega_i(\omega_1 + \omega_5)}$$

sendo que $\zeta_1 = 0.02$.

Para verificar a validade da análise Wavelet na detecção de parâmetros modais em estruturas não lineares, foram estimados apenas os modos 1, 2, 3 e 4, somente para demonstração. A frequência de ajuste para o modo 1 foi de $\omega_0 = 5$, já para os modos 2, 3 e 4 foi de $\omega_0 = 20$. Nas Figuras 11 e 12 encontram-se os gráficos do logaritmo natural do módulo e da fase da CWT do modo 1 da estrutura não linear.

Na Tabela 3 encontram-se os resultados estimados das frequências naturais e taxa de amortecimento dos 4 primeiros modos da estrutura não linear da análise Wavelet, taxas de amortecimento calculadas pela relação de amortecimento de Rayleigh, frequências naturais estimadas por PSD e definidas pelo trabalho de Ohtori et al. (2004).

Com a análise dos resultados e fazendo a comparação na Tabela 3, conclui-se que o método conseguiu identificar bem as frequências naturais e taxas de amortecimento dos primeiros

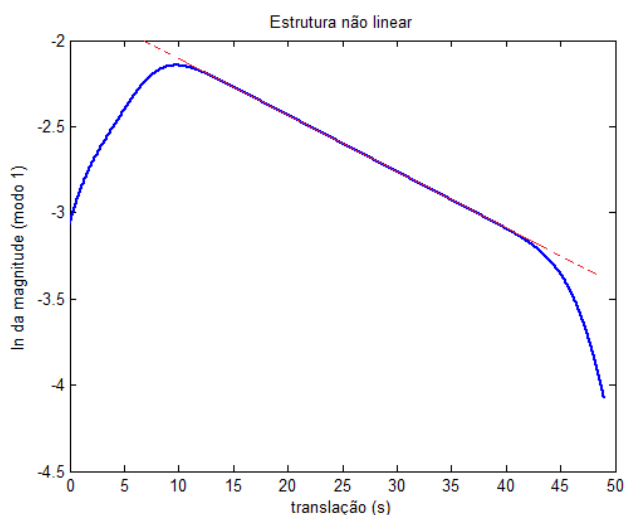


Fig. 11. Logaritmo natural da magnitude da CWT do sinal da estrutura não linear com $\alpha_1 = 310$

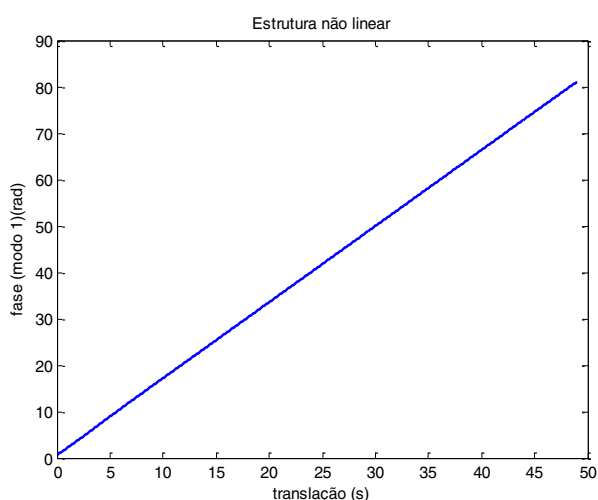


Fig. 12. Fase da CWT do sinal da estrutura não linear com $\alpha_1 = 310$

Tab. 3. Parâmetros modais estimados da estrutura não linear

| Modos | ω_n (Hz) | $\hat{\omega}_n$ (Hz) | $\hat{\omega}_n$ (Hz) | ζ (%) | $\hat{\zeta}$ (%) |
|--------|-----------------|-----------------------|-----------------------|-------------|-------------------|
| | | PSD | Wavelet | Rayleigh | Wavelet |
| Modo 1 | 0.261 | 0.256 | 0.2611 | 2.00 | 2.00 |
| Modo 2 | 0.753 | 0.745 | 0.7516 | 1.19 | 1.19 |
| Modo 3 | 1.30 | 1.294 | 1.2972 | 1.34 | 1.34 |
| Modo 4 | 1.83 | 1.843 | 1.8239 | 1.63 | 1.62 |

modos de vibração da estrutura não linear.

Maiores discussões sobre este trabalho e uma análise mais detalhada dos resultados podem ser obtidos em Tannus (2013).

4. CONCLUSÕES

O presente trabalho teve como objetivo a detecção de parâmetros modais de sistemas estruturais utilizando uma técnica que faz uso tanto da análise no tempo, quanto da frequência: a transformada contínua de Wavelet.

Os estímulos para a criação da análise Wavelet foram as limitações impostas por algumas técnicas de análises de sinais, como a transformada de Fourier. A análise Wavelet é capaz de obter localização tanto no tempo quanto na frequência, e pode usar as grandes escalas para mostrar as características mais globais do sinal e as pequenas escalas para mostrar os detalhes do mesmo. Além disso, uma grande vantagem desta técnica é de somente precisar de um acelerômetro, normalmente localizado no primeiro modo, para obter a resposta de todos os modos.

A análise Wavelet na detecção de parâmetros modais foi aplicado tanto para uma estrutura linear, quanto para uma estrutura não linear. Em ambos os casos os valores estimados se aproximaram muito dos valores analíticos, no caso da estrutura linear, e dos valores calculados e predefinidos, no caso da estrutura não linear.

5. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Chen, S.H.; Liu, J.J.; Lai, H.C. (2009). Wavelet analysis for identification of damping ratios and natural frequencies. *Journal of Sound and Vibration*, **323**(1): 130-147.
- Goswami, J.C.; Chan, A.K. (2011). *Fundamentals of Wavelets*, 2nd ed. Published by John Wiley & Sons, New Jersey.
- Guclu, R. (2006). Sliding mode and PID control of a structural system against earthquake. *Mathematical and Computer Modelling*, **44**(1-2): 210-217.
- Huang, C.S.; Su, W.C. (2007). Identification of modal parameters of a time invariant linear system by continuous wavelet transformation. *Mechanical Systems and Signal Processing*, **21**(4): 1642-1664.
- Ohtori, Y.; Christenson, R.E.; Spencer, B.F.; Dyke, S.J. (2004). Benchmark control problems for seismically excited nonlinear buildings. *Journal of Engineering Mechanics*. **130**(4): 366-385.
- Sobral, T.E.L. (2009). Análise modal em estruturas com controle em malha fechada utilizando o método de identificação por subespaços. *Trabalho de Conclusão de Curso em Engenharia Elétrica, Universidade Federal de Sergipe*. São Cristóvão-SE, Brasil.
- Tannus, D.D. (2013). Identificação de Parâmetros Modais de Sistemas Estruturais Utilizando a Transformada de Wavelet. *Trabalho de Conclusão de Curso em Engenharia Elétrica, Universidade Federal de Sergipe*. São Cristóvão-SE, Brasil.