

Control por modelo interno de sistemas con backlash interno.

Igor, Morett-Valenzuela * Jaime, Alvarez-Gallegos *

* CINVESTAV-IPN, Sección de Mecatrónica Av. Instituto Politécnico
Nacional No. 2508, México D.F., México
(e-mail: igormorett@cinvestav.mx, jalvarez@cinvestav.mx)

Resumen

En este trabajo se describe la aplicación de una estructura de control, llamada control por modelo interno (CMI), con la que es posible mejorar el desempeño de sistemas que presentan cierto tipo de holgura mecánica mejor conocida como juego mecánico u holgura ("backlash", en inglés). Este fenómeno aparece frecuentemente en dispositivos mecánicos cuya función es transmitir un par, y es provocado por el desgaste propio de las piezas que operan bajo contacto (p.ej., trenes de engranes). Su efecto puede ser muy perjudicial, no solamente porque el desempeño dinámico del mecanismo se deteriora fuertemente, apareciendo oscilaciones indeseables, sino porque acelera el desgaste de las piezas y pone en peligro la integridad física del sistema. El backlash es considerado en la unidad mecánica industrial (IMDU), que es un equipo de laboratorio diseñado para actividades docentes y de investigación orientada a aplicaciones industriales; en particular a la implementación de controladores. El equipo puede ser configurado para incluir elementos de fricción seca y de holgura tipo sándwich. En este artículo se presenta también un estudio numérico y uno experimental de la respuesta CMI para diferentes valores de la holgura y de señales de referencia. Finalmente, se incluye una comparación entre los resultados numéricos y los experimentales obtenidos con el CMI y con un controlador clásico proporcional-integral derivativo (PID).

Palabras Clave: Backlash, control con modelo interno, sistema dinámico, sistema no lineal, sistema con backlash interno

1. INTRODUCCIÓN

En el diseño de sistemas de control, es común que no se consideren los efectos de componentes con no linealidades no suaves, aun cuando en los sistemas reales siempre se presentan este tipo de características como histéresis o fricción seca, entre otros. Los modelos que describen este tipo de componentes presentan usualmente términos no diferenciables, discontinuos, o incluso son de naturaleza híbrida, que requieren herramientas de análisis relativamente complicadas y para los cuales existe una escasez de resultados útiles en la práctica.

Uno de los fenómenos usualmente presente en estos mecanismos es el de huelgo, holgura o "backlash". Los modelos propuestos para describir este fenómeno dependen de las características de los elementos mecánicos bajo estudio. Dependiendo de la rigidez o la flexibilidad de los elementos de transmisión, los modelos más usados para describir el backlash corresponden a aquellos que introducen una zona muerta para transmisiones flexibles o una histéresis de amplitud variable para transmisiones rígidas. Un panorama que describe el uso de este tipo de modelos en el diseño de controladores se ofrece en [Nordin and Gutman, 2002]. En [Tao and Kokotovic, 1996], se utiliza un esquema de control adaptivo para sistemas que presentan no linealidades cuyos parámetros son desconocidos, proponiendo el modelo del backlash ($B(\cdot)$) y el backlash inverso ($BI(\cdot)$); en [Tao et al., 2001], se presenta un esquema de control

para compensar la holgura de sistemas multivariables con backlash interno. En [Zhou and Wen, 2008], se presenta el diseño de un controlador mediante la introducción de una función inversa suave del backlash $B_s I(\cdot)$ y su uso en el diseño del controlador con la técnica de backstepping para el diseño y la implementación del controlador, cuando los parámetros del sistema son desconocidos. En [Mandujano-García, 2010], se describe la aplicación de un CMI, con el que es posible mejorar el desempeño de sistemas que presentan cierto tipo de holgura. En [Dong and Tan, 2009], se propone un CMI discreto. En [Dong et al., 2013], se propone el CMI en tiempo discreto de sistemas con backlash interno. En este método, un compensador dinámico se introduce para compensar el efecto del subsistema de entrada lineal.

En este trabajo se presenta el diseño de un controlador por modelo interno modificado que denotaremos como (CMIS), basado en la metodología dada en [Dong et al., 2013]. En el presente trabajo se utilizan los modelos del backlash dados en [Tao and Kokotovic, 1996] y en [Zhou and Wen, 2008] para compensar el sistema con parámetros del backlash desconocidos. Cabe mencionar que se utilizó como plataforma experimental la unidad mecánica industrial de la compañía Quanser (Industrial Mechatronics Drive Unit), denotada IMDU. La configuración del juego mecánico para el IMDU es la del juego mecánico intermedio, entre dos subsistemas del mecanismo. Se realizó el diseño de los controladores para el mecanismo utilizando el CMI y el PID. Hasta ahora hay pocos trabajos relativos

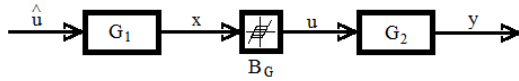


Figura 1. Sistema con backlash interno.

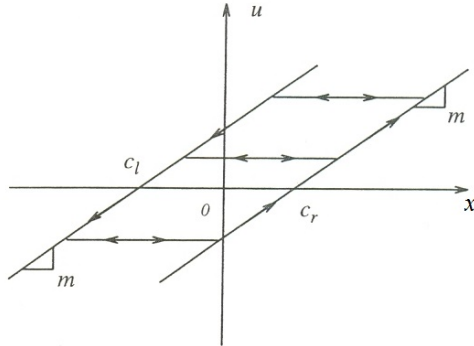


Figura 2. Gráfica del comportamiento del backlash cuando la entrada es x y la salida al pasar por el backlash es u .

a la aplicación del CMI a sistemas con backlash interno, particularmente cuando se tienen errores de modelado. Se presentan resultados numéricos y experimentales del CMIS y el PID.

2. EL SISTEMA CON BACKLASH INTERNO

La arquitectura del sistema con backlash interno se muestra en la figura 1. En la figura 1, G_1 y G_2 son el subsistema lineal de entrada y el subsistema lineal de salida, respectivamente. El bloque entre G_1 y G_2 es el backlash. En esta arquitectura, y es la salida del sistema y \hat{u} es su entrada de control. Además, x es la entrada del backlash y u es su salida. La configuración que muestra la figura 1 representa el caso en el que el juego mecánico se encuentra entre dos sistemas. Como la salida del backlash del sistema dado no se puede medir directamente, el diseño de un esquema de control para compensar el efecto del backlash es un problema importante. El CMI es una de las estrategias, de fácil aplicación y proporciona un buen desempeño, como se mostrará en este artículo.

Por lo general, el diseño de un controlador con modelo interno depende del modelo del sistema y de su modelo inverso. A continuación, daremos una breve descripción de los modelos del backlash, del modelo inverso de backlash y del modelo inverso suave del backlash; que utilizaremos en el desarrollo de este trabajo.

2.1 Modelos del backlash

La gráfica del backlash se muestra en la figura 2, donde x es la entrada y u es la salida, y $cr > 0$ es el cruce por cero derecho, mientras que $cl < 0$ es el cruce por cero izquierdo y m es la pendiente de la línea con respecto a la horizontal. Para mayor detalle ver [Tao and Kokotovic, 1996].

Modelo matemático. El backlash es descrito por dos líneas rectas paralelas conectadas por segmentos de líneas horizontales, como se observa en la figura 2. El lado de subida está activo cuando $x(t)$ y $u(t)$ se incrementan y su representación matemática se muestra en (1).

$$u(t) = m(x(t) - cr), \quad \dot{x}(t) > 0, \quad \dot{u}(t) > 0 \quad (1)$$

El lado de bajada es activado cuando $x(t)$ y $u(t)$ decrecen y su expresión matemática viene dada por (2).

$$u(t) = m(x(t) - cl), \quad \dot{x}(t) < 0, \quad \dot{u}(t) < 0 \quad (2)$$

donde $m > 0$, $cl < cr$ son parámetros constantes. El movimiento en cualquiera de los segmentos internos es caracterizado por $\dot{u}(t) = 0$. Una descripción compacta del backlash viene dada por

$$\dot{u}(t) = \begin{cases} m\dot{x}(t), & \text{si } \dot{x}(t) > 0 \text{ y } u(t) = m(x(t) - cr), \\ 0, & \text{si } \dot{x}(t) < 0 \text{ y } u(t) = m(x(t) - cl) \\ 0, & \text{otro caso} \end{cases} \quad (3)$$

2.2 Modelo Inverso del Backlash.

En [Tao and Kokotovic, 1996], se describe el modelo inverso del backlash $BI(\cdot)$, utilizado para cancelar el efecto del backlash $B(\cdot)$ en (3).

$$\dot{x}(t) = \begin{cases} \frac{\dot{u}(t)}{m}, & \text{si } \dot{u}(t) > 0, \quad x(t) = \frac{u(t)}{m} + cr, \\ 0, & \text{si } \dot{u}(t) < 0, \quad x(t) = \frac{u(t)}{m} + cl \\ 0, & \text{si } \dot{u}(t) = 0 \\ g(t, t), & \text{si } \dot{u} > 0, \quad x(t) = \frac{u(t)}{m} + cl \\ -g(t, t), & \text{si } \dot{u}(t) < 0, \quad x(t) = \frac{u(t)}{m} + cr \end{cases} \quad (4)$$

En esta definición, el inverso de un segmento horizontal del backlash es un salto vertical definido como la integral de la función de impulso

$$g(\tau, t) = \delta(\tau - t)(cr - cl), \quad (5)$$

donde $\delta(t)$ es la función δ de dirac. Entonces, un salto hacia arriba en el inverso del backlash es

$$x(t^+) = x(t^-) + \int_{t^-}^{t^+} g(\tau, t) d\tau = \frac{u(t^-)}{m} + cr. \quad (6)$$

El efecto de este salto en $BI(\cdot)$ será eliminar el retraso causado por un segmento en el backlash $B(\cdot)$. De una manera similar el modelo dado en (4) restaura la información que se habría perdido en el modelo mostrado en (3). Mostramos esto para probar que la característica $BI(\cdot)$ definida en (4) es el inverso derecho del backlash $B(\cdot)$ definido en (3). Cuando los parámetros cr , cl y m del backlash son

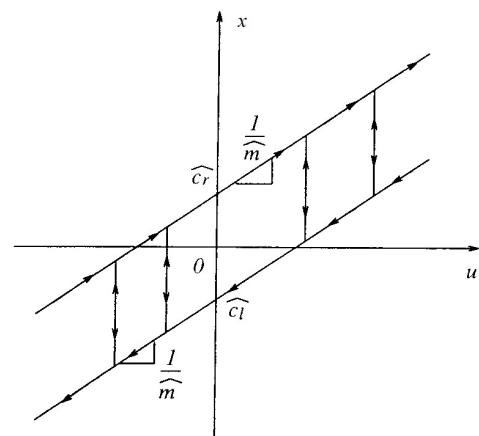


Figura 3. Representación del Backlash Inverso

desconocidos, podemos usar estimaciones $\hat{c}r$, $\hat{c}l$ y \hat{m} para estimar el backlash inverso: $x(t) = BI(\hat{u}(t))$ caracterizado por

$$\dot{x}(t) = \begin{cases} \frac{1}{\hat{m}}\dot{u}(t), & \text{si } \dot{u}(t) > 0, & x(t) = \frac{u(t)}{\hat{m}} + \hat{c}r, \delta \\ & , & \text{si } \dot{u}(t) < 0, & x(t) = \frac{u(t)}{\hat{m}} + \hat{c}l \\ 0 & , & \text{si } \dot{u}(t) = 0 \\ \hat{g}(t, t), & \text{si } \dot{u} > 0, & x(t) = \frac{u(t)}{\hat{m}} + \hat{c}l \\ -\hat{g}(t, t), & \text{si } \dot{u}(t) < 0, & x(t) = \frac{u(t)}{\hat{m}} + \hat{c}r \end{cases} \quad (7)$$

donde

$$\hat{g}(\tau, t) = \delta(\tau - t)(\hat{c}r - \hat{c}l)$$

es la estimación de $g(\tau, t)$ definida en (5). Gráficamente, el backlash inverso (7) con parámetros estimados es representado en la figura 3 por dos líneas rectas y saltos verticales entre las líneas, donde la parte baja es

$$x(t) = \frac{u(t)}{\hat{m}} + \hat{c}l, \dot{u}(t) < 0 \quad (8)$$

y la parte alta es

$$x(t) = \frac{u(t)}{\hat{m}} + \hat{c}r, \dot{u}(t) > 0 \quad (9)$$

Los saltos verticales de $x(t)$ ocurren cuando \dot{u} cambia de signo.

2.3 Modelo Inverso suave del Backlash

En [Zhou and Wen, 2008] se propone un modelo inverso suave del backlash, para efecto de compensación del efecto del backlash en sistemas no lineales dado en (3). Ellos utilizan dicho modelo para diseñar un controlador adaptable y proponen el modelo inverso suave del backlash, como sigue.

$$x = B_S I(u) = \frac{1}{m}u + cr * xr(\dot{u}) + cl * xl(\dot{u}) \quad (10)$$

donde

$$xr(\dot{u}) = \frac{e^{k\dot{u}}}{e^{k\dot{u}} + e^{-k\dot{u}}}$$

$$xl(\dot{u}) = \frac{e^{-k\dot{u}}}{e^{k\dot{u}} + e^{-k\dot{u}}}$$

donde k es una constante positiva. xr y xl tienen las siguientes características

$$xr(\dot{u}) \rightarrow 1 \text{ cuando } \dot{u} \rightarrow \infty; \quad xr(\dot{u}) \rightarrow 0 \text{ cuando } \dot{u} \rightarrow -\infty;$$

$$xl(\dot{u}) \rightarrow 0 \text{ cuando } \dot{u} \rightarrow \infty; \quad xl(\dot{u}) \rightarrow 1 \text{ cuando } \dot{u} \rightarrow -\infty.$$

Los modelos descritos anteriormente del Backlash dado por (3), (4) y (10) representaran el fenómeno del juego mecánico en el IMDU, provocado por el módulo del Backlash implementado en el sistema físico (ver figura 5). En la siguiente sección diseñaremos el control por modelo interno para observar el desempeño del sistema considerando el inverso del backlash como método de compensación del efecto del fenómeno en el sistema.

2.4 Control por modelo interno para sistemas con backlash interno

Mostramos el caso donde x es la entrada a una parte no lineal $B_G(\cdot)$ y u es su salida; esta salida es la entrada al sistema lineal, invariante en el tiempo $G(D)$, como se

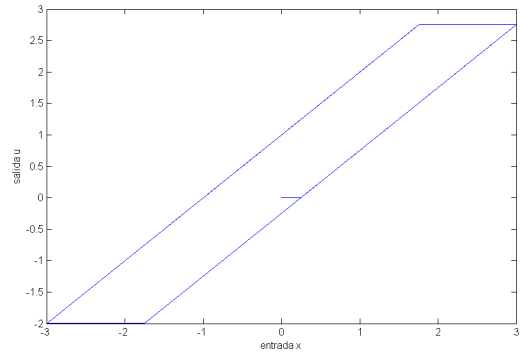


Figura 4. Backlash Duro

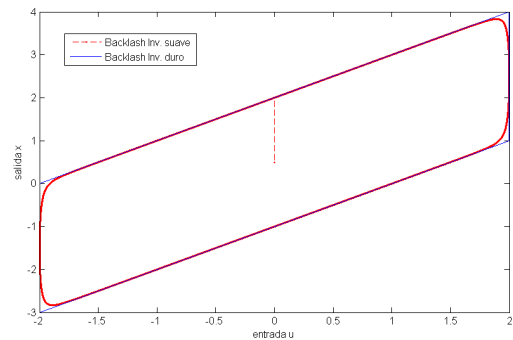


Figura 5. Se muestra el Backlash Inverso; (Línea en rojo punteada: Backlash Inverso suave; Línea en negro: Backlash Inverso Duro).

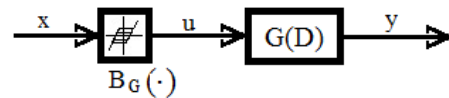


Figura 6. Planta con una entrada no lineal.

muestra en la figura 6 se describe como

$$y(t) = G(D)[u](t), u(t) = B_G(x(t)), \quad (11)$$

donde $G(D) = kp \frac{Z(D)}{P(D)}$, kp es una ganancia constante, $Z(D)$ y $P(D)$ son polinomios de grado n y m , respectivamente. El símbolo D denota, la transformada de Laplace s variable o el operador de el tiempo diferencial $D[x](t) = \dot{x}(t)$ en tiempo continuo.

Aunque el CMI clásico se ha utilizado para el control de sistemas suaves, no es adecuado utilizarlo para controlar sistemas con no linealidades no suaves (se tiene el problema de manejar modelos inversos del backlash). En esta sección, se propone un esquema de control por modelo interno para sistemas con backlash interno(CMIS) para abordar el control de tales sistemas con backlash interno.

En el sistema mostrado en la figura 7, supongamos que el subsistema P_1 es un sistema de fase mínima, y el subsistema P_2 en el sistema mostrado es estable. Basándose en la suposición anterior, el modelo inverso del subsistema P_1 puede obtenerse. Entonces el modelo inverso del modelo de P_1 , (G_1^{-1}), es implementado para compensar el efecto del subsistema P_1 . Por lo tanto $G_1^{-1}P_1 \approx 1$.

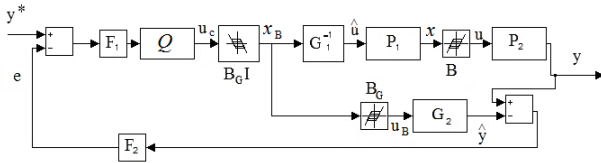


Figura 7. Esquema de control CMIS para un sistema con backlash interno.

El esquema del control por modelo interno para el sistema dado se muestra en la figura 7. P_1, B y P_2 representan el sistema con backlash interno, G_2 representa el modelo del sistema P_2 , G_1^{-1} es el inverso de G_1 que es el modelo aproximado de P_1 , B_G es el modelo del backlash del sistema con backlash interno. El controlador en esta estructura consiste de dos filtros F_1 y F_2 , así como $Q = G_2^{-1}$ y $B_G I$. donde $B_G I$ es el modelo inverso del backlash dado por B_G . u_c es la salida del controlador, x_B es la salida de $B_G I$, u es la salida de B , x es la entrada de B , \hat{u} es la entrada de P_1 , u_B es la salida de B_G , y^* es la señal de referencia y y es la salida del sistema.

Si el error de compensación del subsistema puede ser despreciado, con el fin de compensar el efecto del backlash, un operador invertible, es decir $B_G I$ se introduce en el controlador. Por lo tanto, la salida del sistema se puede representar por

$$y(t) \approx P_2[u](t), u(t) = B(x(t)). \quad (12)$$

y la salida del modelo correspondiente del sistema es

$$\hat{y}(t) = G_2[u_B](t), u_B(t) = B_G(x_B(t)) \quad (13)$$

Para evitar que la función de transferencia del controlador Q sea impropia se agrega un filtro F_1 a dicha función de transferencia una de las posibles formas de dicho filtro está dada por

$$F_1 = \frac{1}{(\lambda s + 1)^n} \quad (14)$$

donde el orden del filtro n se elige de manera tal que Q sea una función de transferencia propia donde λ es un parámetro de sintonización del controlador, que determina la rapidez del sistema en lazo cerrado. El error de modelado puede hacer crecer la señal de realimentación y originar problemas de estabilidad. Por esta razón se introduce el filtro F_2 . Mediante un diseño adecuado, el filtro se puede elegir de manera que se reduzca la ganancia del sistema realimentado, lo que resulta en un alejamiento del controlador perfecto. El efecto de esta acción es introducir robustez en la estructura del esquema de control. Cabe mencionar que $B_G I$ puede estar definido por las ecuaciones dadas en (4) cuando se considera el $B_G I_{duro}$ y por (10) cuando se considera el $B_G I_{suave}$.

2.5 Plataforma experimental.

En la figura 8 se muestra la unidad mecánica industrial (Industrial Mechatronic Drives Unit, IMDU), de la compañía Quanser.

En la figura 9 se muestra la representación esquemática de la configuración de este sistema, en donde G_1 y G_2 son el subsistema lineal de entrada y el subsistema lineal de salida, respectivamente. J_1 y J_2 son los momentos de inercia, B_1 y B_2 son las constantes de fricción viscosa,

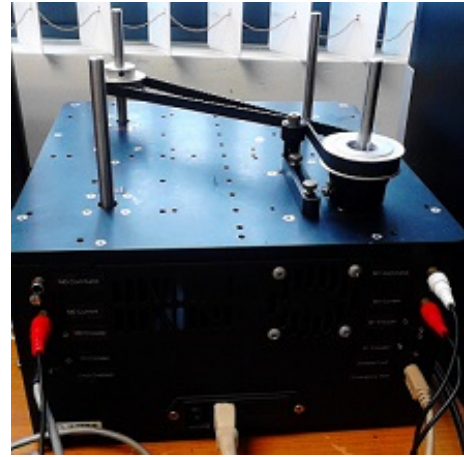


Figura 8. Unidad mecánica industrial (IMDU)

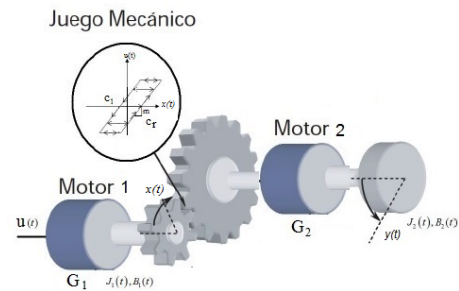


Figura 9. Configuración física del sistema IMDU

Cuadro 1. A

Parámetro	Valor
Resistencia $R_{1,2}$	1,01 Ω
Inductancia $L_{1,2}$	1,6 mH
Amortiguamiento viscoso B_1	$1,2 \times 10^{-5}$ Nm/s
Amortiguamiento viscoso total de G_2 B_{2T}	$1,2 \times 10^{-5}$ Nm/s
Constante eléctrica k_t	$6,12 \times 10^{-2}$ V/seg
Inercia del motor $J_{1,2}$	$2,6 \times 10^{-5}$ kgm ²
Inercia del modulo de backlash J_b	$5,5706 \times 10^{-5}$ kgm ²
Inercia de polea 25 J_{25}	$1,5709 \times 10^{-5}$ kgm ²
Inercia total del motor 1 y motor 2 $J_{1T,2T}$	kgm ²
Relación/engranaje motor-salida z	3

$x(t)$ y $y(t)$ representan las velocidades angulares, y $u_c(t)$ es la señal de control. m, cr y cl son los parámetros del juego mecánico (backlash). La configuración que muestra la figura 9 representa el caso en el que el juego mecánico se encuentra entre dos sistemas.

Los modelos que describen los subsistemas lineales (G_1 y G_2) del sistema mostrado en la figura 9 se presentan a continuación

$$G_1 = \frac{k_t}{(J_{1T}s + B_1)(L_1s + R_1) + k_t^2} \quad (15)$$

$$G_2 = \frac{k_t}{(J_{2T}s + B_{2T})(L_2s + R_2) + k_t^2} \quad (16)$$

$$F_{1,2} = \frac{1}{(\lambda_{1,2}s + 1)^2} \quad (17)$$

donde

$$J_{1T} = (J_1 + J_b)z^2 \text{ y } J_{2T} = (J_2 + J_{25})z^2.$$

El modelo del juego mecánico está dado en (3).

Los parámetros de simulación de los sistemas G_1 y G_2 son tomados del manual de la plataforma IMDU y se muestran en el cuadro 1.

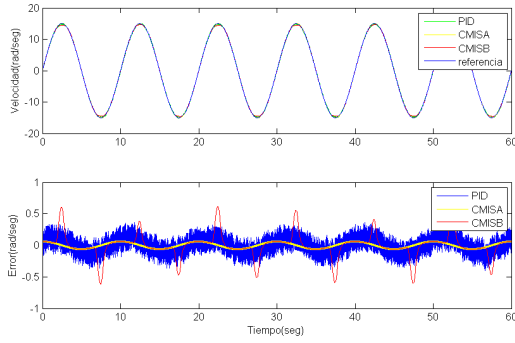


Figura 10. Respuesta del sistema con señal senoidal de referencia, parámetros del backlash $m = 1, cr = 0,93, cl = -0,93$ y $k = 16$ para el $B_G I$ suave.

2.6 Resultados numéricos y experimentales

A continuación se presentan los resultados de desempeño del sistema global obtenidos con el controlador CMIS contra el desempeño obtenido con un PID, sintonizado de manera heurística. Esto se realizó manteniendo como constantes los parámetros del backlash $cl = cr = \pm 0,93$ para el subsistema formado por P_1 y P_2 . En el subsistema formado por G_1 y G_2 , estos parámetros se consideran diferentes, considerando que la caracterización es más compleja para estos términos. Los valores de $\lambda_1 = 0,0032$ y $\lambda_2 = 0,0006$ para los filtros F_1 y F_2 , son los valores con los que el sistema obtiene el mejor desempeño, cuando se consideran el $B_G I_{duro}$ y el $B_G I_{suave}$ dados por las ecuaciones (4) y (10) respectivamente, para compensar el efecto del backlash. Se determinó como señal de referencia y^* , una señal variante en el tiempo tipo senoidal con una amplitud de $15 rad/seg.$ y una frecuencia de $0,1 Hz.$

Para el esquema del CMIS mostrado en la figura 7, se utilizan dos configuraciones las cuales se dan a continuación: **CMISA** cuando en el sistema se compensa el efecto del backlash con el modelo $B_G I_{duro}$.

CMISB cuando en el sistema se compensa el efecto del backlash con el modelo $B_G I_{suave}$.

En la figura 10 se muestran las respuestas numéricas del sistema global obtenidos con los esquemas con CMISA y con CMISB; además se comparó con las obtenidas con un esquema con PID considerando la referencia y^* constante en el tiempo. Para ambos casos de los esquemas con CMISA y con CMISB, se consideran los parámetros $m = 1, cr = 0,93$ y $cl = -0,93$, iguales en la planta y en el modelo. Se puede ver claramente que con el esquema con CMISA se tiene un mejor desempeño que con los esquemas con PID y con CMISB. Esto lo podemos observar claramente en la figura 11, donde se muestra que en el esquema con PID, $y(t)$ se mantiene oscilando alrededor de la señal de referencia y^* , lo cual no es recomendable para el sistema físico. En la figura 10 inferior, se muestra el error en estado estacionario, donde se puede ver que el sistema con el esquema con CMISA tiene un error estacionario de $\pm 0,05 rad/seg.$ de magnitud, mostrando un mejor desempeño para el caso donde se consideran los parámetros del backlash cr, cl y m iguales en la planta y en el modelo.

En la figura 12, se muestran las respuestas numéricas, del sistema considerando la variación de los parámetros $m = 1, cl = 1,86$ y $cr = 1,86$ en el backlash. Donde se puede ver

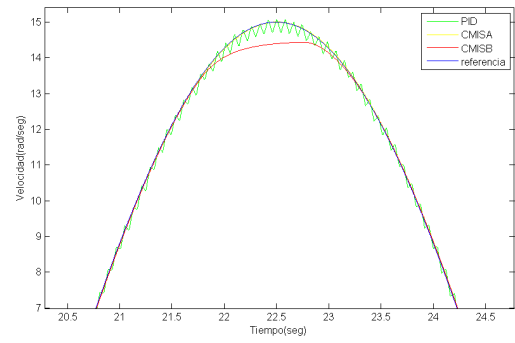


Figura 11. Acercamiento de la figura 10 superior.

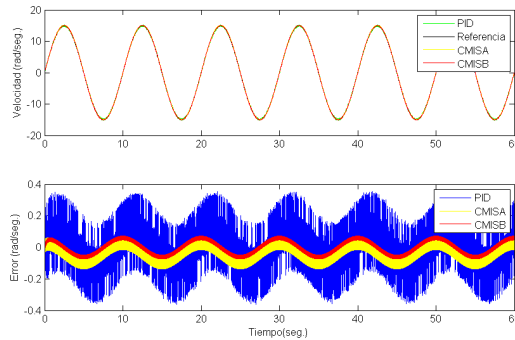


Figura 12. Respuesta del sistema con señal senoidal de referencia, parámetros del backlash $m = 1, cr = 1,86, cl = -1,86$ y $k = 5$ para el $B_G I$ suave.

que el sistema tiene un mejor desempeño cuando se usa el esquema con CMISA y con el esquema con CMISB, que cuando se usa el esquema con PID. Esto se puede observar con mayor claridad en la figura 12 inferior, donde podemos ver que el sistema con el esquema con CMISB tiene un error de estado estacionario de $\pm 0,0032 rad/seg.$ y con el esquema con CMISA muestra un error que oscila en un rango de $-0,0032$ a $-0,0831 rad/seg.$ y el esquema con PID muestra un error de $\pm 0,312 rad/seg.$ de magnitud para este caso. Entonces podemos tener un margen de robustez ante cambios paramétricos del backlash en el modelo, quedando un intervalo de valores para garantizar un buen desempeño del sistema cuando se utiliza el esquema con CMISB de $cl = cr = \pm 1 \rightarrow 1,86$ y con el esquema con CMISA se garantiza un buen desempeño, cuando se consideran a m, cl y cr iguales en la planta y en el modelo.

Ahora mostramos los resultados experimentales de desempeño del sistema global obtenidos con los esquemas con PID, con CMISA y con CMISB. Los valores de las ganancias utilizadas en el controlador del esquema con PID son $kp = 8,264, ki = 0,008689$ y $kd = 6,72e - 6$, las cuales se sintonizaron heurísticamente.

En la figura 13, se muestran los desempeños del sistema global con los esquemas con PID, con CMISA y con CMISB, considerando los parámetros del backlash $m = 1, cr = 1,86, cl = -1,86$ y $k = 40$. Se puede observar en la figura 13 superior, que el sistema con el esquema con CMISB muestra un mejor desempeño de seguimiento. Esto se puede ver mas claramente en la figura 14; donde se observa que el sistema con el esquema con CMISB muestra

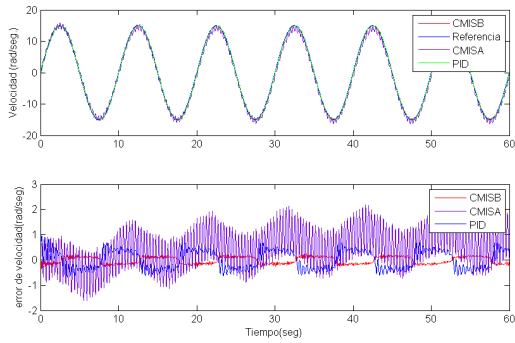


Figura 13. Respuesta experimental del sistema con señal sinusoidal de referencia, parámetros del backlash $m = 1$, $cr = 1,86$, $cl = -1,86$ y $k = 40$ para el B_GI suave.

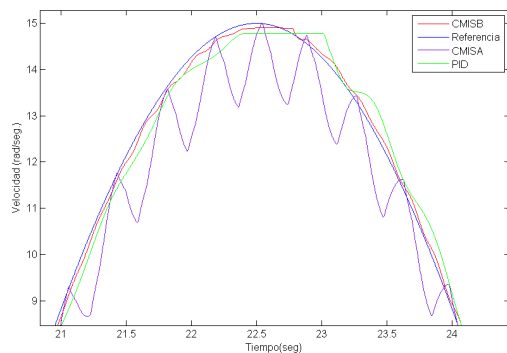


Figura 14. Acercamiento de la figura 13.

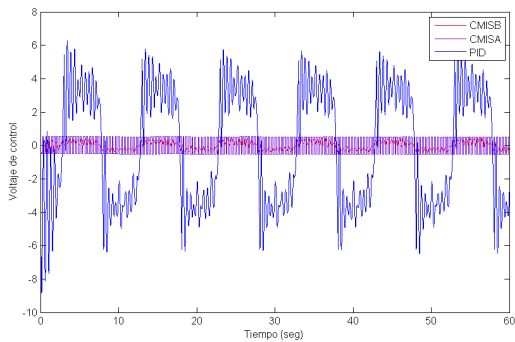


Figura 15. Voltaje de control para la respuesta experimental del sistema.

un mejor desempeño, regulando el error ante un cambio considerable en los parámetros del backlash. En la figura 15, se muestra que el voltaje de control requerido para cada controlador de los esquemas, donde observamos que el esquema con PID requiere un voltaje de $\pm 5,75\text{volts}$, el esquema con CMISA requiere $\pm 0,51\text{volts}$ y el esquema con CMISB requiere $\pm 0,389\text{volts}$. Con lo que podemos ver que el sistema con el esquema con CMISB es el que ofrece un mejor desempeño ante cambios paramétricos del backlash, además de requerir un voltaje menor para ofrecer dicho desempeño en un sistema con backlash interno.

3. CONCLUSIÓN

En este trabajo se presentó el diseño del esquema CMIS, utilizando el modelo del B_GI_{duro} y el modelo del B_GI_{suave} , para compensar el efecto del backlash en un sistema con backlash interno, comparando su desempeño numérico y experimental con un esquema con PID. Para estas pruebas se proponen cambios en los parámetros del backlash en el modelo de los esquemas con CMISA y con CMISB, específicamente en cl y cr . Proponiendo el caso donde se consideran iguales tanto en la planta a controlar como en el modelo del sistema.

Posteriormente se muestra el desempeño del sistema para cada esquema, cuando se hacen cambios paramétricos en el backlash, en el modelo del sistema, sin hacer cambios de dichos parámetros en la planta a controlar, observando cierta robustez a variaciones paramétricas, cuando se usa el esquema con CMISA, cuando los valores de dichos parámetros son casi iguales y con el esquema con CMISB presenta un mejor desempeño, cuando los parámetros del backlash tienen una variación considerable con respecto al backlash de la planta del sistema. Por lo que se concluye que el sistema presenta una mejor robustez a cambios paramétricos, cuando se utiliza el esquema con CMISB, para sistemas con backlash interno, cuando no se tiene la posibilidad de identificar dichos parámetros del backlash. Se presentan algunos resultados numéricos y experimentales para ilustrar el desempeño del sistema con el esquema propuesto y verificar la robustez de dicho esquema ante cambios paramétricos del backlash, compensando su efecto tanto con el B_GI_{duro} como con el B_GI_{suave} del mismo. Como trabajo futuro, la aplicación de esta metodología se hará a otros sistemas con backlash interno como la CVTE, además de desarrollar un trabajo formal sobre la estabilidad del control en lazo cerrado del sistema.

REFERENCIAS

- Ruili Dong and Yonghong Tan. Internal model control for dynamic systems with preceded backlash. *ASME Journal of Dynamic systems, Measurement and Control.*, 131:024504-1/024504-5, 2009.
- Ruili Dong, Yonghong Tan, and David HE. A nonsmooth imc method for mechanical systems with backlash. *J Control Theory Appl.*, 11(4):600-607, 2013.
- E. N. Mandujano-García. *Control con modelo interno de sistemas mecánicos con juego mecánico (backlash)*. Tesis Maestría, CICESE, 2010.
- M. Nordin and P. Gutman. Controlling mechanical systems with backlash a survey. *Automatica.*, 38:1633-1649, 2002.
- G. Tao and P. Kokotovic. *Adaptive Control of Systems with Actuator and Sensor Nonlinearities*. John Wiley and Sons. Inc., USA., 1996.
- Gan Tao, Xiaoli Ma, and Yi Ling. Optimal and nonlinear decoupling control of systems with sandwiched backlash. *Automatica*, 37(2):165-176, 2001.
- J. Zhou and C. Wen. *Adaptive Backstepping Control of Uncertain Systems*. Springer, Berlin Heidelberg, 2008.