

Formación de Robots Móviles Omnidireccionales Considerando su Modelo Dinámico

J.A. Delgado-Báez, R. Castro-Linares, M. Velasco-Villa

*Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto
Politécnico Nacional. Departamento de Ingeniería Eléctrica. Av.
Instituto Politécnico Nacional 2508 Col. San Pedro Zacatenco 07300,
México, D. F. E-mail: {jdelgado, rcastro, velasco}@cinvestav.mx*

Resumen— En este trabajo se presenta el problema de control de formación de un conjunto finito de robots móviles omnidireccionales descritos por su modelo dinámico. El objetivo de control es lograr que cada robot mantenga su posición en la formación mientras sigue una trayectoria predefinida. Para resolver este problema se considera el esquema de control conocido como *Path following sincronizado*. Se muestra la estabilidad del sistema en lazo cerrado y se evalúa el esquema propuesto mediante simulaciones numéricas.

Palabras Clave: Problema de formación, path following, robot omnidireccional.

1. INTRODUCCIÓN

Avances recientes en técnicas de control para grupos de agentes han incrementado el interés en el control de formación lo que ha producido un gran número de publicaciones en diferentes áreas de aplicación, desde robots móviles hasta el control de múltiples satélites de comunicación (D. B. Kingston [2005], V. Kumar [2005], W. Ren [2005]).

Una gran cantidad de trabajo se ha realizado considerando el esquema denominado *path following sincronizado*, la cual es una estrategia de control basada en técnicas de Lyapunov, backstepping y sistemas no lineales en cascada que se combinan para lograr el recorrido de una trayectoria deseada en la que el tiempo no es la variable más importante. Además de obtener el recorrido de la trayectoria mencionada se requiere que los vehículos integrantes del grupo de agentes mantengan una formación determinada (A. Aguiar [2009], E. Borhaug [2007]). En los trabajos desarrollados por Arcaik [2007], I.F. Ihle [2007] y Bai et al. [2011] se introduce el concepto de pasividad como una herramienta de diseño que unifica varios problemas de control cooperativo, incluyendo los problemas de formación y de consenso.

El objetivo principal en el problema de *path following* es diseñar leyes de control que fuercen a la salida del sistema a recorrer una trayectoria deseada sin que el tiempo actual tenga el papel principal. Como un objetivo secundario, se requiere que el sistema obedezca una asignación dinámica como puede ser la velocidad o la aceleración a lo largo de la trayectoria.

En este trabajo se considera el control de formación de un grupo de robots móviles tipo (3,0) (G. Campion [1996]) descritos por su modelo dinámico, lo que marca una diferencia con el enfoque comúnmente utilizado en la literatura basado en el modelo cinemático de los vehículos.

El procedimiento de diseño considerado está basado en los resultados presentados en R. Skjetne [2004]; en donde se divide el objetivo de control en una parte geométrica y una dinámica. En la etapa geométrica se obtiene la convergencia hacia una trayectoria deseada, parametrizada por una

variable auxiliar, y su posterior seguimiento. La segunda etapa se utiliza para satisfacer una asignación de velocidad deseada a lo largo de la trayectoria deseada, esta estrategia requiere una pequeña cantidad de variables compartidas entre los robots. En particular, en este trabajo se utilizará la formulación del problema dada en R. Skjetne [2004] la cual produce leyes de control que obligan al sistema a seguir una trayectoria prescrita, parametrizada por una variable auxiliar θ , y que además asigna una velocidad deseada a los vehículos que debe ser alcanzada, con un valor $\dot{\theta}$, cuando $t \rightarrow \infty$.

El resto del trabajo está organizado de la siguiente manera: en la Sección 2 se presenta el modelo dinámico de los robots tipo (3,0). En la Sección 3, se presenta el problema de formación así como también la generación de las trayectorias deseadas. Posteriormente, en la Sección 4, se presenta la estrategia de control utilizada para obtener la solución del problema de formación en un grupo de robots móviles omnidireccionales, mostrando formalmente la estabilidad del sistema en lazo cerrado. En la Sección 5, se muestra mediante experimentos en simulación numérica, la efectividad de la estrategia de control desarrollada. Finalmente, en la Sección 6 se presentan las conclusiones del trabajo.

2. ROBOT MÓVIL OMNIDIRECCIONAL

Considerando la clase de robots móviles propulsados por ruedas, una clasificación ampliamente utilizada es la basada en los grados de movilidad δ_m y direccionabilidad δ_s (G. Campion [1996]). El robot móvil considerado en este trabajo es del tipo $(\delta_m, \delta_s) = (3, 0)$, es decir, cuenta con tres grados de movilidad y cero grados de direccionabilidad, lo que permite que se pueda desplazar en cualquier dirección de manera instantánea. Esta es la característica principal de este tipo de robots, lo cual representa una ventaja con respecto a los otros tipos de vehículos. Una vista superior de la configuración del robot móvil omnidireccional se muestra en la Figura 1.

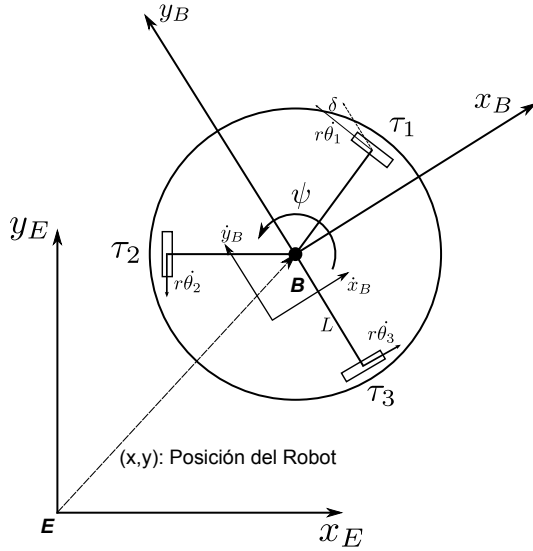


Figura 1. Robot móvil omnidireccional.

2.1 Modelo dinámico

Para cada robot omnidireccional $i, i = 1, \dots, N$, se considera el modelo (dinámico) obtenido a partir del formalismo de Euler-Lagrange [R. M. Balakrishna, 1995]. Este modelo esta descrito por,

$$\begin{aligned} \dot{\eta}_i &= R_i v_i \\ M_i \dot{v}_i + C_i(v_i) v_i &= B_i \tau_i \end{aligned} \quad (1)$$

con $\eta_i = [x_i, y_i, \psi_i]^T$ representando el vector de salida del sistema y donde $(x_i, y_i) \in \mathbb{R}^2$ describe la posición del vehículo en el marco inercial E (dado por (X_E, Y_E)) y ψ_i es el ángulo de orientación. $v_i = [v_{i,1}, v_{i,2}, v_{i,3}]^T \in \mathbb{R}^3$ es el vector de velocidad en el marco de referencia móvil B . Las matrices M_i y C_i involucradas en el modelo denotan la matriz de inercia y de Coriolis, respectivamente, mientras que $\tau = [\tau_1 \ \tau_2 \ \tau_3]^T$ constituye las fuerzas y momentos de control generalizados en el marco de referencia móvil. La matriz $R_i \in SO(3)$ es la matriz de rotación del móvil con respecto al marco inercial. Dado ψ_i , R_i puede escribirse como,

$$R_i = R_i(\psi_i) = \begin{pmatrix} \cos \psi_i & -\sin \psi_i & 0 \\ \sin \psi_i & \cos \psi_i & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (2)$$

R_i satisface, $R_i^T R_i = I_3$, donde I_3 es la matriz identidad de dimensión 3×3 , tal que

$$\dot{R}_i = R_i S \dot{\psi}_i = \dot{\psi}_i S R_i \quad (3)$$

donde

$$S = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

El modelo dado por la ecuación (1) se complementa mediante las matrices,

$$M_i = \begin{bmatrix} M_p + \frac{3I_r}{2r^2} & 0 & 0 \\ 0 & M_p + \frac{3I_r}{2r^2} & 0 \\ 0 & 0 & I_p + \frac{3L^2 I_r}{r^2} \end{bmatrix}$$

$$C_i(v_i) = \begin{bmatrix} 0 & -\dot{\psi}_i M_p & 0 \\ \dot{\psi}_i M_p & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

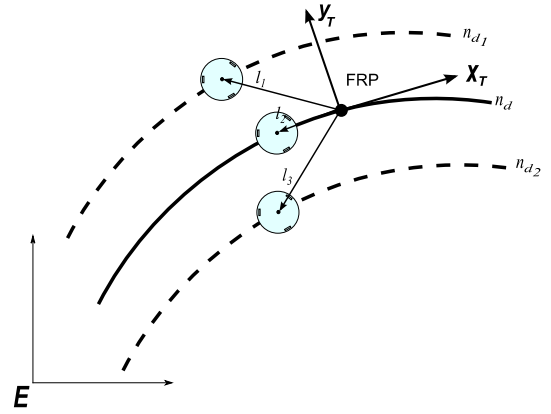


Figura 2. Generación de las trayectorias deseadas.

$$B_i = \frac{1}{r} \begin{bmatrix} -\sin \delta & -\sin \delta & 1 \\ \cos \delta & -\cos \delta & 0 \\ L & L & L \end{bmatrix}, \quad \delta = \frac{\pi}{6}$$

donde, M_p es la masa total de cada robot, I_r es la inercia de cada rueda, I_p es la inercia de cada robot, L es la distancia del centro de masa a cualquiera de las ruedas y r es el radio de las ruedas.

3. FORMACIÓN DEL GRUPO DE ROBOTS

El grupo de robots del tipo dado en la ecuación (1) para $i = 1, \dots, N$, describe una formación que se genera indirectamente a partir de la definición de un grupo de trayectorias deseadas que se introducen a continuación.

3.1 Generación de la trayectoria

Para un grupo de N agentes se definirán N trayectorias individuales. La trayectoria deseada para el agente i está dada por $\eta_{di}(\theta_i) = [x_{di}(\theta_i), y_{di}(\theta_i), \psi_{di}(\theta_i)]^T$. Para crear trayectorias individuales para cada agente, se introduce un punto de referencia de la formación (PRF) y se diseñan de vectores de designación $l_i \in \mathbb{R}^3$, relativos al PRF que corresponden a la formación deseada del agente i . Nótese que θ_i es una variable que parametriza la trayectoria deseada η_{di} en la forma $\eta_{di} = \{\eta_i \in \mathbb{R}^3 \mid \exists \theta \in \mathbb{R} \text{ tal que } \eta_i = \eta_{di}\}$ Definiendo la trayectoria deseada para el PRF como $\eta_d(\theta) = [x_d(\theta), y_d(\theta), \psi_d(\theta)]^T$, el agente i seguirá la trayectoria,

$$\eta_{di}(\theta) = \eta_d(\theta) + R(\theta) l_i \quad (4)$$

donde $R(\theta) = R(\psi_d(\theta))$ denota la matriz de rotación desde el marco de referencia T al marco de referencia E , como se describe en la Figura 2. En particular, el vector tangente a lo largo de la trayectoria es escogido como el eje x del marco de referencia T , esto es, $x_T = \frac{\partial x_d(\theta)}{\partial \theta}$ y $y_T = \frac{\partial y_d(\theta)}{\partial \theta}$. El ángulo de orientación deseado $\psi_d(\theta)$ puede entonces ser calculado como el ángulo del vector tangente en el marco inercial, más precisamente,

$$\psi_d(\theta) = \arctan\left(\frac{y_T}{x_T}\right) = \arctan\left(\frac{\frac{\partial y_d(\theta)}{\partial \theta}}{\frac{\partial x_d(\theta)}{\partial \theta}}\right). \quad (5)$$

Un agente individual sustituye su propia θ_i en (4) y obtiene su trayectoria deseada. Cuando las variables θ_i están sincronizadas, los agentes se encontraran en la configuración de formación deseada.

3.2 Topología de comunicación

La topología de comunicación entre los miembros de la formación es descrita por una gráfica G . Entiéndase por una gráfica como una representación abstracta de un grupo de nodos donde algunos de ellos son conectados por lazos. Mas formalmente, una grafica G es un par ordenado $G = (V, E)$ que consiste de un conjunto V de nodos y un conjunto $E \subset V \times V$ de lazos. Así, un lazo es un par ordenado de dos nodos distintos. Dos miembros, $i, j \in G$, son vecinos si pueden acceder al error de sincronización $\theta_i - \theta_j$, esto es, se consideran vecinos si comparten información entre ellos sin considerar su posición geométrica. En este caso, se conectan los nodos i -ésimo y j -ésimo de G por un lazo de comunicación k . El flujo de información debe ser bidireccional pero, por simplicidad en el desarrollo, se designa una orientación a la gráfica al considerar uno de los nodos como el extremo positivo del lazo de comunicación. Para un grupo de N miembros con ℓ lazos de comunicación, la matriz de incidencia D (generada por la gráfica G) con dimensión $N \times \ell$ tiene entradas definidas de la siguiente forma.

4. DISEÑO DE LA ESTRATEGIA DE CONTROL

La solución propuesta para el problema de sincronización de los robots omnidireccionales esta basada en la estrategia conocida como *path following* sincronizado el cual se fundamenta en técnicas de *backstepping recursivo* y un diseño basado en pasividad en el caso general. Ambos se complementan entre sí con el fin de lograr el seguimiento de la trayectoria deseada y el acuerdo grupal entre los agentes dinámicos dados en (1). Con este fin, se definen las variables de error,

$$z_{i,1} = \eta_i - \eta_{di}(\theta_i) \quad (6)$$

$$z_{i,2} = v_i - \alpha_{i,1} \quad (7)$$

$$\omega_i = v(t) - \dot{\theta}_i \quad (8)$$

donde $v_i = [v_{i,1}, v_{i,2}, v_{i,3}]^T \in \mathbb{R}^3$ es el vector de velocidad en el marco de referencia móvil B , $v(t) \in \mathbb{R}$, es la velocidad de referencia. $\omega_i \in \mathbb{R}$ es la señal de control de sincronización, $\dot{\theta}_i \in \mathbb{R}$, es la velocidad de la trayectoria parametrizada, $z_{i,1} \in \mathbb{R}^3$ es el error de seguimiento de la trayectoria deseada del agente i y $\alpha_{i,1} \in \mathbb{R}^3$ es un control virtual que se determina a continuación.

4.1 Paso 1: Control virtual

Tomando la derivada de $z_{i,1}$ con respecto del tiempo, se tiene que

$$\dot{z}_{i,1} = R_i(\alpha_{i,1} + z_{i,2}) - \frac{\partial \eta_{di}}{\partial \theta_i} \dot{\theta}_i.$$

Considérese ahora la función cuadrática

$$V_{i,1} = z_{i,1}^T P_{i,1} z_{i,1} \quad (9)$$

donde $P_{i,1} = P_{i,1}^T > 0$. Al derivar (9) con respecto al tiempo se obtiene

$$\begin{aligned} \dot{V}_{i,1} = & \left[(R_i [z_{i,2} + \alpha_{i,1}])^T - \left(\frac{\partial \eta_{di}}{\partial \theta_i} \dot{\theta}_i \right)^T \right] P_{i,1} z_{i,1} \\ & + z_{i,1}^T P_{i,1} \left(R_i [z_{i,2} + \alpha_{i,1}] - \frac{\partial \eta_{di}}{\partial \theta_i} \dot{\theta}_i \right) \end{aligned}$$

El control virtual $\alpha_{i,1}$ se elige ahora como

$$\alpha_{i,1} = R_i^T \left(A_{i,1} z_{i,1} + \frac{\partial \eta_{di}}{\partial \theta_i} v(t) \right) \quad (10)$$

donde $A_{i,1}$ es una matriz de diseño Hurwitz, tal que cada $P_{i,1} = P_{i,1}^T > 0$ es solución de la ecuación de Lyapunov

$$P_{i,1} A_{i,1} + A_{i,1}^T P_{i,1} = -I_3$$

con I_3 representando una matriz identidad de 3×3 . Entonces, al sustituir la ecuación (10), en $\dot{V}_{i,1}$ se obtiene,

$$\dot{V}_{i,1} = -z_{i,1}^T z_{i,1} + 2z_{i,1}^T P_{i,1} R_i z_{i,2} + 2z_{i,1}^T P_{i,1} \frac{\partial \eta_{di}}{\partial \theta_i} \omega_i.$$

4.2 Paso 2: Pares de control τ_i

Considérese ahora la derivada temporal de (10), esto es,

$$\dot{\alpha}_{i,1} = \sigma_{i,1} + \frac{\partial \alpha_{i,1}}{\partial \theta_i} \dot{\theta}_i$$

donde

$$\begin{aligned} \sigma_{i,1} = & \dot{R}_i^T(\psi_i) R_i(\psi_i) \alpha_{i,1} \\ & + R_i^T(\psi_i) \left[A_{i,1} R_i(\psi_i) v_i + \frac{\partial \eta_{di}}{\partial \theta_i} \dot{v}(t) \right] \\ \frac{\partial \alpha_{i,1}}{\partial \theta_i} = & R_i^T \left(-A_{i,1} \frac{\partial \eta_{di}}{\partial \theta_i} + \frac{\partial^2 \eta_{di}}{\partial \theta_i^2} v(t) \right) \end{aligned}$$

y la ecuación cuadrática

$$V_{i,2} = z_{i,2}^T P_{i,2} z_{i,2}$$

donde $P_{i,2} = P_{i,2}^T > 0$. Se define la función candidata de Lyapunov

$$V = V_{i,1} + V_{i,2}.$$

La derivada con respecto al tiempo de V está dada por

$$\begin{aligned} \dot{V} = & \dot{V}_{i,1} + \left([(B_i \tau_i)^T - v_i^T C^T] (M^{-1})^T \right. \\ & \left. - \sigma_{i,1}^T - \dot{\theta}_i^T \frac{\partial \alpha_{i,1}}{\partial \theta_i} \right)^T P_{i,2} z_{i,2} \\ & + z_{i,2}^T P_{i,2} \left(M^{-1} (B_i \tau_i - C v_i) - \sigma_{i,1} - \frac{\partial \alpha_{i,1}}{\partial \theta_i} \dot{\theta}_i \right) \end{aligned}$$

Se selecciona ahora τ_i como,

$$\begin{aligned} \tau_i = & B_i^{-1} C_i(v_i) v_i + B_i^{-1} M_i \times \\ & \times \left(A_{i,2} z_{i,2} + \sigma_{i,1} + \frac{\partial \alpha_{i,1}}{\partial \theta_i} v(t) - P_{i,2}^{-1} R_i^T P_{i,1} z_{i,1} \right) \end{aligned} \quad (11)$$

donde $A_{i,2}$ se escoge como una matriz de diseño Hurwitz, tal que $P_{i,2} = P_{i,2}^T > 0$ es solución de la ecuación de Lyapunov,

$$P_{i,2} A_{i,2} + A_{i,2}^T P_{i,2} = -I_3.$$

Entonces, al sustituir τ_i en \dot{V} , se obtiene

$$\begin{aligned} \dot{V} = & -z_{i,1}^T z_{i,1} - z_{i,2}^T z_{i,2} \\ & + 2 \left(z_{i,1}^T P_{i,1} \frac{\partial \eta_{di}}{\partial \theta_i} + z_{i,2}^T P_{i,2} \frac{\partial \alpha_{i,1}}{\partial \theta_i} \right) \omega_i \end{aligned}$$

donde se ha considerado que $\omega_i = v(t) - \dot{\theta}_i$ y que $P_{i,2} A_{i,2} + A_{i,2}^T P_{i,2} = -I_3$ para $P_{i,2} = P_{i,2}^T > 0$.

A partir de los desarrollos anteriores, derivando $z_{i,1}$ y $z_{i,2}$, el sistema en lazo cerrado en las coordenadas $(z_{i,1}, z_{i,2})$, toma entonces la forma,

$$\begin{aligned} \dot{z}_i = & F_i(\eta_i) z_i - g_i(t, \eta_i, \theta_i) \omega_i \\ \dot{\theta}_i = & v(t) - \omega_i \end{aligned} \quad (12)$$

con

$$F_i = \begin{pmatrix} A_{i,1} & R_i(\psi_i) \\ -P_{i,2}^{-1}R_i^T(\psi_i)P_{i,1} & A_{i,2} \end{pmatrix}, g_i = \begin{pmatrix} -\frac{\partial \eta_{di}}{\partial \theta_i} \\ \frac{\partial \alpha_{i,1}}{\partial \theta_i} \end{pmatrix}$$

y donde $z = [z_1 = \eta - \eta_d(\theta), z_2 = v - \alpha_1]^T$ es un conjunto de variables que incluyen el error de seguimiento $n - n_d$ y sus derivadas, y ω_i es un término de retroalimentación que debe ser diseñado de tal forma que la velocidad de referencia $v(t)$ se logre asintóticamente, es decir, tal que,

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \omega_i = 0. \quad (13)$$

Como se mencionó anteriormente, el objetivo de la estrategia de *path following* sincronizado es diseñar ω_i tal que las variables θ_i , $i = 1, \dots, N$, lleguen a un acuerdo con la condición (13) satisfecha. El diseño de cada ω_i depende de las variables del agente i y de sus agentes vecinos. Por lo tanto, solo una variable escalar necesita ser transmitida desde cada agente a sus vecinos.

Una idea para sincronizar θ_i es diseñar una entrada de control ω_i en la forma,

$$\omega_i = \mathcal{H} \{u_i\} = \mathcal{H} \left\{ \sum_{k=1}^{\ell} d_{ik} \psi_k(\tilde{\theta}_k) \right\} \quad (14)$$

para $i = 1, \dots, N$ y donde $u = [u_1^T, \dots, u_N^T]^T$ y $\tilde{\theta} = [\tilde{\theta}_1, \dots, \tilde{\theta}_\ell]^T \in \mathbb{R}^{\ell}$ y donde \mathcal{H} puede denotar un bloque estático o dinámico.

A pesar que la función $\psi_k(\tilde{\theta}_k)$ puede ser en general una función no lineal que cumpla con las propiedades expuestas en [Arcak, 2007], para nuestro caso es suficiente considerar

$$\psi_k(\tilde{\theta}_k) = \tilde{\theta}_k = \sum_{l=1}^N d_{lk} \theta_l \quad (15)$$

Por lo tanto,

$$u_i = \sum_{k=1}^{\ell} d_{ik} \tilde{\theta}_k.$$

Equivalentemente,

$$u = D\tilde{\theta}.$$

En las ecuaciones anteriores recuérdese que ℓ es el número de lazos de comunicación, N es el número de vehículos del grupo y d_{ik} , d_{lk} están dados en la Definición ???. En el caso del grupo de robots móviles omnidireccionales, \mathcal{H} puede ser restringido a la forma,

$$\omega_i = h_i(u_i), \quad (16)$$

tal que $h_i: \mathbb{R}^p \rightarrow \mathbb{R}^p$, satisface,

$$u_i^T \omega_i = u_i^T h_i(u_i) \geq 0. \quad (17)$$

Entonces \mathcal{H} es pasivo para todo $u \in \mathbb{R}^p$, o estrictamente pasivo si (17) se mantiene con desigualdad estricta para todo $u_i \neq 0$. En nuestro caso, se considerará que \mathcal{H} es un bloque estático.

De acuerdo con lo anterior, la expresión (15) puede ser escrita como

$$\tilde{\theta} = D^T \theta. \quad (18)$$

donde $\theta = [\theta_1, \dots, \theta_N]^T$.

Tomando en cuenta los desarrollos anteriores, la segunda ecuación en (12) puede reescribirse en términos de los errores $\tilde{\theta}$ como

$$\dot{\theta} = D^T 1_n v(t) - D^T \omega \quad (19)$$

donde 1_n es un vector columna formado con entradas unitarias y $\omega = [\omega_1, \dots, \omega_N]^T$. Considerando ahora el hecho de que, debido a la estructura particular de la matriz D , se satisface $D^T 1_n v = 0$, se tiene entonces que la dinámica de (19) está determinada por la retroalimentación ω .

Como \mathcal{H} es una matriz con entradas constantes, se tiene que

$$\omega = \mathcal{H} D \tilde{\theta}.$$

con $\mathcal{H} > 0$. Es claro entonces que a partir de la estructura de D , la adecuada selección de \mathcal{H} asegura la convergencia de $\tilde{\theta}$ al origen con una tasa de convergencia que puede modificarse a partir de los valores de las entradas de \mathcal{H} .

Las propiedades de convergencia de las señales de error z_i pueden ahora obtenerse como una propiedad de estabilidad entrada estado de la primera ecuación en (12). Para tal efecto, considérese ahora la función candidata de Lyapunov,

$$V_{z_i} = z_i^T P_i z_i$$

donde

$$P_i = \text{diag}\{P_{i1}, P_{i2}\}$$

con P_{i1} , P_{i2} definidas anteriormente. La derivada con respecto al tiempo de V_{z_i} toma entonces la forma,

$$\begin{aligned} \dot{V}_{z_i} &= [F_i(\eta_i)z_i - g_i(t, \eta_i, \theta_i)\omega_i]^T P_i z_i \\ &\quad + z_i^T P_i [F_i(\eta_i)z_i - g_i(t, \eta_i, \theta_i)\omega_i] \\ &= z_i^T [F_i^T P_i + P_i F_i] z_i - 2z_i^T P_i g_i \omega_i \end{aligned}$$

donde $F_i^T P_i + P_i F_i = -I_6$, con I_6 una matriz identidad de dimensión 6×6 . Se tiene entonces que

$$\dot{V}_{z_i} = -z_i^T z_i - 2z_i^T P_i g_i \omega_i.$$

Ya que g_i es una función uniformemente acotada y $\lim_{t \rightarrow \infty} \omega_i = 0$, se obtiene la convergencia buscada de los errores z_i .

5. EVALUACIÓN NUMÉRICA

La estrategia de sincronización para un grupo de robots móviles omnidireccionales se evaluó mediante simulaciones numéricas. Se considera un grupo homogéneo formado por cuatro robots modelados mediante su modelo dinámico en la forma dada en la ecuación (1). Los parámetros relacionado con el modelo se muestran en la Tabla 1 y corresponden a un prototipo de laboratorio existente en la Sección de Mecatrónica del CINVESTAV.

Parámetro	Unidades
$M_p = 9.85$	kg
$I_r = 0.522$	$kg \cdot m^2$
$I_p = 0.17$	$kg \cdot m^2$
$L = 0.205$	m
$r = 0.3965$	m

Tabla 1. Parámetros de los vehículos.

La topología de la comunicación entre los vehículos esta dada como se muestra en la Figura 3.

La trayectoria deseada para cada agente, $i = 1, \dots, N$ se genera a partir de,

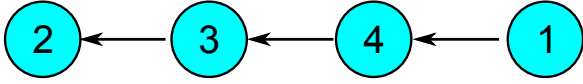


Figura 3. Gráfica inducida por la topología de comunicación.

$$n_{di}(\theta_i) = \begin{pmatrix} x_{di}(\theta_i) \\ y_{di}(\theta_i) \\ \psi_{di}(\theta_i) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R \cos\left(\frac{\pi\theta_i}{10}\right) \\ R \sin\left(\frac{\pi\theta_i}{5}\right) \\ 0 \end{pmatrix}$$

donde se ha considerado $R = 2$ y los vectores de asignación l_i toman los valores,

$$\begin{aligned} l_1 &= l_2 = [0 \ 0 \ 0]^T \\ l_3 &= [0 \ -0.2 \ 0]^T \\ l_4 &= [0 \ 0.2 \ 0]^T. \end{aligned}$$

El experimento mostrado se lleva a cabo considerando las condiciones iniciales para $\eta_i(0)$:

$$\begin{aligned} \eta_1(0) &= [2.7 \ 0 \ \pi/3]^T \\ \eta_2(0) &= [1.7 \ -0.1 \ \pi/5]^T \\ \eta_3(0) &= [2.2 \ 0.3 \ 3\pi/2]^T \\ \eta_4(0) &= [1.8 \ 0.5 \ -5\pi/3]^T \end{aligned}$$

con velocidades iniciales para cada agente nulas. La topología de comunicación considerada en la Figura 3 produce la matriz de incidencia,

$$D = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Lo cual significa que solo los pares de agentes 2 – 3, 3 – 4, y 4 – 1 puede intercambiar sus parámetros de trayectoria.

Nótese ahora que los pares de entrada a cada robot móvil, están dados por la ecuación (11), esto es,

$$\begin{aligned} \tau_i &= B_i^{-1} C_i(v_i) v_i + B_i^{-1} M_i \times \\ &\times \left(A_{i,2} z_{i,2} + \sigma_{i,1} + \frac{\partial \alpha_{i,1}}{\partial \theta_i} v(t) - P_{i,2}^{-1} R_i^T P_{i,1} z_{i,1} \right) \end{aligned} \quad (20)$$

con

$$\begin{aligned} \sigma_{i,1} &= \dot{R}_i^T(\psi_i) R_i(\psi_i) \alpha_{i,1} \\ &+ R_i^T(\psi_i) \left[A_{i,1} R_i(\psi_i) v_i + \frac{\partial \eta_{di}}{\partial \theta_i} \dot{v}(t) \right] \\ \frac{\partial \alpha_{i,1}}{\partial \theta_i} &= R_i^T \left(-A_{i,1} \frac{\partial \eta_{di}}{\partial \theta_i} + \frac{\partial^2 \eta_{di}}{\partial \theta_i^2} v(t) \right). \end{aligned}$$

Es fácil ver que en el caso de las trayectorias deseadas consideradas,

$$\frac{\partial n_{di}}{\partial \theta_i} = \begin{bmatrix} -\frac{R\pi}{10} \sin\left(\frac{\pi}{10}\theta_i\right) \\ \frac{R\pi}{5} \cos\left(\frac{\pi}{5}\theta_i\right) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (21)$$

y

$$\frac{\partial^2 n_{di}}{\partial \theta_i^2} = \begin{bmatrix} -R \left(\frac{\pi}{10}\right)^2 \cos\left(\frac{\pi}{10}\theta_i\right) \\ -R \left(\frac{\pi}{5}\right)^2 \sin\left(\frac{\pi}{5}\theta_i\right) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (22)$$

las cuales son funciones que dependen únicamente del parámetro θ_i relacionado con la parametrización de la trayectorias deseadas.

Como el término g_i está dado como,

$$g_i(t, \eta_i, \theta_i) = \begin{bmatrix} -\frac{\partial \eta_{di}^T}{\partial \theta_i} & -\frac{\partial \alpha_i^T}{\partial \theta_i} \end{bmatrix}^T$$

entonces, considerando la definición de α_i y las ecuaciones (21)-(22), es posible establecer que g_i es claramente una función uniformemente acotada.

En la retroalimentación (11) se consideró además,

$$\begin{aligned} P_{i,1} &= \text{diag}\{0.2, 0.2, 1\} \\ P_{i,2} &= \text{diag}\{10, 10, 40\} \\ A_{i,1} &= \text{diag}\{-2.5, -2.5, -0.5\} \\ A_{i,2} &= \text{diag}\{-0.05, -0.05, -0.0125\} \end{aligned}$$

con una asignación de velocidad deseada $v = 0.25$ y la matriz $\mathcal{H} = 0.5I$.

En la Figura 4, se presenta la trayectoria descrita por el grupo de robots en el plano de trabajo donde puede observarse el adecuado seguimiento en formación del grupo. En la Figura 5 se presentan los errores de seguimiento en posición en x los cuales a pesar de las condiciones iniciales nulas convergen adecuadamente. En las Figuras 6 y 7 se muestran los errores de seguimiento en posición para las variables y y ψ , respectivamente. Las señales de asignación de velocidad ω_i se muestran en la Figura 8 mientras que los pares de entrada τ_i se muestran en la Figura 9 para el caso del primer robot.

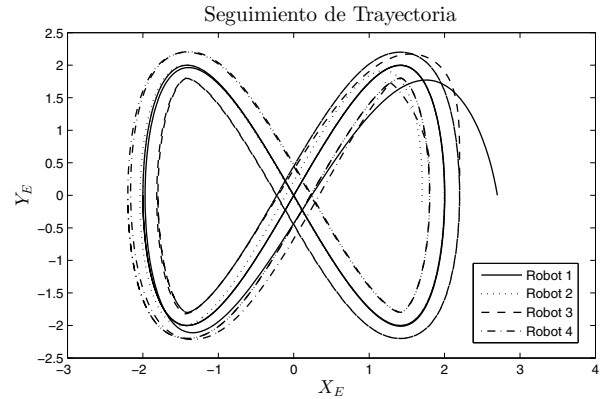


Figura 4. Seguimiento en el plano - Lemniscata.

6. CONCLUSIONES

En el presente trabajo se presenta el problema de sincronización de un grupo de robots móviles omnidireccionales descritos por medio de su modelo dinámico. Para la solución del problema se considera el enfoque de *path following sincronizado* ([Arcak, 2007]) aplicado en el caso del robot móvil considerado. Se muestra como el objetivo de sincronización puede ser alcanzado obteniendo una adecuada convergencia de los errores de seguimiento y sincronización involucrados. La estrategia de control es evaluada mediante experimentos realizados por simulación numérica obteniéndose resultados satisfactorios que motiven su futura realización en una plataforma experimental.

REFERENCIAS

M. Bayat A. Aguiar, J. Almeida, editor. *Cooperative autonomous marine vehicle motion control in the scope*

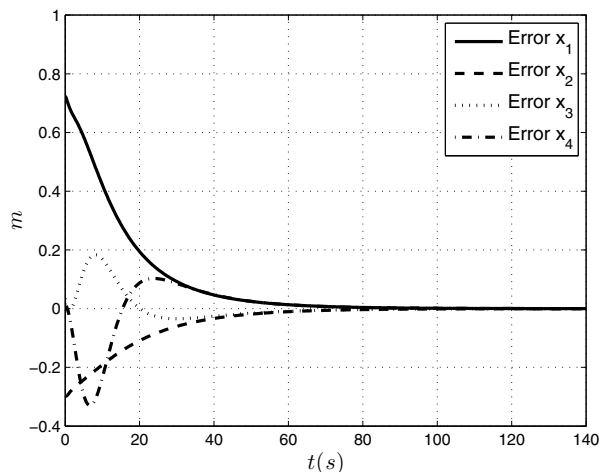


Figura 5. Evolución de los errores de posición x .

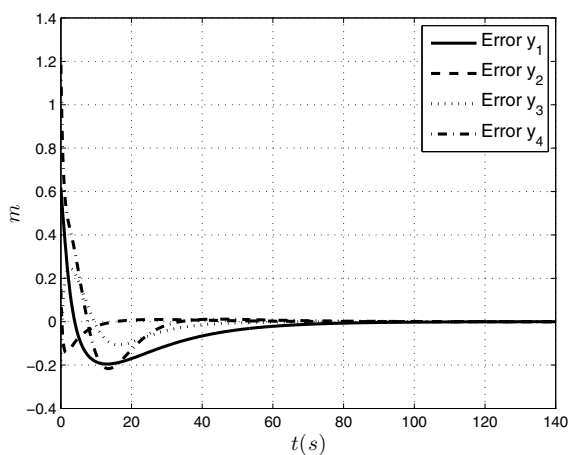


Figura 6. Evolución de los errores de posición y .

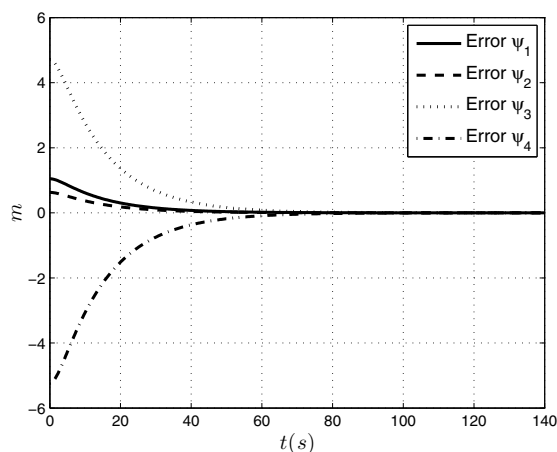


Figura 7. Evolución de los errores de posición ψ .

of the EU GREX project: theory and practice, Bremen, Germany, 2009.

M. Arcaç. Passivity as a design tool for group coordination. *IEEE Trans. Automat. Contr.*, 52:1380–1390, 2007.

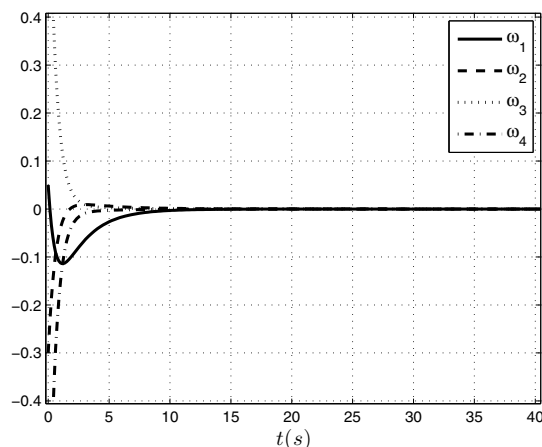


Figura 8. Evolución de las variables auxiliares ω_i .

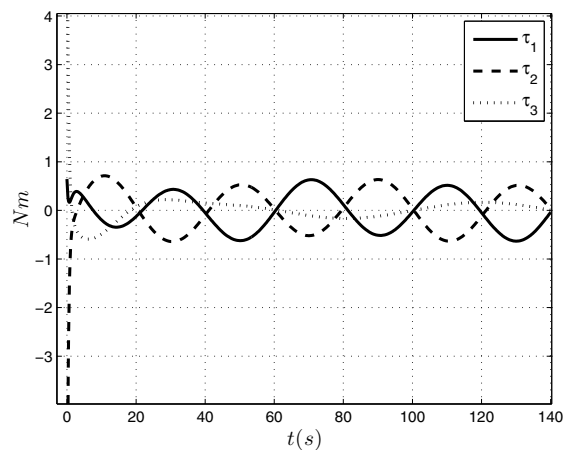


Figura 9. Pares de control para el primer robot.

H. Bai, M. Arcaç, and J. Wen. *Cooperative Control Design A Systematic, Passivity-Based Approach*. Springer, 2011.

R. W. Beard. D. B. Kingston, R. Wei, editor. *Consensus algorithms are input-to-state stable*, Portland, OR, USA, 2005.

K. Pettersen E. Borhaug, A. Pavlov, editor. *Straight line path following for formations of underactuated underwater vehicles*, New Orleans, LA, USA, 2007.

B. D'Andréa-Novel G. Campion, G. Bastin. Structural properties and classification of kinematics and dynamics models of wheeled mobile robots. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 12:47–61, 1996.

T.I. Fossen I.F. Ihle, M. Arcaç. Passivity-based designs for synchronized path-following. *Automatica*, 43:1508–1518, 2007.

A. Ghosal R. M. Balakrishna. Modelling of slip for wheeled mobile robots. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 11:126–132, 1995.

P.V. Kokotovic R. Skjetne, T. I. Fossen. Robust output maneuvering for a class of nonlinear systems. *Automatica*, 40:373–383, 2004.

A. S. Morse V. Kumar, N. Leonard, editor. *Cooperative Control*. Springer-Verlag, 3rd edition, 2005.

E. M. Atkins W. Ren, R. W. Beard, editor. *A survey of consensus problems in multi-agent coordination*, Portland, OR, USA, 2005.