

# Control PID robusto de un robot manipulador con base en un problema de optimización dinámica<sup>\*</sup>

Miguel G. Villarreal-Cervantes<sup>1\*</sup>

<sup>\*</sup> *Departamento de Posgrado, Instituto Politécnico Nacional,  
CIDETEC, Av. Juan de Dios Bátiz s/n, 07700, México, D. F., México  
(correo electrónico: mvillarrealc@ipn.mx)*

---

**Abstract:** El control proporcional-integral-derivativo (PID) con ganancias constantes ha sido ampliamente utilizado en el campo industrial para diversos sistemas electro-mecánicos. El desempeño del sistema de control en los robots manipuladores se afecta al considerar incertidumbres paramétricas, tales como, en la carga que soporta el efector final, en una superficie rugosa a pulir, etc. Existen enfoques de diseño en el control PID de ganancias constante que consideran los efectos de las incertidumbres con sistemas lineales de alto orden. Por tal motivo, en este artículo se presenta un enfoque de diseño robusto de las ganancias del control PID (DCPID-R) que considera sistemas no lineales. El enfoque de diseño robusto propuesto está con base en un problema de mono-optimización dinámica restringida y se resuelve con el algoritmo de evolución diferencial. Se analizan los resultados en simulación obtenidos con el enfoque propuesto y se compara con un enfoque de diseño óptimo.

*Keywords:* Control PID robusto, optimización dinámica, control PID, robot manipulador, evolución diferencial.

---

## 1. INTRODUCTION

El control PID en sistemas con aplicaciones industriales es ampliamente utilizado a pesar de estar presentes las técnicas de control avanzada (Khalil, 2001). La popularidad y amplio uso del control PID se debe a su simplicidad estructural, las características del desempeño y la aplicación para una amplia clase de sistemas dinámicos.

Muchas investigaciones sobre la sintonización del control PID se han enfocado a sistemas que pueden ser expresados en el dominio de Laplace (Astrom and Hagglund, 1995), Astrom and Hagglund (2006), cuyo resultado no puede ser aplicado en forma directa a sistemas no lineales como los robots manipuladores. Diversos enfoques relacionados con la sintonización del control PID se pueden clasificar en cuatro categorías (una clasificación similar se encuentra en Ang et al. (2005)). *i*) En el primer enfoque nombrada métodos analíticos, se analiza la estabilidad del sistema en lazo cerrado teniendo en cuenta las propiedades del sistema, que para sistemas no lineales es en el sentido de Lyapunov o para sistemas lineales es con base en un análisis en frecuencia, un análisis del lugar de las raíces, etc. En Cervantes and Alvarez-Ramirez (2001) se incluye una metodología para sintonizar las ganancias del control PID con base en la estabilidad semiglobal del sistema en lazo cerrado con error de seguimiento pequeño. En Kelly (1995), Kelly et al. (2006) se proporciona un procedimiento

de sintonización con base en el conocimiento de la matriz de inercia y del vector de gravedad del robot como resultado del análisis de estabilidad para en el caso de regulación. *ii*) En el segundo enfoque nombrado métodos heurísticos, la sintonización del controlador se logra por la experiencia práctica en la sintonización manual, como por ejemplo la regla de Ziegler-Nichols G. and B. (1993). En la mayoría de las veces estos procedimientos de sintonización se han patentado Ang et al. (2005). *iii*) En el tercer enfoque se formula el problema de sintonización como uno de programación matemática y se utilizan técnicas de optimización numérica para resolverlo. Este enfoque se le nombra métodos de optimización. A menudo este tipo de enfoque se realiza fuera de línea. En Calva-Yáñez et al. (2013) se realiza la sintonización óptima de las ganancias del sistema de control de un mecanismo de cuatro barras planteándolo como un problema de programación matemáticas y resolviéndolo con el algoritmo de evolución diferencial. *iv*) En el cuarto enfoque se auto-sintonizan los parámetros del control en línea, usando estrategias basadas en uno o la combinación de los enfoques previos y en un proceso de identificación en tiempo real Kuc and Han (2000a), Tang et al. (2010), Kuc and Han (2000b), Segovia et al. (2004). Este enfoque se le nombra métodos de sintonización adaptable.

Es claro que el único enfoque que podrían las ganancias del controlador PID auto-adaptarse a cambios en las condiciones de operación (incertidumbres paramétricas) es el método de sintonización adaptable. Sin embargo para ganancias constantes (ganancias que no varían con respecto al tiempo) en el sistema de control PID, los tres

---

<sup>\*</sup> Proyecto financiado por la COFAA y la SIP del Instituto Politécnico Nacional bajo el proyecto 20140926 y al CONACYT bajo el apoyo 182298.

primeros métodos antes mencionados podrían no ser adecuados cuando se presentan incertidumbres paramétricas, como por ejemplo la carga a manejar por un sistema, superficies rugosas a pulir, valores de parámetros que cambian con la temperatura, cambios en la masa del sistema (vehículos), etc. Es así que este trabajo se enfoca a la sintonización de las ganancias constantes del sistema de control PID con base en un problema de optimización, que permita que las ganancias del control PID sean tan insensibles como sea posible a cambios en algún parámetro que no se conoce a priori su variación.

Existen investigaciones en donde abordan las incertidumbres paramétricas en el control PID de ganancia constante llamándose control PID de ganancia constante robusta. Estas estrategias de sintonización se basan principalmente en el método de optimización y se aplican a sistemas lineales. En (Astrom et al., 1998) se propone el algoritmo de Newton-Raphson para encontrar las ganancias proporcional-integral (PI) que satisfacen especificaciones  $H_\infty$ . Debido a que el algoritmo de Newton-Raphson convergen a una solución próxima a su condición inicial, éste es un factor crucial para encontrar buenas soluciones. En (Bevrani et al., 2011) se propone la técnica de control de retroalimentación estática en la salida  $H_\infty$  en el enfoque de control PID robusto para encontrar las ganancias de control óptima robusta en un sistema de alimentación de una máquina. La técnica de desigualdad de matrices lineales se usa para resolver el problema. Otro enfoque para tratar con el control PID robusto se propone en (Luu et al., 2012). Se basa en un método de colocación probabilística (MCP) con incertidumbres paramétricas estocásticas, el cual se resuelve con un método de programación matemática. Se compara el MCP con el método de Monte Carlo (MC) produciendo un desempeño similar con bajo poder computacional. En (Jeng et al., 2014) se presenta un método de sintonización del control PID robusto con base en la respuesta al escalón obtenido experimentalmente, por lo que no se requiere la función de transferencia de la planta.

La alta no convexidad del problema  $H_\infty$  en sistemas de alto orden lineal hace necesario el uso de algoritmos meta-heurísticos para solucionar el problema y evitar (no se garantiza) la convergencia a soluciones sub-óptimas. En esta dirección se ha propuesto en (Kim et al., 2008) la optimización de cúmulo de partícula con Lagrangiano aumentado y en (Toscano and Lyonnet, 2009) un algoritmo de Kalman heurístico para resolver un problema de optimización restringida con funciones de penalización y funciones de desempeño  $H_\infty$ .

Como se hace notar, varios enfoques de control PID fijo robusto han sido propuestos en las últimas décadas (Astrom et al., 1998), (Bevrani et al., 2011), (Luu et al., 2012), (Jeng et al., 2014), (Kim et al., 2008) (Toscano and Lyonnet, 2009), sin embargo, todos estos enfoques se han aplicado a *sistemas lineales* de alto orden.

Dado que en los trabajos citados anteriormente sobre el diseño de las ganancias constantes del control PID no se ha considerado para sistemas no lineales. En este artículo se presenta un enfoque de diseño de las ganancias constantes PID que considera incertidumbre paramétrica para sistemas no lineales. El enfoque propuesto se basa en una metodología robusta reportada en un trabajo previo del

autor Villarreal-Cervantes et al. (2013) en donde se diseña tanto la estructura mecánica como el sistema de control de un robot paralelo de cinco eslabones considerando aspectos mecánicos y dinámicos (control) y planteándolo como un problema *multi-objetivo*. La principal diferencia del enfoque reportado a lo que se presenta, es que en este trabajo se consideran únicamente aspectos relacionados con el diseño del sistema de control y se establece como un problema de optimización dinámica no lineal *mono-objetivo* que se resuelve con el algoritmo de evolución diferencial con manejo de restricciones. Así mismo, el resultado de diseño robusto obtenido con el enfoque de diseño del control PID robusto (DCPID-R) se compara con un enfoque en donde no se considera la robustez, pero que se considera que sea óptimo, bajo las mismas condiciones (variables de diseño, restricciones, etc.). La principal contribución de este trabajo es el de incorporar una metodología de diseño robusto en las ganancias constantes del control PID para sistemas no lineales considerando una trayectoria predefinida.

El resto del artículo se organiza de la siguiente manera: El enfoque DCPID-R se formula y se plantea para un caso particular en la Sección 2. En la Sección 3 se presenta el algoritmo de Evolución Diferencial. Los resultados numéricos se discuten en la Sección 4 y finalmente en la Sección 5 se proporcionan las conclusiones.

## 2. ENFOQUE DE DGPID-R COMO UN PROBLEMA DE OPTIMIZACIÓN

El propósito del diseño del control PID robusto es el de obtener las ganancias del control PID en donde el desempeño del sistema permanece dentro de las especificaciones de diseño a pesar de la variación en un parámetro desconocido. Por lo tanto, el DCPID-R se formula como un problema de optimización dinámica mono-objetivo no lineal donde los parámetros de control  $p \in R^{n_c}$  se optimizan para minimizar un índice de desempeño robusto  $\Psi \in R$  (1), sujeto al modelo dinámico del sistema en lazo cerrado, al vector de sensibilidad (2) de los estados del sistema, a restricciones de igualdad estáticas y dinámicas (4) y límites máximos  $u_{\max}$  y mínimos  $u_{\min}$  permitidos en el vector de entrada  $u$  (5). El vector de estado se representa por  $x \in R^n$  considerando  $x_0$  como el vector de estado inicial para la ecuación diferencial no lineal  $\dot{x} = f(x, p, \xi, u, t)$  descrita por el modelo dinámico,  $S_\xi = \frac{\partial x}{\partial \xi} \in R^n$  es el vector de sensibilidad del vector de estado  $x$  con respecto al parámetro desconocido  $\xi \in R$ ,  $t$  es la variable tiempo y  $u = f_u(x, p, \xi, t) \in R^m$  es el vector de entrada del sistema dinámico. Las restricciones de desigualdad/igualdad estática/dinámica están representadas por  $g(x, p, t)$  and  $h(x, p, t)$ , respectivamente. Se considera que el parámetro desconocido  $\xi$  está acotado y puede variar de su valor nominal  $\bar{\xi}$  de acuerdo a  $\xi = \bar{\xi} + \Delta\xi$  y que la función no lineal  $L$  es de clase  $C^1$ . En este artículo se le nombra a la función  $L$  como función meta que se desea que cumpla y el término  $\frac{\partial L}{\partial \xi}$ , la sensibilidad de la función de meta con respecto a los parámetros no conocidos que se desea minimizar.

$$\begin{aligned} \text{Min}_p \Psi &= \text{Min}_p \left. \frac{\partial \bar{J}^2}{\partial \xi} \right|_{\xi=\bar{\xi}} \\ \bar{J} &= \int_0^{t_f} L^2(x, p, \xi, u, t) dt \end{aligned} \quad (1)$$

sujeto a:

- 1.- Modelo dinámico del sistema y el vector de sensibilidades del estado  $x(t)$ , considerando  $x(t_0) = x_0$ ,  $S_\xi(t_0) = 0$  and  $u = f_u(x, p, \xi, t)$ .

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{S}_\xi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f(x, p, \xi, u, t) \\ \frac{\partial f}{\partial x} S_\xi + \frac{\partial f}{\partial \xi} \end{bmatrix} \bigg|_{\xi=\bar{\xi}} \quad (2)$$

- 2.- Vector de restricciones de desigualdad estáticas y dinámicas:

$$g_j(x, p, t) < 0, \text{ for } j = 1, \dots, n_{gs} \quad (3)$$

- 3.- Vector de restricciones de igualdad estáticas y dinámicas:

$$h_k(x, p, t) = 0, \text{ for } k = 1, \dots, n_{hs} \quad (4)$$

- 4.- Límites en el vector de entrada  $u$ :

$$u_{\min} \leq u \leq u_{\max} \quad (5)$$

El gradiente  $\frac{\partial \bar{J}}{\partial \xi}$  se calcula como en (6), donde  $\frac{\partial \bar{L}}{\partial \xi} = \left( \frac{\partial L}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial \xi} + \frac{\partial L}{\partial u} \left( \frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial \xi} + \frac{\partial u}{\partial \xi} \right) + \frac{\partial L}{\partial \xi} \right)$ .

$$\frac{\partial \bar{J}}{\partial \xi} = 2 \int_0^{t_f} L \frac{\partial \bar{L}}{\partial \xi} dt \quad (6)$$

El vector de sensibilidad  $S_\xi$  se obtiene como (Frank, 1978):

$$\dot{S}_\xi = \frac{\partial f}{\partial x} S_\xi + \frac{\partial f}{\partial u} \left( \frac{\partial u}{\partial x} S_\xi + \frac{\partial u}{\partial \xi} \right) + \frac{\partial f}{\partial \xi} \quad (7)$$

Es importante remarcar que la minimización de la función de desempeño robusto  $\Psi = 4L^2 \left( \frac{\partial \bar{L}}{\partial \xi} \right)^2$  implica la minimización tanto de la función de meta  $L$  y la sensibilidad de la función de meta  $\frac{\partial \bar{L}}{\partial \xi}$ .

En las siguientes sub-secciones se presentan el sistema robótico a considerar así como las variables de diseño, la función de desempeño robusto y restricciones para el DCPID-R.

### 2.1 Sistema robótico

El enfoque de DCPID-R se aplica a un robot manipulador 3R con un mecanismo de cinco barras paralela. Se asume que la carga se puede colocar en el efector final, cambiando la masa del quinto eslabón. Por lo tanto se considera que la masa del efector final (masa del quinto eslabón  $m_5$  en la Fig. 1) como el parámetro desconocido, es decir,  $\xi = m_5$ .

El robot manipulador 3R presenta tres grados de libertad en el espacio de unión el cual provee la habilidad de mover el efector final en el plano  $X - Z$  con una orientación  $\hat{\phi}$  con respecto al eje  $X$  del sistema de coordenada inercial  $X - Z$ . El robot manipulador 3R se muestra en la Fig. 1, donde  $q_i, \dot{q}_i, \ddot{q}_i, m_i, l_i, l_{ci}, I_i \forall i = 1, 2, \dots, 4$  son la posición,

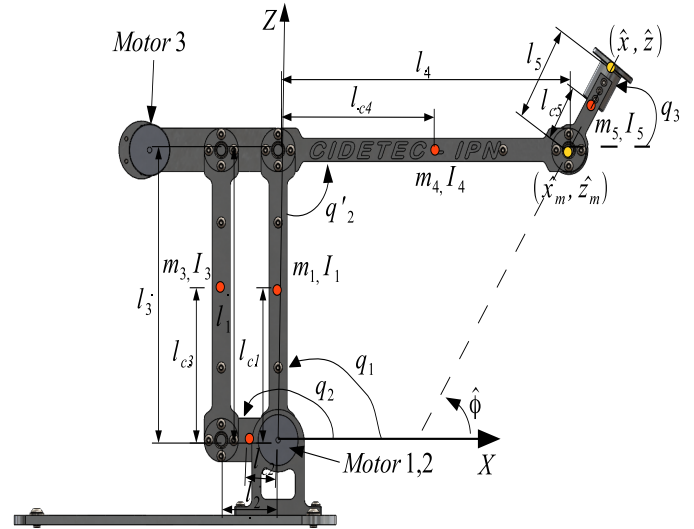


Fig. 1. Diagrama esquemático del manipulador 3R con un mecanismo de cinco barras paralela.

velocidad, aceleración de la unión, la masa, la longitud, la longitud del centro de masa e inercia del  $i$ -ésimo eslabón.  $(\hat{x}, \hat{z})$  y  $\hat{\phi}$  son las coordenadas Cartesianas y la posición angular del efector final del manipulador, respectivamente.

Considere  $x = [x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8, x_9]^T = [q_1, q_2, q_3, \dot{q}_1, \dot{q}_2, \dot{q}_3, \int_0^\tau e_1(\tau) d\tau, \int_0^\tau e_2(\tau) d\tau, \int_0^\tau e_3(\tau) d\tau]^T \in R^9$  el vector de variable de estado y  $u = [u_1, u_2, u_3]^T \in R^3$  el vector de entrada, el modelo dinámico del manipulador 3R en el espacio de estado  $x$  se muestra en (8), donde  $M \in R^{3 \times 3}$  es la matriz de inercia,  $C[x_3, x_4, x_5]^T \in R^3$  es el vector de fuerzas centrífugas y de Coriolis,  $G \in R^3$  es el vector de gravedad,  $e_i = \bar{x}_i - x_i, \dot{e}_i = \bar{x}_{i+3} - \dot{x}_{i+3} \forall i = 1, 2, 3$  es el error de posición y velocidad, respectivamente y el vector de estado deseado se representa como  $\bar{x}_i \forall i = 1, 2, \dots, 6$ .

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} [x_1 \ x_2 \ x_3]^T \\ M^{-1} \left( u - C [x_3 \ x_4 \ x_5]^T - G \right) \\ [e_1 \ e_2 \ e_3]^T \end{bmatrix}$$

$$\frac{dx}{dt} = f(x, p, \xi, u) \quad (8)$$

Debido a que se considera un controlador PID, el término integral del error se debe de incluir dentro de la dinámica del robot, expresándose en las últimas tres ecuaciones de (8). El controlador PID se muestra en (9), donde  $k_{p_i}, k_{i_i}, k_{d_i}$  son las ganancias proporcional, integral y derivativa, respectivamente.

$$u_i = k_{p_i} e_i + k_{d_i} \dot{e}_i + k_{i_i} \int_0^t e_i(\tau) d\tau \quad (9)$$

### 2.2 Variables de diseño

En este artículo se considera que las variables de diseño son las ganancias del control PID. Por lo tanto el vector de variable de diseño se muestra en (10).

$$p = [k_{p1}, k_{i1}, k_{d1}, k_{p2}, k_{i2}, k_{d2}, k_{p3}, k_{i3}, k_{d3}]^T \in R^9 \quad (10)$$

### 2.3 Función de desempeño robusta

El objetivo de diseño es proveer las ganancias del control PID donde el efector final del manipulador 3R siga una trayectoria y orientación deseada en el espacio Cartesiano. Además, el seguimiento de trayectoria debe ser tan insensible como sea posible a variaciones en la carga del efector final. Por tal motivo se escoge el error de seguimiento de posición angular como función de meta (i.e.,  $L_i = e_i$ ). Considerando la masa del efector final como el parámetro desconocido  $\xi = m_5$ , la función de desempeño robusta  $\Psi$  se propone como en (11). Como se estableció previamente el parámetro desconocido puede variar de su valor nominal de acuerdo a la siguiente expresión  $\xi = \bar{\xi} + \Delta\xi$ , donde el parámetro nominal desconocido  $\bar{\xi}$  se escoge como la masa del efector final sin carga y su variación  $\Delta\xi$  es la masa de la carga agregada.

$$\Psi = \sum_{i=1}^3 \left. \frac{\partial \bar{J}_i^2}{\partial \xi} \right|_{\xi=\bar{\xi}} \quad (11)$$

$$\bar{J}_i = \int_0^{t_f} e_i^2 dt \quad (12)$$

Se observa en (11) que cuando se optimiza dicha función de desempeño robusta, las variaciones del error de posición articular debido a los cambios de los parámetros desconocidos  $\xi = m_p$ , así como el error de posición articular  $e_i = \bar{x}_i - x_i$ , son simultáneamente optimizados con la misma función de desempeño, como se muestra en (6).

### 2.4 Restricciones

El sistema en lazo cerrado (modelo dinámico del manipulador 3R con su controlador PID) se establecen como restricciones dinámicas en forma de ecuaciones diferenciales. Éstas se representan en (8) and (9), donde se considera que la trayectoria deseada en el efector final ( $\bar{x}$ ,  $\bar{z}$ ) y en su orientación  $\bar{\phi}$  se exprese como en (13)-(15), donde  $t$  es la variable tiempo.

$$\bar{x} = 0.2 + 0.08181 \cos(1.2566t) + 0.01818 \cos(5.6548t) \quad (13)$$

$$\bar{z} = 0.1 + 0.08181 \sin(1.2566t) - 0.01818 \sin(5.6548t) \quad (14)$$

$$\bar{\phi} = 0.4363 \sin(2.0943t) \quad (15)$$

Para calcular el vector de estado deseado  $\bar{x}_i$  de la trayectoria deseada del efector final (13)-(15) se hace uso de la cinemática inversa del manipulador 3R.

En aplicaciones reales, el par aplicado a las uniones del manipulador presentan límites físicos. Si éstos límites no se consideran, el sistema de control PID podría proporcionar una fuerza o un par en las articulaciones que podría dañar al manipulador. Por lo tanto, los límites del vector de par de entrada  $u$  se establecen como otra restricción dinámica dada por (16), donde  $u_{BOUND} = 5Nm$  es el límite de par de entrada.

$$g_i(t) : |u_i(t)| - u_{BOUND} \leq 0 \quad \forall i = 1, 2, 3 \quad (16)$$

Otra importante restricción a incluir es la variación máxima en posición y velocidad de los actuadores en cada instante de muestreo. Esta restricción se establece en (17), (18),  $\forall i = 1, 2, 3$ . Si no se considera esta restricción, el manipulador 3R puede tener una configuración de singularidad, de tal forma que puede llegar a inestabilizar el sistema. Si no se cumple esta restricción en algún instante de tiempo, se deberá parar la evaluación del sistema en lazo cerrado, por lo que la función de desempeño se le asignará un valor máximo.

$$g_{i+3}(t) : |q_i(t + \Delta t) - q_i(t)| - 0.05 < 0 \quad (17)$$

$$g_{i+6}(t) : |\dot{q}_i(t + \Delta t) - \dot{q}_i(t)| - 11.98 < 0 \quad (18)$$

### 2.5 Formulación del problema de optimización

El problema de optimización para el DCPID-R del manipulador 3R consiste en encontrar el vector de parámetros de ganancias del control PID  $p^*$  (10) tal que tanto la sensibilidad del error de posición angular como el error de posición angular (11) sean simultáneamente minimizado, sujeto a restricciones dinámicas (20) debida a la ecuación diferencial que describe el comportamiento dinámico del manipulador (8) con la señal de control  $u$  (9), la restricción de igualdad dinámica  $h(t) \in R^3$  (21) que describe la trayectoria a seguir por el efector final, la restricción de desigualdad dinámica  $g(t) \in R^9$  (22) que incluye los límites en la señal de control (16) y los límites en la respuesta máxima de los actuadores en cada instante de tiempo (17)-(18).

$$\underset{p \in R^9}{\text{Min}} \Psi \quad (19)$$

Sujeto a:

$$\dot{x} = f(x, p, \xi, u) \quad (20)$$

$$h(t) = 0 \quad (21)$$

$$g(x, p, t) < 0 \quad (22)$$

## 3. EVOLUCIÓN DIFERENCIAL

Los algoritmos metaheurísticos son algoritmos de optimización que permiten iterativamente mejorar una solución a través de una medida de desempeño. Una de las principales bondades de los algoritmos metaheurísticos es el hecho que puede ser utilizado para una variedad de problemas (multi-modal, discontinuos, etc.). Sin embargo, los algoritmos metaheurísticos no garantizan encontrar la solución óptima, pero se ha mostrado en (Villarreal-Cervantes et al., 2014), (Coello-Coello and Lamont, 2004) que se obtiene una solución adecuada con un costo computacional moderado.

Desde su propuesta en 1997 por Storn y Price (Price et al., 2005), el algoritmo de evolución diferencial ha sido ampliamente utilizado debido a su simple y efectiva estructura así como a su fácil entendimiento. Además el algoritmo de evolución diferencial se ha aplicado a una gran variedad

```

1  Begin
2   $G = 0$ 
3  Crear una población interna inicial  $\mathbf{x}_G^i \forall i, i = 1, \dots, NP$ 
4  Evaluar  $f(\mathbf{x}_G^i), g(\mathbf{x}_G^i), h(\mathbf{x}_G^i) \forall i, i = 1, \dots, NP$ 
5  Do
6  For  $i = 1$  to  $NP$  Do
7  Seleccionar aleatoriamente  $r_1 \neq r_2 \neq r_3$ 
8   $j_{rand} = \text{randint}(1, D)$ 
9  For  $j = 1$  to  $D$  Do
10 If  $(\text{rand}_j[0, 1] < CR \text{ or } j = j_{rand})$  Then
11  $u_{j,G+1}^i = x_{j,G}^{r_1} + F(x_{j,G}^{r_2} - x_{j,G}^{r_3})$ 
12 Else
13  $u_{j,G+1}^i = x_{j,G}^i$ 
14 End If
15 End For
16 Evaluar  $f(\mathbf{u}_{G+1}^i), g(\mathbf{u}_{G+1}^i), h(\mathbf{u}_{G+1}^i)$ 
17 If  $(\mathbf{u}_{G+1}^i$  es mejor que  $\mathbf{x}_G^i$  (con base en MMR)) Then
18  $\mathbf{x}_{G+1}^i = \mathbf{u}_{G+1}^i$ 
19 Else
20  $\mathbf{x}_{G+1}^i = \mathbf{x}_G^i$ 
21 End If
22 End For
23  $G = G + 1$ 
24 While  $(G < G_{Max})$ 
    
```

Fig. 2. Algoritmo de ED/Rand/1/Bin con manejo de restricciones.

de problemas del mundo real. Es así que en este trabajo se implementa el algoritmo de ED/Rand/1/Bin (Price et al., 2005) para resolver el problema de optimización mencionado previamente. Además, se incluye en el proceso de selección del algoritmo ED/Rand/1/Bin un mecanismo de manejo de restricciones (MMR) propuesto en (Deb, 2000), el cual decide el individuo que pasa a la siguiente generación. Esta decisión se fundamenta sobre las siguientes bases:

- Cualquier solución factible tiene preferencia sobre una no factible.
- Si dos soluciones son factibles, se da preferencia a la solución con el mejor funcional.
- Si dos soluciones son no factibles, se da preferencia a aquella que viola en menor medida las restricciones.

El algoritmo ED/Rand/1/Bin con manejo de restricciones se muestra en (2) para mas detalle consultar (Price et al., 2005) y (Deb, 2000).

Los parámetros que se escogen para el algoritmo ED/Rand/1/Bin son: tamaño de la población  $NP$  de 100 individuos, número máximo de generaciones  $G_{Max} = 400$ , factor de escala  $F$  y el factor de cruce  $CR$  se generan aleatoriamente en el intervalo  $0.3 \leq F \leq 0.9$  para cada generación y en el intervalo  $0.8 \leq CR \leq 1$  para cada proceso de optimización.

#### 4. RESULTADO Y DISCUSIÓN

Con el propósito de comparar el desempeño de enfoque DCPID-R propuesto, se compara con un enfoque en donde no se considera robustez, nombrándose como diseño de control PID no robusto (DCPID-NR) y se consideran dos diferentes variaciones en la masa del quinto eslabón:  $\Delta m_5 = 0$  y  $\Delta m_5 = 1kg$ . EL DCPI-NR consiste en establecer un problema de optimización en donde la función objetivo es la función de meta (12) y se consideran las mismas restricciones que en el caso no robusto. Para resolver los problemas de optimización se consideran los parámetros dinámicos y cinemáticos del manipulador 3R mostrados en la Tabla 1.

Table 1. Especificaciones del manipulador 3R y parámetros.

Parámetro	Descripción	Valor	Unidades
Eslabón 1			
$m_1$	Masa	0.3222	kg
$l_{c1}$	Longitud del centro de masa	0.0524	m
$I_1$	Momento de inercia	$20.3E - 4$	kg m <sup>2</sup>
$l_1$	Longitud	0.2	m
Eslabón 2			
$m_2$	Masa	0.1894	kg
$l_{c2}$	Longitud del centro de masa	0.0157	m
$I_2$	Momento de inercia	$1.1E - 4$	kg m <sup>2</sup>
$l_2$	Longitud	0.05	m
Eslabón 3			
$m_3$	Masa	0.1691	kg
$l_{c3}$	Longitud del centro de masa	0.1	m
$I_3$	Momento de inercia	$12.1E - 4$	kg m <sup>2</sup>
$l_3$	Longitud	0.2	m
Eslabón 4			
$m_4$	Masa	0.9587	kg
$l_{c4}$	Longitud del centro de masa	-0.0643	m
$I_4$	Momento de inercia	$102.8E - 4$	kg m <sup>2</sup>
$l_4$	Longitud	0.25	m
Eslabón 5			
$\bar{m}_5$	Masa nominal	0.1349	kg
$l_{c5}$	Longitud del centro de masa	0.0185	m
$I_5$	Momento de inercia	$1.1E - 4$	kg m <sup>2</sup>
$l_5$	Longitud	0.072	m

Los parámetros de DCPID-R y los del DCPID-NR obtenidos al resolver el problema de optimización dinámica con el algoritmo de evolución diferencial se muestran en la Tabla 2.

Se realizan simulaciones numéricas en donde se producen variaciones en la masa del quinto eslabón ( $m_5 = \bar{m}_5 + \Delta m_5$ ) del robot con el propósito de observar el comportamiento de la señal error de posición angular y de la señal de control. Para realizar los resultados en simulación del manipulador 3R con las ganancias del control PID obtenidas ( $p^{*R}$  y  $p^{*NR}$ ), se escoge el método de integración de Runge-Kutta con un tiempo de integración de  $\Delta t = 5ms$  y se selecciona la condición inicial del sistema como  $x = [1.57, 2.73, 0.41, 0, 0, 0, 0, 0, 0]^T$ , la cual posiciona inicialmente el efector final en la coordenada del espacio Cartesiano (0.3m, 0.1m).

En la Fig. 3 se muestra el comportamiento del efector final en el espacio Cartesiano con los parámetros  $p^{*R}$  y  $p^{*NR}$  del enfoque de DCPID-R y el de DCPID-NR, respectivamente, así en la Fig. 4 se muestra la señal de control (torque) para cada articulación del robot. Se observa que cuando no se considera una carga adicional, el efector final así como de la señal de control presentan un comportamiento similar en ambos enfoques. Sin embargo, cuando se le incluye la carga de 1Kg, se presentan desviaciones visibles de la trayectoria del efector final con respecto a trayectoria deseada con el DCPID-NR, mientras que con el DCPID-R el efector final sigue la trayectoria deseada.

Con el propósito de validar numéricamente el desempeño de ambos enfoques de diseño del control PID, en la Tabla 3 se muestra la norma del vector de error de posición angular y la norma del vector de la señal de control, así como el promedio (prom) y la desviación estándar (std) del error de posición angular. Se observa que cuando no existe variación en la masa del quinto eslabón  $\Delta m_5 = 0$ , el error de posición angular con el DCPID-NR tiene un mejor comportamiento que en el caso del DCPID-R y sucede lo contrario cuando existe variación  $\Delta m_5 = 1Kg$ . Por otro lado, se observa que el enfoque de DCPID-R presenta

Table 2. Parámetros de diseño con el DCPID-R  $p^{*R}$  y el DCPID-NR  $p^{*NR}$ .

Enfoque de diseño PID	Parámetros de diseño $p$								
DCPID-NR	4998.8099	42.0281	20.3209	3057.8176	4.1648	9.9838	44.3824	49.9301	0.0043
DCPID-R	9204.4271	826.6118	25.6783	2955.7504	99.9564	6.7014	26.1894	499.9132	0.0429

menor desviación estándar lo que indica que el DCPID-R mantiene el error de posición angular en el promedio. Además, el DCPID-R presenta un mejor desempeño en el error de posición ante variaciones externas ( $\Delta m_5 \neq 0$ ). Sin embargo, si no se consideran variaciones externas ( $\Delta m_5 = 0$ ) el DCPID-NR tendrá un mejor comportamiento que el caso DCPID-R, ya que el DCPID-NR es óptimo ante el error de posición.

## 5. CONCLUSION

En este artículo se formula como un problema de optimización dinámica el diseño robusto de las ganancias constantes del controlador PID para un manipulador robótico y se soluciona con un algoritmo de evolución diferencial. Los resultados en simulación validan y muestran que el diseño robusto del control PID obtenido con el enfoque propuesto tiene un mejor desempeño en el seguimiento de la trayectoria en comparación con el diseño óptimo cuando el manipulador maneja diferentes cargas.

## REFERENCES

- Ang, K.H., Chong, G., and Li, Y. (2005). Pid control system analysis, design, and technology. *Control Systems Technology, IEEE Transactions on*, 13(4), 559–576.
- Astrom, K. and Hagglund, T. (1995). *Pid Controllers: Theory, Design and Tuning*. Isa.
- Astrom, K.J. and Hagglund, T. (2006). *Advanced PID Control*. ISA Press.
- Astrom, K.J., Panagopoulos, H., and Hagglund, T. (1998). Design of {PI} controllers based on non-convex optimization. *Automatica*, 34(5), 585–601.
- Bevrani, H., Hiyama, T., and Bevrani, H. (2011). Robust {PID} based power system stabiliser: Design and real-time implementation. *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, 33(2), 179–188.
- Calva-Yáñez, M.B., Niño-Suárez, P.A., Villarreal-Cervantes, M.G., Sepúlveda-Cervantes, G., and Portilla-Flores, E.A. (2013). Differential evolution for the control gain's optimal tuning of a four-bar mechanism. *Polibits*, 47.
- Cervantes, I. and Alvarez-Ramirez, J. (2001). On the {PID} tracking control of robot manipulators. *Systems & Control Letters*, 42(1), 37–46.
- Coello-Coello, C.A. and Lamont, G.B. (2004). *Applications of Multi-Objective Evolutionary Algorithms*. World Scientific Publishing Co.
- Deb, K. (2000). An efficient constraint handling method for genetic algorithms. *Computer methods in applied mechanics and engineering*, 186(2/4), 311–338.
- Frank, P. (1978). *Introduction to system sensitivity theory*. Academic press.
- G., Z.J. and B., N.N. (1993). Optimum settings for automatic controllers. *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, 115(2B), 220–222.
- Jeng, J.C., Tseng, W.L., and Chiu, M.S. (2014). A one-step tuning method for {PID} controllers with robustness specification using plant step-response data. *Chemical Engineering Research and Design*, 92(3), 545–558.
- Kelly, R. (1995). A tuning procedure for stable pid control of robot manipulators. *Robotica*, 13(Part 2), 141–148.
- Kelly, R., Santibáñez, V., and Loria, A. (2006). *Control of robot manipulators in joint space*. Springer.
- Khalil, H.K. (2001). *Nonlinear Systems*. Prentice Hall, 3rd edition.
- Kim, T.H., Maruta, I., and Sugie, T. (2008). Robust {PID} controller tuning based on the constrained particle swarm optimization. *Automatica*, 44(4), 1104–1110.
- Kuc, T.Y. and Han, W.G. (2000a). An adaptive {PID} learning control of robot manipulators. *Automatica*, 36(5), 717–725.
- Kuc, T.Y. and Han, W.G. (2000b). An adaptive {PID} learning control of robot manipulators. *Automatica*, 36(5), 717–725.
- Luu, P., Duong, T., and Lee, M. (2012). Robust {PID} controller design for processes with stochastic parametric uncertainties. *Journal of Process Control*, 22(9), 1559–1566.
- Price, K.V., Storn, R.M., and Lampinen, J.A. (2005). *Differential evolution: A practical approach to global optimization*. Springer.
- Segovia, J.P., Sbarbaro, D., and Ceballos, E. (2004). An adaptive pattern based nonlinear {PID} controller. *{ISA} Transactions*, 43(2), 271–281.
- Tang, Z., Yang, M., and Pei, Z. (2010). Self-adaptive pid control strategy based on rbf neural network for robot manipulator. In *Pervasive Computing Signal Processing and Applications (PCSPA), 2010 First International Conference on*.
- Toscano, R. and Lyonnet, P. (2009). Robust {PID} controller tuning based on the heuristic kalman algorithm. *Automatica*, 45(9), 2099–2106.
- Villarreal-Cervantes, M., Cruz-Villar, C., Alvarez-Gallegos, J., and Portilla-Flores, E. (2013). Robust structure-control design approach for mechatronic systems. *IEEEASME Transactions on Mechatronics*, 18(5), 1592–1601.
- Villarreal-Cervantes, M.G., Cruz-Villar, C.A., and Alvarez-Gallegos, J. (2014). Synergetic structure-control design via a hybrid gradient-evolutionary algorithm. *Optimization and Engineering*, 1–29.

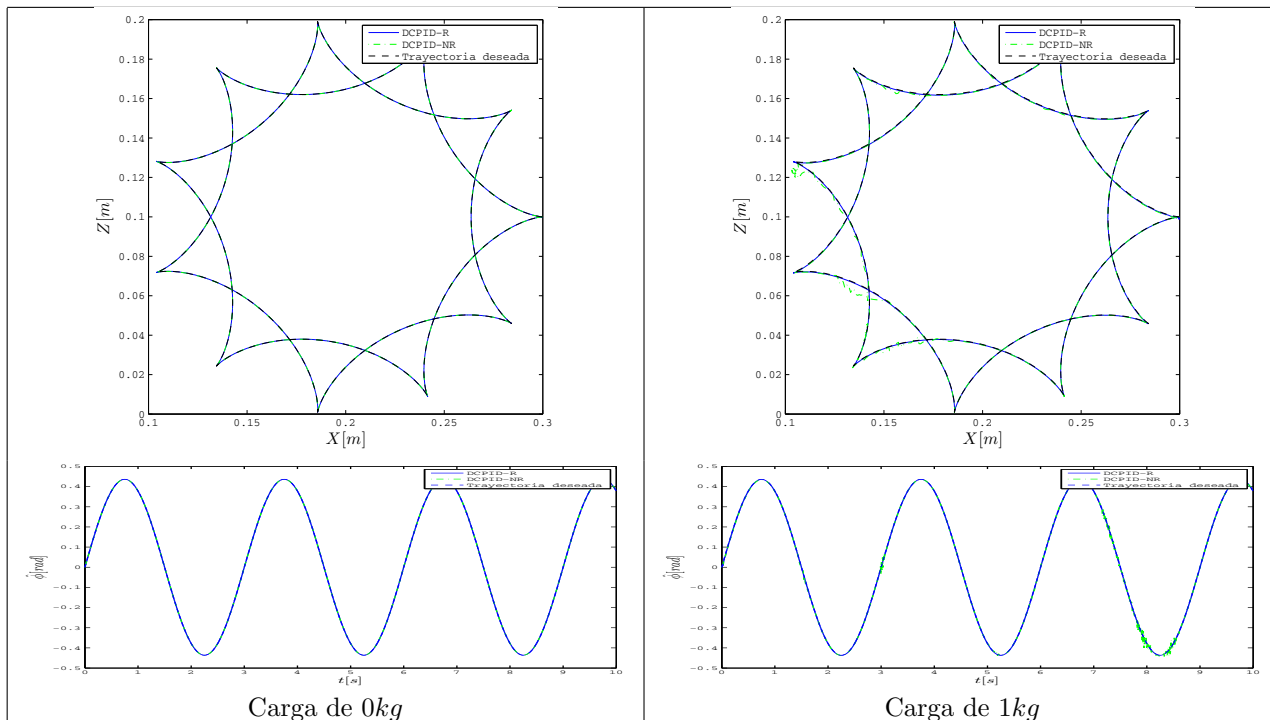


Fig. 3. Seguimiento de la trayectoria con y sin carga en el efector final.

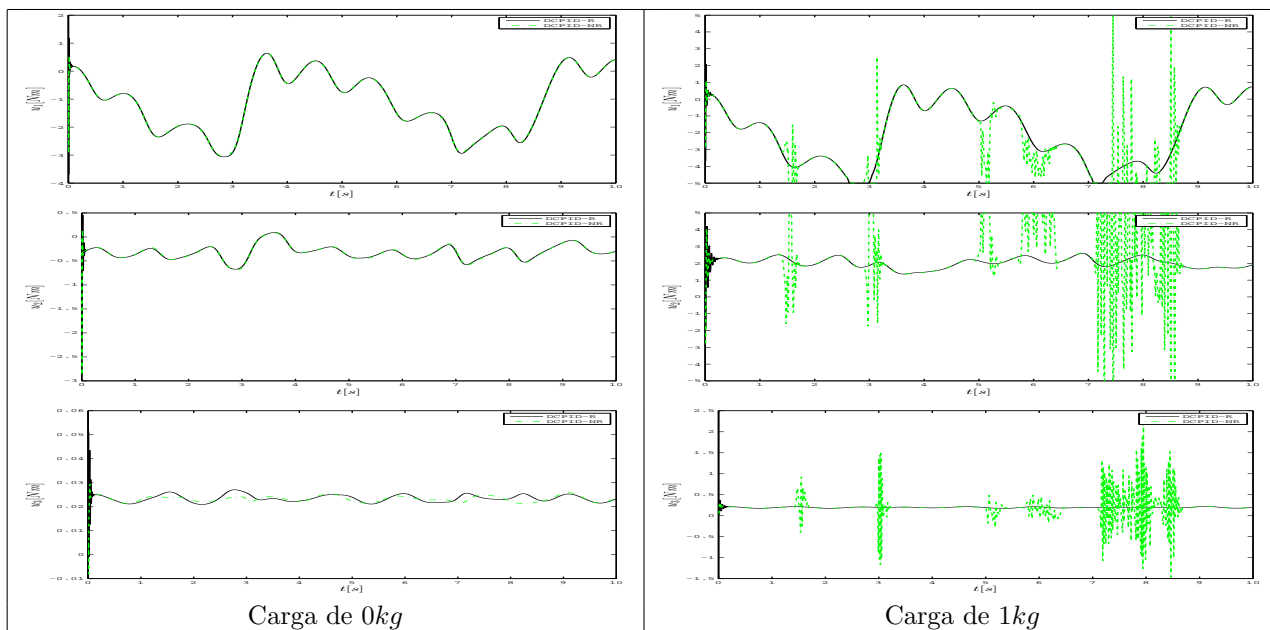


Fig. 4. Señal de control en el seguimiento de la trayectoria con y sin carga en el efector final.

Table 3. Resultados comparativos del enfoque de DCPID-R y DCPID-NR.

Enfoque de diseño PID	Carga [kg]	$\ e_1\ $	$\ e_2\ $	$\ e_3\ $	$prom(e_1)$	$prom(e_2)$	$prom(e_3)$	$std(e_1)$	$std(e_2)$	$std(e_3)$
DCPID-R	0	0.0066	0.0047	0.0035	-0.00013	-0.00011	-0.00005	0.00012	0.00005	0.00008
DCPID-NR	0	0.0013	0.0041	0.0031	-0.00012	-0.00010	0.00004	0.00021	0.00005	0.00011
DCPID-R	1	0.0113	0.0266	0.0231	-0.00014	0.00058	0.00003	0.00021	0.00013	0.00052
DCPID-NR	1	0.1822	0.0519	0.2366	-0.00128	0.00087	0.00013	0.00387	0.00077	0.00529