

# Filtragem e Identificação de Sistemas em Processos Industriais

Rodríguez, O.W.R. \* Garcia, C. \*\*

\* Escola Politécnica, Universidade de São Paulo  
São Paulo, Brasil (e-mail: orodriguez@usp.br).

\*\* Escola Politécnica, Universidade de São Paulo  
São Paulo, Brasil (e-mail: clgarcia@lac.usp.br).

---

Resumo: Este artigo aborda a influência dos métodos de filtragem na identificação de sistemas em processos industriais. Propõe-se projetar filtros passa-baixa digitais que atenuem ou eliminem o ruído presente na medição de uma planta piloto de vazão e avaliar o seu desempenho em relação ao índice de ajuste do modelo identificado. Os métodos de filtragem que vão ser avaliados são: o método da janela de Bartlett, Hann, Hamming, Blackman, Kaiser e retangular; sendo a estrutura auto-regressiva com média móvel e entradas exógenas (ARMAX) usada como modelo do processo a identificar. Observou-se que os índices de ajuste dos modelos com dados filtrados melhoram em torno de 4,26% a 4,88% em relação aos modelos com dados sem filtrar. Esses resultados sugerem que a filtragem de dados tem alguma influência na identificação de sistemas.

*Keywords:* Identificação de sistemas, ARMAX, filtragem, passa-baixa, método da janela.

---

## 1. INTRODUÇÃO

Os sistemas de controle aplicados em processos industriais têm como principal propósito a manter o controle das variáveis físicas em torno de algumas referências ou pontos de operação, atingindo as especificações do produto, segurança e meio ambiente. Contudo, para projetar as diferentes estratégias de controle clássico e/ou controle avançado, se faz necessário e imprescindível obter os modelos matemáticos que representam a dinâmica da planta.

A identificação de sistemas é uma técnica que provê modelos matemáticos que representam o comportamento dinâmico dos processos, em torno de um ponto de operação. O método consiste em gerar sinais com um amplo espectro de frequência nas variáveis de entrada do sistema e registrar os dados das variáveis de saída. A partir dos dados obtidos e modelos paramétricos definidos (AR, ARMAX, BJ), se determinam os parâmetros do modelo. Por fim, realiza-se uma validação do modelo obtido, mediante o índice de ajuste do modelo ao sistema real (*fit*).

Os sinais elétricos gerados pelos instrumentos de campo trafegam por fios, muitas vezes gerando ruído com menor amplitude e maior frequência do que o sinal do processo. O ruído pode ser criado quando o sinal elétrico interage com campos magnéticos presentes na grande maioria das plantas industriais.

Os sinais que são utilizados na identificação de sistemas podem estar super-amostrados. Esta prática pode auxiliar na definição do espectro de frequência e diminuição das perdas de informação dos sinais na etapa de filtragem.

Em Ljung (1999), define-se a etapa de pré-processamento de dados na identificação de sistemas em três partes principais: filtragem, normalização e reamostragem. Na etapa de filtragem, ele sugere coletar os dados dos sinais super-

amostrados e suprimir o ruído com filtros passa-baixas. Na etapa de normalização, procura-se levar as faixas das variáveis para faixas iguais. Na etapa de reamostragem, o autor recomenda como uma escolha ótima do intervalo de reamostragem, a décima parte da constante de tempo dominante do processo, isto é,  $T_s = 0,1\tau$ .

Em Harris (1978), Oppenheim and Schaffer (2009) e Ingle and Proakis (2011), os autores apresentam a metodologia do processo de filtragem mediante janelas. Neste artigo, vai-se projetar filtros passa-baixas com o propósito de manipular variáveis de processo, geralmente lentas por natureza, tais como temperatura, nível, vazão e pressão.

Neste trabalho coletam-se sinais da Planta Piloto de Vazão do Laboratório de Controle de Processos Industriais da Escola Politécnica da USP. A partir destes dados, projetam-se filtros passa-baixas pelo método do janelamento.

## 2. IDENTIFICAÇÃO DE SISTEMAS

A identificação de sistemas tem como objetivo determinar os modelos matemáticos de sistemas dinâmicos, com base em dados empíricos das entradas e saídas.

### 2.1 Projeto de identificação

No processo de identificação (Gustavsson, 1975) se excita o sistema com um tipo de sinal de entrada  $u(t)$  que pode ser degrau ou sinais aleatórios binários (PRBS ou GBN). Os dados de saída do sistema  $y(t)$  são coletados junto com os de entrada  $u(t)$ . Uma parte destes sinais é usada para a identificação e outra para a validação. Baseado no conhecimento prévio do processo, escolhe-se uma estrutura de modelo. Com os dados de identificação e a estrutura de modelo, obtém-se o modelo estimado, que é avaliado com dados de validação, de onde se extrai o índice de ajuste do

modelo ao sistema real (*fit*). Se o modelo não for aceito devido a um baixo *fit*, o procedimento retorna aos passos prévios; caso contrário, o procedimento se encerra.

Algumas considerações devem ser feitas preliminarmente em relação ao projeto do experimento:

- Na identificação de sistemas dinâmicos, o período de amostragem deve ser suficientemente pequeno, de modo que informações significativas do processo não sejam perdidas (Ikonen and Najim, 2001).
- Um efeito chamado *aliasing* pode ocorrer se o sinal amostrado contiver frequências que sejam mais altas do que a metade da frequência de amostragem. Isto é, seja a frequência de amostragem  $w_s$ , então a componente de maior frequência do processo tem que ser menor que  $w_s/2$  no sinal amostrado (Aguirre, 2007).
- Quando se visa estimar parâmetros do modelo em uma certa faixa de frequências, pode-se pré-filtrar o sinal com um filtro passa-banda. Quando o sinal contém *offset* ou perturbações de carga, pode-se eliminá-los com um filtro passa-altas. Quando o sinal tem componentes irrelevantes de alta frequência, incluindo o ruído, pode-se eliminá-los com um filtro passa-baixas (Ikonen and Najim, 2001).

## 2.2 Sinal de entrada

O sinal de entrada no processo de identificação é determinante nas estimativas dos parâmetros do modelo. Contudo, nem todos os processos podem ser excitados por sinais de entrada padrão. A amplitude deve ser tal que a saída do sistema esteja dentro da faixa linear na qual se pretende identificar. A característica da frequência deve promover alterações nas componentes de frequências do processo, isto é, obter a maior informação possível do sistema.

Os sinais padrão mais frequentemente usados são:

- (a) Degrau: deve ser tal que maximize a mudança de valores na saída, dentro da região linear que equivale ao ponto de operação em que se quer trabalhar. Um degrau fornece tempo de acomodação, ganho estático, constante de tempo dominante e tempo morto.
- (b) Sinal pseudo-aleatório binário (PRBS). É um sinal periódico de onda quadrada que comuta entre dois valores possíveis. O sinal é de natureza determinística e sua função de correlação se assemelha à função de correlação do ruído branco. A escolha dos níveis do sinal é normalmente limitada para maximizar a mudança de valores do sinal de saída, sem comprometer o funcionamento adequado (Aguirre, 2007).
- (c) Ruído binário generalizado (GBN). É um sinal que faz uma mudança entre dois valores, proposto por Tulleken (1990). Tem uma configuração similar ao “ruído binário” (BN), com a diferença de que a probabilidade de chaveamento  $p$  não está fixada em 0,5, mas sim em uma faixa  $0 < p < 1$ . O sinal GBN possui média zero e é de natureza não-determinística.

## 2.3 Escolha da estrutura de modelo

O modelo de um sistema é uma descrição de suas propriedades, adequado a um certo propósito (Ljung, 1999).

### (a) Estrutura geral de modelo linear

Ljung (1999) e Aguirre (2007) apresentam a equação (1), que é a estrutura geral de modelo linear

$$A(q)y(t) = \frac{B(q)}{F(q)}u(t) + \frac{C(q)}{D(q)}\varepsilon(t) \quad (1)$$

onde  $q^{-1}$  é o operador de atraso, isto é,  $y(t)q^{-1} = y(t-1)$ ,  $\varepsilon(t)$  é erro na medição e  $A(q)$ ,  $B(q)$ ,  $C(q)$ ,  $D(q)$  e  $F(q)$  são os polinômios definidos a seguir:

$$\begin{aligned} A(q) &= 1 + a_1q^{-1} + \dots + a_{n_a}q^{-n_a} \\ B(q) &= b_1q^{-1} + \dots + b_{n_b}q^{-n_b} \\ C(q) &= 1 + c_1q^{-1} + \dots + c_{n_c}q^{-n_c} \\ D(q) &= 1 + d_1q^{-1} + \dots + d_{n_d}q^{-n_d} \\ F(q) &= 1 + f_1q^{-1} + \dots + f_{n_f}q^{-n_f} \end{aligned} \quad (2)$$

A escolha da estrutura do modelo consiste na seleção dos graus dos polinômios  $A(q)$ ,  $B(q)$ ,  $C(q)$ ,  $D(q)$  e  $F(q)$ , isto é,  $n_a$ ,  $n_b$ ,  $n_c$ ,  $n_d$  e  $n_f$ .

### (b) Modelo ARMAX

O modelo auto-regressivo com média móvel e entradas exógenas, ARMAX, pode ser obtido da equação (1), com  $D(q) = F(q) = 1$  e  $A(q)$ ,  $B(q)$  e  $C(q)$  são polinômios arbitrários. Sua representação matemática é descrita na equação (3).

$$A(q)y(t) = B(q) \cdot u(t) + C(q) \cdot \varepsilon(t) \quad (3)$$

## 3. FILTRAGEM DE DADOS

No processo de filtragem, o objetivo é separar sinais que se encontram misturados no domínio do tempo, mas na frequência mantêm suas características claramente definidas. Os processos industriais são por natureza lentos, isto é, o tempo de acomodação  $t_s$  é geralmente maior que 1 minuto. Portanto, são de baixa frequência.

Nesta seção o objetivo é projetar filtros digitais passa-baixa, que deixem passar as baixas e atenuem ou eliminem as altas frequências. O ponto limite que separa as baixas frequências das altas é chamado de frequência de corte,  $f_c$ . A frequência de corte é definida pela avaliação da Densidade Espectral de Potência (DEP).

### 3.1 Filtros FIR

Os filtros de resposta finita ao impulso (FIR) são causais e podem ser projetados com fase linear. O comprimento  $N$  da resposta ao impulso unitário  $h(n)$  é, por definição, finito. A saída do filtro  $y(n)$  é definida pela equação 4, como sendo o somatório da convolução finita da resposta impulsiva e das  $k$  entradas passadas, onde  $x(n)$  é o sinal de entrada do filtro.

$$y(n) = h(n) \star x(n) = \sum_{k=0}^{N-1} h(k) \cdot x(n-k) \quad (4)$$

No domínio da frequência, a convolução equivale a uma multiplicação, portanto a equação (4) pode ser reescrita como:

$$Y(\omega) = H(\omega)X(\omega) \quad (5)$$

onde  $Y(\omega)$ ,  $H(\omega)$  e  $X(\omega)$  são a transformada discreta de Fourier de  $y(n)$ ,  $h(n)$  e  $x(n)$ , respectivamente.

A transformada de Fourier no tempo discreto (TFTD) relaciona a resposta ao impulso unitário com seu espectro em frequência  $H(\omega)$ , mediante a relação mostrada em (6).

$$h(n) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\omega}^{\omega} H(\omega) e^{j\omega n} d\omega \quad (6)$$

### 3.2 Filtro ideal

O filtro passa-baixa ideal preserva as frequências contidas na faixa de passagem e atenua todas as frequências dentro da faixa de rejeição, sendo definido na equação (7).

$$H_d(\omega) = \begin{cases} 1, & |\omega| \leq \omega_c \\ 0, & \omega_c < |\omega| \leq \pi \end{cases} \quad (7)$$

onde:  $H_d$  é a amplitude da resposta em frequência desejada,  $\omega_c$  é a frequência de corte (Madisetti, 2010; Parks and Burrus, 1987; Oppenheim and Schaffer, 2009). O filtro passa-baixa ideal é ilustrado na Figura 1.

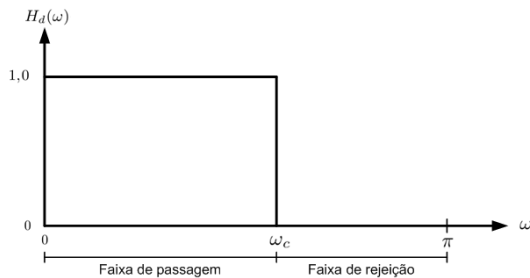


Figura 1. Filtro passa-baixa ideal.

Substituindo-se a equação (7) em (6), tem-se:

$$h_d(n) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} e^{j\omega n} d\omega = \frac{1}{2\pi} \int_{-\omega_c}^{\omega_c} e^{j\omega n} d\omega \quad (8)$$

Para ( $n = 0$ ):

$$h_d(0) = \frac{\omega_c}{\pi}; \quad (9)$$

Para ( $n \neq 0$ ):

$$h_d(n) = \frac{1}{j2\pi n} e^{j\omega n} \Big|_{-\omega_c}^{\omega_c} = \frac{1}{j2\pi n} (e^{j\omega_c n} - e^{-j\omega_c n})$$

$$h_d(n) = \frac{\text{sen}(\omega_c n)}{\pi n} \quad (10)$$

De maneira geral, o centro do filtro que naturalmente é na origem, pode ser deslocado em  $\alpha$  (ver equação (11)), tal que, o extremo esquerdo da resposta ao impulso desejado  $h_d(n)$  coincida com a origem. A equação (11) mostra o deslocamento para  $\alpha = (N - 1)/2$ .

$$h_d(n) = \frac{\text{sen}[\omega_c(n - \alpha)]}{\pi(n - \alpha)} \quad (11)$$

Para representar corretamente o filtro ideal passa-baixa, seu comprimento deveria ser infinito. Por esta razão não é possível ser implementado numericamente. Na prática, o filtro ideal passa-baixa é usado para implementar filtros reais mediante a técnica de janelamento, isto é, truncar o filtro ideal com janelas de diferentes características.

### 3.3 Filtro pelo método da Janela

O janelamento é uma método de projetar os filtros digitais mediante o truncamento de um filtro ideal  $h_d(n)$  por meio de uma função (chamada de janela). Desta forma, pode-se obter filtros FIR causais e de fase linear. O filtro projetado  $h(n)$  está definido na equação (12).

$$h(n) = h_d(n) \cdot w(n) \quad (12)$$

onde  $w(n)$  é a função janela. O método da janela foi projetado para evitar o fenômeno de Gibbs, que é um comportamento oscilatório anômalo nos pontos próximos a uma descontinuidade gerada pelas somas parciais da série de Fourier. A amplitude da máxima oscilação é aproximadamente 9% da amplitude da descontinuidade.

As principais funções de janelamento são:

#### A. Janela retangular

$$w(n) = \begin{cases} 1, & 0 \leq n \leq N - 1 \\ 0, & \text{outro caso} \end{cases} \quad (13)$$

#### B. Janela de Bartlett

$$w(n) = \begin{cases} \frac{2n}{N-1}, & 0 \leq n \leq \frac{N-1}{2} \\ 2 - \frac{2n}{N-1}, & \frac{N-1}{2} < n \leq N-1 \\ 0, & \text{outro caso} \end{cases} \quad (14)$$

#### C. Janela de Hann

$$w(n) = \begin{cases} 0,5 \left[ 1 - \cos\left(\frac{2\pi n}{N-1}\right) \right], & 0 \leq n \leq N-1 \\ 0, & \text{outro caso} \end{cases} \quad (15)$$

#### D. Janela de Hamming

$$w(n) = \begin{cases} 0,54 - 0,46\cos\left(\frac{2\pi n}{N-1}\right), & 0 \leq n \leq N-1 \\ 0, & \text{outro caso} \end{cases} \quad (16)$$

#### E. Janela de Blackman

$$w(n) = \begin{cases} 0,42 - 0,5\cos\left(\frac{2\pi n}{N-1}\right) + 0,08\cos\left(\frac{4\pi n}{N-1}\right), & 0 \leq n \leq N-1 \\ 0, & \text{outro caso} \end{cases} \quad (17)$$

#### F. Janela de Kaiser

$$w(n) = \frac{I_0\left[\beta\sqrt{1 - \left(1 - \frac{2n}{N-1}\right)^2}\right]}{I_0[\beta]}, \quad 0 \leq n \leq N-1 \quad (18)$$

onde  $\beta$  controla a mínima atenuação na faixa de rejeição e  $I_0[\cdot]$  é a função de Bessel modificada de grau zero, definida por:

$$I_0(x) = 1 + \sum_{k=0}^{\infty} \left[ \frac{(x/2)^k}{k!} \right]^2 \quad (19)$$

e

$$\beta = \begin{cases} 0,1102(A_s - 8,7), & A_s \geq 50 \\ 0,5842(A_s - 21)^{0,4}, & 21 < A_s < 50 \\ +0,07886(A_s - 21), & A_s < 21 \end{cases} \quad (20)$$

O comprimento da janela de Kaiser está definido pela equação (21).

$$N \simeq \frac{A_s - 7,95}{2,285\Delta\omega} \quad (21)$$

Na Tabela 1 (Ingle and Proakis, 2011) é apresentado um resumo das funções de janelamento e suas características em relação à amplitude da faixa de transição  $\Delta\omega$ , ao comprimento do filtro  $N$  e à mínima faixa de atenuação.

Tabela 1. Resumo das características da função janela  $w(n)$ .

Nome da janela	Amplitude da transição ( $\Delta\omega$ )		Atenuação na faixa de rejeição
	Aproximação	Valor exato	
Retangular	$\frac{4\pi}{N}$	$\frac{1,8\pi}{N}$	21 dB
Bartlett	$\frac{8\pi}{N}$	$\frac{6,1\pi}{N}$	25 dB
Hann	$\frac{8\pi}{N}$	$\frac{6,2\pi}{N}$	44 dB
Hamming	$\frac{8\pi}{N}$	$\frac{6,6\pi}{N}$	53 dB
Blackman	$\frac{12\pi}{N}$	$\frac{11\pi}{N}$	74 dB

### 3.4 Projeto de um filtro

O projeto de um filtro consiste em definir algumas especificações, tal que ele cumpra os requisitos determinados pela aplicação. As especificações podem ser absolutas ou relativas, como se ilustra na Figura 2.

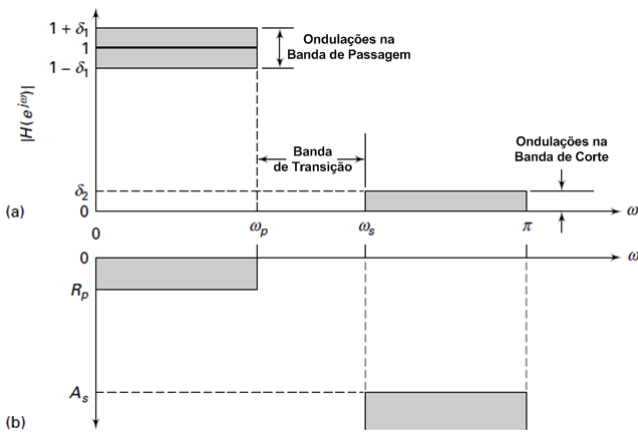


Figura 2. Especificações do filtro FIR: (a) absoluto (b) relativo (Ingle and Proakis, 2011).

#### (a) Especificações absolutas

Na Figura 2(a) observam-se três faixas no espectro de frequência: a faixa de passagem, a faixa de transição e a faixa de rejeição. A *faixa de passagem*  $[0, \omega_p]$  e  $\delta_1$  é uma banda de tolerância às ondulações. A *faixa de transição*  $[\omega_p, \omega_s]$  não possui nenhuma restrição em sua amplitude de resposta. A *faixa de rejeição*  $[\omega_s, \pi]$  e  $\delta_2$  é sua tolerância às ondulações.

#### (b) Especificações relativas

$R_p$  é a ondulação permitida na faixa de passagem em dB e  $A_s$  é a ondulação permitida na faixa de rejeição em dB. Os parâmetros  $R_p$  e  $A_s$  estão definidos nas equações (22) e (23).

$$R_p = -20 \log_{10} \frac{1 - \delta_1}{1 + \delta_1} > 0 (\approx 0) \quad (22)$$

e

$$A_s = -20 \log_{10} \frac{\delta_2}{1 + \delta_1} > 0 (\gg 1) \quad (23)$$

## 4. EXPERIMENTO

### 4.1 Planta piloto

A Planta Piloto de Vazão do Laboratório de Controle de Processos Industriais da Escola Politécnica da USP é composta por uma bomba centrífuga; um *driver* de velocidade, que regula a rotação da bomba; uma válvula de controle, que regula a vazão na linha e um medidor de vazão, que apresenta ruído na medição. O objetivo principal da planta piloto é regular a vazão de água na tubulação.

### 4.2 Coleta de dados

Antes da coleta de dados, o sinal de controle  $u(t)$  e a variável do processo  $PV(t)$  foram normalizados. Utilizou-se um escalonamento proporcional de 0% para o valor mínimo e de 100% para o valor máximo para cada sinal.

No experimento considera-se de forma arbitrária que o ponto de operação é de 50% da variável de processo  $PV$ . A região linear está em torno do ponto de operação na faixa de 40% – 80% da  $PV$  e na faixa de 15% – 35% do sinal de controle  $u$ . O sinal gerado para excitar o sistema dentro da região linear e os valores de saída do sistema são vistos na Figura 3. Nela, apresentam-se os dados coletados da planta de vazão, que foi excitada com um sinal PRBS na válvula de controle com um tempo de amostragem  $T_s = 0,01s$  (sobre-amostrado) e com uma duração do experimento de 363s. O sinal de saída do processo é ruidoso.

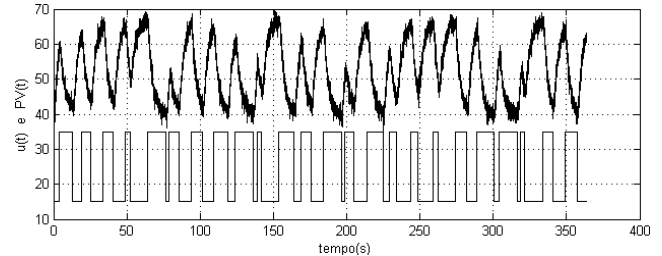


Figura 3. Sinais de entrada e saída do sistema para identificação de sistemas.

### 4.3 Projeto do filtro do experimento

Mediante a função *spectrum* do Matlab, gerou-se a densidade espectral de potência (DEP) pelo método de Welch. A DEP é mostrada na Figura 4. Pode-se ver que a frequência fundamental  $f_0$  do sistema é 0,4 Hz.

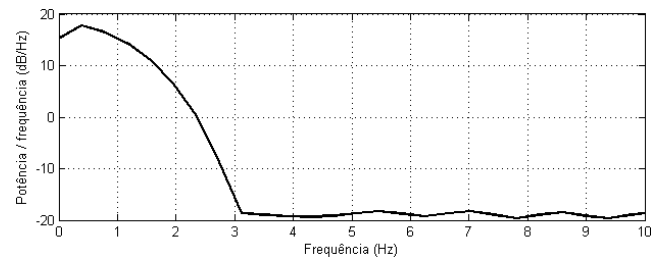


Figura 4. Densidade espectral da potência do sinal de saída do sistema PV.

A frequência de corte  $f_c$  para o filtro passa-baixa determinou-se em  $f_c = 1$  Hz e sua frequência de corte normalizada é definida por:

$$f_{c_n} = \frac{f_c}{F_s/2} = \frac{1}{100/2} = 0,02$$

onde  $F_s$  é a frequência de amostragem do sinal. Portanto a frequência de corte normalizada é  $\omega_{c_n} = 0,0628$ .

Considerou-se uma faixa de transição do filtro igual a 20% da frequência de corte  $\omega_{c_n}$ , sendo este o ponto médio da faixa de transição. Portanto,  $\omega_p = 0,05655$ ,  $\omega_s = 0,0628$  e  $\Delta\omega = 0,0126$ .

Definiram-se as bandas de oscilação permitidas na faixa de passagem e de rejeição em  $\delta_1 = 0,01$  e  $\delta_2 = 0,01$ . Mediante as equações (22) e (23), determinaram-se suas correspondentes oscilações permitidas em dB para  $R_p = 0,1737$  e  $A_s = 40,09$ .

Finalmente, o comprimento do filtro  $N$  foi definido para cada um dos métodos da janela. Para isso, considerou-se o valor de  $\Delta\omega$  igual ao “valor exato” da Tabela 1. O comprimento pelo método da janela de Kaiser foi calculado mediante a equação (21). Na Tabela 2 apresenta-se o comprimento do filtro para cada uns dos métodos.

Tabela 2. Comprimento  $N$  do filtro passa-baixa projetado para  $\Delta\omega = 0,0126$ .

Nome da janela	Comprimento do Filtro
Retangular	451
Bartlett	1526
Hann	1551
Hamming	1651
Blackman	2751
Kaiser	1121

A resposta em frequência dos filtros projetados, mediante as equações (13) a (18), é ilustrada nas Figuras 5 e 6. O sinal de saída  $PV(t)$  filtrado se mostra na Figura 7.

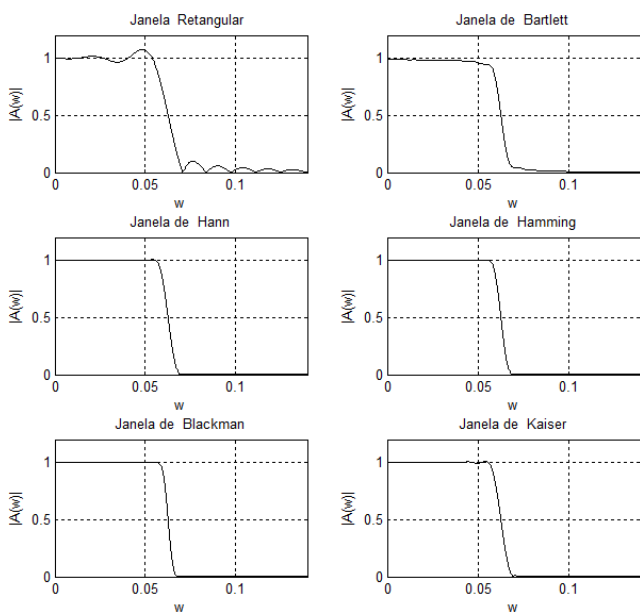


Figura 5. Resposta em frequência dos filtros projetados.

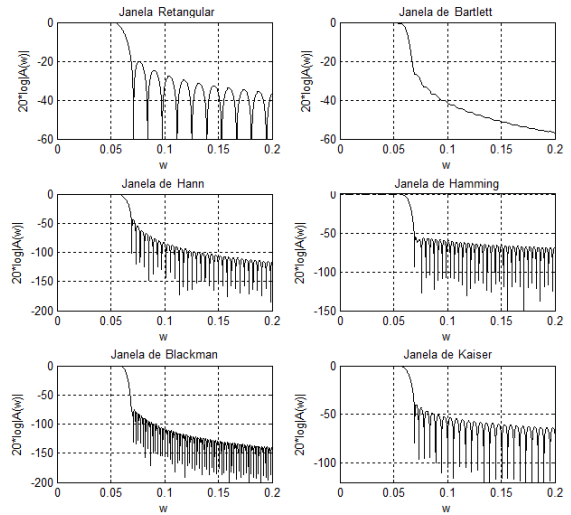


Figura 6. Resposta em frequência dos filtros projetados (dB).

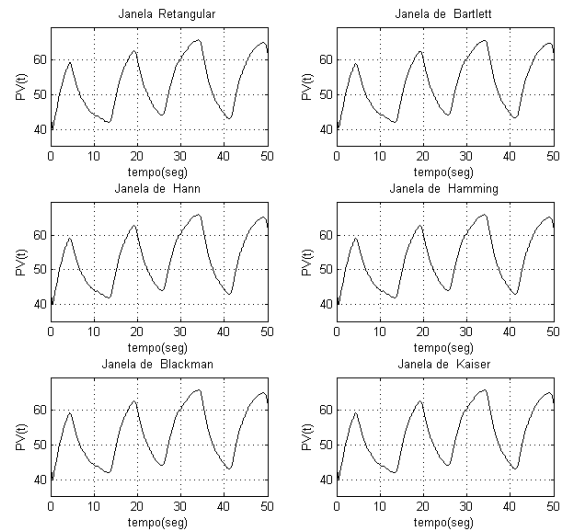


Figura 7. Sinal de vazão filtrado para 50 segundos.

#### 4.4 Identificação do modelo da planta

Com os dados coletados e filtrados nas seções anteriores, existem mais duas considerações:

- *O período de amostragem.* Os dados coletados foram sobre-amostrados, com uma período de amostragem de  $t_s = 0,01s$ . Porém, na etapa de identificação a sobre-amostragem não é desejada, pois o modelo pode estar sobre-estimado, isto é, ele é muito específico para os dados com que foi identificado e muito ruim quando é avaliado com outros dados. Em aplicações industriais, o tempo de amostragem recomendado deve ser igual à décima parte da constante de tempo dominante (Ljung, 1999). No experimento, o tempo de amostragem na identificação está definido por:

$$T_s = \frac{\tau}{10} = \frac{3s}{10} = 0,3 s$$

e sua frequência de amostragem é  $F_s = 3,33$  Hz.

- *Avaliação do efeito de aliasing:* para evitar este efeito, a componente de maior frequência do processo ( $f_0 = 0,4$  Hz) deve ser menor que a metade da frequência

de amostragem ( $f_s = 3,33/2 = 1,665$  Hz). Portanto, a frequência escolhida cumpre este requisito.

Com os dados filtrados, reamostrados (amostrados com  $\tau/10$ ) e normalizados (em uma faixa de 0%-100%), dividiu-se os dados em duas partes, a primeira metade para a etapa de identificação e a outra metade para a etapa de validação..

Escolheu-se a estrutura ARMAX por ser um dos modelos mais usados nos processos industriais. No experimento não foi gerada nenhuma perturbação. O processo de vazão caracteriza-se por ter baixa ordem, por isso, testou-se para ordens  $n_a = n_b = n_c = a$ , onde  $a = 2, 3, 4$ . Ademais, o parâmetro  $n_k$  foi fixado em zero ( $n_k = 0$ ), dado que no processo de vazão considera-se que não há tempo morto.

Na validação cruzada foram testadas predições de 1, 10, 100 e infinitos passos à frente para cada um dos filtros projetados e também para os dados sem filtrar. Esta etapa forneceu os índices de ajuste dos modelos (*fit*), que são vistos nas Tabelas 3 a 5. Dessas tabelas e considerando a validação para predição com infinitos passos à frente (por ser este o caso mais rigoroso), nota-se que o melhor modelo obtido é com os dados filtrados pelo método de Bartlett (*fit*=94,50%). O modelo resultante é apresentado na equação (3):

$$A(q) = 1 - 2,027q^{-1} + 1,692q^{-2} - 0,8257q^{-3} + 0,1944q^{-4},$$

$$B(q) = 0,001495 - 0,009869q^{-1} - 0,02272q^{-2} - 0,01316q^{-3},$$

$$C(q) = 1 + 0,6315q^{-1} - 0,5751q^{-2} - 0,2089q^{-3} + 0,3743q^{-4}$$

e sendo o mínimo erro quadrático  $MSE = 0,004817$ .

Tabela 3. *Fit* de validação cruzada do modelo ARMAX para  $n_a = n_b = n_c = 2$  e  $n_k = 0$ .

Nome da janela	Passos à frente			
	1	10	100	inf
Sem filtro	89,95	89,57	90,15	89,21
Retangular	98,35	82,74	83,21	81,95
Bartlett	98,67	74,06	70,24	67,91
Hann	98,66	74,06	70,24	67,91
Hamming	98,77	59,44	45,79	41,90
Blackman	98,82	53,44	34,44	29,96
Kaiser	98,78	63,97	53,99	50,55

Tabela 4. *Fit* de validação cruzada do modelo ARMAX para  $n_a = n_b = n_c = 3$  e  $n_k = 0$ .

Nome da janela	Passos à frente			
	1	10	100	inf
Sem filtro	90,22	89,98	90,38	89,62
Retangular	98,90	94,94	94,60	94,37
Bartlett	99,12	94,63	94,33	94,08
Hann	99,24	94,47	94,15	93,91
Hamming	99,22	94,47	94,16	93,90
Blackman	99,22	94,47	94,15	93,90
Kaiser	99,20	94,49	94,21	93,96

Na Tabela 3 observa-se que para predições 1 passo à frente, os modelos têm um alto índice *fit*. Porém, para predições mais à frente, o *fit* é muito menor. O modelo de grau 2 não representa bem a dinâmica do sistema identificado. Nas Tabelas 4 e 5, nota-se a vantagem de se usar dados filtrados na identificação do processo. Obteve-se um mínimo de 4,26% e um máximo de 4,88% de melhora no índice de ajuste do modelo. Ademais, observa-se não haver diferença significativa entre os modelos de grau 3 e 4, isto é, a planta pode ser representada por um modelo de grau 3.

Tabela 5. *Fit* de validação cruzada do modelo ARMAX para  $n_a = n_b = n_c = 4$  e  $n_k = 0$ .

Nome da janela	Passos à frente			
	1	10	100	inf
Sem filtro	90,20	89,99	90,40	89,62
Retangular	99,07	95,35	94,74	94,49
Bartlett	99,28	95,30	94,79	94,50
Hann	99,52	94,31	94,27	93,88
Hamming	99,51	94,46	94,35	93,99
Blackman	99,56	94,32	94,28	93,88
Kaiser	99,32	95,24	94,76	94,45

## 5. CONCLUSÕES

- A identificação do modelo da planta piloto de vazão, usando os dados sem filtrar mostra um ajuste aceitável, mesmo no caso quando o horizonte de predição é infinito.
- A filtragem de dados utilizando qualquer um dos métodos de janela apresentados possui uma vantagem mínima de 4,26% no índice de ajuste *fit*.
- Não há vantagem significativa em filtrar os dados por qualquer um dos métodos de janela citados, em relação ao índice *fit*. Dentre os filtros testados, considerando o comprimento do filtro projetado (Tabela 2) e sua relação com o processamento numérico requerido na etapa de filtragem, o método da janela retangular apresentou um melhor desempenho.
- Na identificação de processos industriais com sinais ruidosos, recomenda-se pré-filtrar os dados para se obter um melhor índice de ajuste do modelo.

## 6. AGRADECIMENTO

Os autores agradecem a agência brasileira CNPq pelo financiamento da bolsa de Mestrado de Oscar Rodríguez.

## REFERÊNCIAS

- Aguirre, L.A. (2007). *Introdução à identificação de sistemas-Técnicas lineares e não-lineares aplicadas a sistemas reais*. Editora UFMG, 3º edition.
- Gustavsson, I. (1975). Survey of applications of identification in chemical and physical processes. *Automatica*, 11(1), 3–24.
- Harris, F.J. (1978). On the use of windows for harmonic analysis with the discrete Fourier transform. *Proceedings of the IEEE*, 66(1), 51–83.
- Ikonen, E. and Najim, K. (2001). *Advanced process identification and control*, volume 9. CRC Press.
- Ingle, V. and Proakis, J. (2011). *Digital signal processing using MATLAB*. Cengage Learning, 3º edition.
- Ljung, L. (1999). *System identification: theory for the user*. Prentice Hall PTR, New Jersey, 2º edition.
- Madisetti, V. (2010). *Digital Signal Processing Fundamentals*. CRC press.
- Oppenheim, A.V. and Schaffer, R.W. (2009). *Discrete-Time Signal Processing*. Prentice Hall, 3º edition.
- Parks, T.W. and Burrus, C.S. (1987). *Digital filter design*. Wiley-Interscience.
- Tulleken, H.J. (1990). Generalized binary noise test-signal concept for improved identification-experiment design. *Automatica*, 26(1), 37–49.