

# Algoritmo *Online* de Agrupamento Nebuloso Evolutivo Baseado em Critério de Máxima Verossimilhança

Orlando Donato Rocha Filho, Ginalber Luiz de Oliveira Serra \*

\* Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Maranhão  
Departamento de Eletroeletrônica  
Laboratório de Inteligência Computacional Aplicada à Tecnologia  
e-mail: {orlando.rocha,ginalber}@ifma.edu.br

**Resumo:** Este artigo apresenta uma proposta de algoritmo *online* de agrupamento nebuloso evolutivo baseado no critério do estimador de máxima verossimilhança, do inglês - *Fuzzy Maximum Likelihood Estimator* (FMLE). Nesta metodologia, a distância de um ponto ao centro de um agrupamento nebuloso é calculada pela máxima verossimilhança dos dados. A formulação matemática é apresentada a partir de uma elaboração teórica adequada ao sistema de inferência *Takagi-Sugeno* (TS). O desempenho e aplicação da metodologia proposta são fundamentados na predição da série temporal de *Box-Jenkins* (*Gas Furnace*). Os resultados computacionais apresentam uma análise comparativa com outros métodos largamente usados na literatura para fins de ilustração da eficiência do algoritmo *online* de agrupamento nebuloso evolutivo proposto.

*Palavras-chave:* Agrupamento Nebuloso. Máxima Verossimilhança. Estimação Paramétrica Recursiva. Modelo *Takagi-Sugeno*. Sistema Nebuloso Evolutivo.

## 1. INTRODUÇÃO

Os problemas atuais de engenharia fazem com que especialistas em diversas áreas como manufatura, controle, predição e processamento de sinais, desenvolvam metodologias que sejam capazes de modelar sistemas em tais áreas. Sob este aspecto de interesse, percebe-se a necessidade da implementação de algoritmos evolutivos como fundamento para modelos adaptativos à medida que um fluxo de dados é adquirido. Ver Watts (2009). Na literatura, os sistemas inteligentes evolutivos costumam ser baseados em redes neurais artificiais, inferência nebulosa (*fuzzy*) e redes artificiais neuro-nebulosa (*neuro-fuzzy*), que são capazes de alterar sua estrutura e parâmetros. Ver Bordignon and Gomide (2014), Rosa et al. (2013), Melin et al. (2012), Leite et al. (2011) e Samanta (2011). Diante destes fatos, pesquisas voltadas para agrupamento nebuloso evolutivo baseado no critério da distância Euclidiana, ver Watts (2009); no critério da distância de *Mahalanobis*, isto é, agrupamento nebuloso baseado no algoritmo de *Gustafson-Kessel*, ver Angelov et al. (2010) e Babuska (1998), vem sendo desenvolvidas nos últimos anos.

Neste artigo é proposto um algoritmo *online* de agrupamento nebuloso evolutivo baseado em critério de máxima verossimilhança inserido na estrutura *Takagi-Sugeno* utilizando estimação paramétrica recursiva. O desempenho da metodologia proposta é validado através de modelos adaptativos de predição da série temporal de *Box-Jenkins* (*Gas Furnace*), avaliado com base na raiz do erro quadrático médio, do inglês - *Root Mean Square Error* (RMSE), e comparada com outras metodologias eficientes largamente usadas na literatura. Ver Bordignon and Gomide (2014), Rosa et al. (2013), Melin et al. (2012), Leite

et al. (2011) e Samanta (2011). A principal vantagem da metodologia proposta é a formulação de um sistema de inferência nebuloso evolutivo *online* com estrutura *Takagi-Sugeno*, que emprega norma de distância adaptativa baseada no critério de máxima verossimilhança. A maior parte dos algoritmos de agrupamento são baseados na ideia do agrupamento em batelada, isto é, é assumido que o conjunto de dados esteja disponível antes de ser realizada qualquer tipo de análise de agrupamento, Angelov et al. (2010). No entanto, estes algoritmos requerem uma condição inicial do supervisor, ou seja, o número de grupos é fornecido de modo que esta condição inicial permitirá que o algoritmo seja executada. Ainda, este algoritmo se baseia em distâncias adaptativas e permite detectar as diferentes formas e orientações dos diversos conjuntos de dados, Angelov et al. (2010).

Este artigo está organizado da seguinte forma: na Seção II, o formalismo matemático do algoritmo de agrupamento baseado em critério de máxima verossimilhança modelado a partir de sistemas de inferência nebuloso *Takagi-Sugeno*, é desenvolvida. Os resultados computacionais para a predição da série temporal de *Box-Jenkins* (*Gas Furnace*), são apresentados na Seção III. As conclusões são discutidas na Seção IV.

## 2. FORMULAÇÃO DO ALGORITMO DE AGRUPAMENTO NEBULOSO EVOLUTIVO

A Figura 1 ilustra, em diagrama de blocos, o algoritmo proposto de agrupamento *online* nebuloso evolutivo de máxima verossimilhança e seus principais aspectos computacionais. O algoritmo desenvolvido é baseado no conceito inicial, já estudado, do algoritmo estimador ne-

buloso de máxima verossimilhança proposto por Gath e Geva (1989) citado por Babuska (1998). A implementação do algoritmo *online* de agrupamento nebuloso evolutivo baseado em critério de máxima verossimilhança é realizada em dois estágios denominados, respectivamente: algoritmo de agrupamento em batelada (estimação inicial), onde é obtido um conjunto de  $N_{bt}$  elementos de dados (dados da série batelada) para realizar a estimação paramétrica inicial do método proposto; após isto, é aplicado o algoritmo de agrupamento recursivo (estimação evolutiva), onde a estimação paramétrica do modelo nebuloso evolutivo é realizada a cada novo ponto dos dados da série.

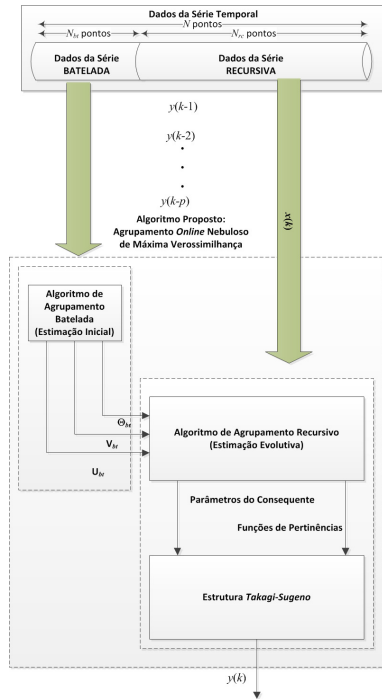


Figura. 1. Diagrama de blocos do Algoritmo Proposto: Agrupamento *Online* Nebuloso Evolutivo de Máxima Verossimilhança.

### 2.1 Agrupamento Nebuloso Batelada: estimação inicial

O algoritmo de agrupamento proposto corresponde à minimização da função,  $\tilde{f}$ , dada por:

$$(\mathbf{U}_{bt}, \mathbf{V}_{bt}, \mathbf{A}_{\Sigma_{bt}}) = \tilde{f}(\mathbf{Z}, c; \mathbf{U}_{FCM}, V_{FCM}, \epsilon) \quad (1)$$

onde,

$\mathbf{X} \in \mathfrak{R}^{N \times p}$ : vetor de dados de entrada,  $\mathbf{X} = [x_{i1}, \dots, x_{ip}]$ , para  $i = 1, 2, \dots, N$ .

$\mathbf{Y} \in \mathfrak{R}^{N \times 1}$ : vetor de dados de saída.

$\mathbf{Z} = [\mathbf{X} \ \mathbf{Y}] \in \mathfrak{R}^{N \times p+1}$ : matriz de regressores.

$\mathbf{U}_{bt} \in \mathfrak{R}^{c \times N}$ : matriz de partição nebulosa em batelada.

$\mathbf{V}_{bt} \in \mathfrak{R}^{c \times p+1}$ : centro dos agrupamentos nebulosos em batelada.

$\mathbf{U}_{FCM} \in \mathfrak{R}^{c \times N}$ : matriz de partição nebulosa a partir do algoritmo nebuloso C-Means.

$\mathbf{V}_{FCM} \in \mathfrak{R}^{c \times p+1}$ : centro dos agrupamentos nebulosos a partir do algoritmo nebuloso C-Means.

$\mathbf{A}_{\Sigma_{bt}} \in \mathfrak{R}^{c \times p \times p}$ : matriz de covariância do agrupamento.

$\epsilon$ : tolerância do algoritmo,  $\epsilon = 10^{-8}$ .

O algoritmo de agrupamento nebuloso em batelada é implementado a partir dos seguinte passos:

**Passo 1:** obter um conjunto de dados de  $N_{bt}$  elementos da série,  $\mathbf{Z}_{N_{bt}}$ , para estimação inicial.

**Passo 2:** calcular a matriz de partição inicial  $\mathbf{U}_{FCM}$  e o vetor de protótipos dos agrupamentos  $\mathbf{V}_{FCM}$ , escolhidos a partir de um determinado número de agrupamentos iniciais, tal que  $1 \leq c \leq N_{bt}$  e a tolerância  $\epsilon > 0$ , via algoritmo *F-CMEANS*.

$$(\mathbf{U}_{FCM}, \mathbf{V}_{FCM}) = FCM(\mathbf{Z}_{N_{bt}}, c, \mathbf{U}_0, \epsilon) \quad (2)$$

**Passo 3:** calcular o valor da probabilidade *a priori* de seleção do  $i$ -ésimo agrupamento.

$$P_0(i) = \frac{1}{N_{bt}} \sum_{k=1}^{N_{bt}} \mu_{ik}^{(0)}, 1 \leq i \leq c \quad (3)$$

**Repetir os passos (4,5 e 6) para o número de iterações  $l = 1, 2, \dots$**

**Passo 4:** determinar a matriz de covariância dos agrupamentos.

$$\mathbf{A}_{\Sigma} = \frac{\sum_{k=1}^{N_{bt}} \mu_{ik}^{(l-1)} (\mathbf{z}_k - \mathbf{v}_{FCM_i}) (\mathbf{z}_k - \mathbf{v}_{FCM_i})^T}{\sum_{k=1}^{N_{bt}} \mu_{ik}^{(l-1)}} \quad (4)$$

**Passo 5:** determinar as distâncias dos pontos aos centros.

$$D_{ikA_{\Sigma}}^2 = \frac{(2\pi)^{p/2} \sqrt{A_{\Sigma}}}{P_0(i)} \exp\left[\frac{1}{2} (\mathbf{z}_k - \mathbf{v}_{FCM_i}) A_{\Sigma}^{-1} (\mathbf{z}_k - \mathbf{v}_{FCM_i})^T\right], \quad 1 \leq i \leq c, 1 \leq k \leq N_{bt} \quad (5)$$

**Passo 6:** atualizar a matriz de partição.

se  $D_{ikA_{\Sigma}} > 0$  para  $1 \leq i \leq c, 1 \leq k \leq N_{bt}$ ,

$$\mu_{ik}^{(l)} = \frac{1}{\sum_{j=1}^c \left(\frac{D_{ikA_{\Sigma}}}{D_{jkA_{\Sigma}}}\right)^{-1}} \quad (6)$$

senão

$$\mu_{ik}^{(l)} = 0, \text{ se } D_{ikA_{\Sigma}} > 0, \text{ e } \mu_{ik}^{(l)} \in [0, 1] \text{ com } \sum_{i=1}^c \mu_{ik}^{(l)} = 1$$

fim se

$$\text{até } \left\| \mathbf{U}^{(l)} - \mathbf{U}^{(l-1)} \right\| < \epsilon.$$

**Fim do Repetir.**

**Passo 7:** determinar as funções de pertinências do antecedente a partir do método probabilístico de Máxima Verossimilhança, para  $1 \leq i \leq c$ ,  $1 \leq l \leq p$ .

$$\beta_{il}(\mathbf{x}_l) = \frac{1}{\sum_{j=1}^c \left( \frac{D_{ikA_{\Sigma}}(\mathbf{x}_l, v_{0_i})}{D_{jkA_{\Sigma}}(\mathbf{x}_l, v_{0_j})} \right)^{-1}} \quad (7)$$

**Passo 8:** calcular a matriz  $\mathbf{W}_i$  de peso a partir da matriz de partição, ver

$$\begin{aligned} w_{ij} &= \mu_{ij}, \text{ se } i = j, \\ w_{ij} &= 0, \text{ se } i \neq j, \\ \text{para } i &= 1, 2, \dots, c; j = 1, 2, \dots, N. \end{aligned} \quad (8)$$

onde,

$$\mathbf{W}_i = \begin{pmatrix} \mu_{i1} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \mu_{i2} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \mu_{iN} \end{pmatrix} \quad (9)$$

**Passo 9:** estimar os parâmetros do consequente no modo batelada

$$\Theta_{bt} = \left( \mathbf{X}_e^T \mathbf{W}_i \mathbf{X}_e \right)^{-1} \mathbf{X}_e^T \mathbf{W}_i \mathbf{y} \quad (10)$$

onde  $\mathbf{X}_e = [\mathbf{X}_{N_{bt}} \mathbf{1}]$  para  $\mathbf{X}_{N_{bt}}$  a matriz de dados para estimação em batelada e  $\mathbf{X}_e$  a matriz de dados estendida para estimação em batelada.

**2.2 Agrupamento Nebuloso Recursivo: estimação evolutiva**

O algoritmo recursivo é implementado a partir dos seguintes passos:

**Passo 1:** inicializar o algoritmo de agrupamento evolutivo:

Calcule os valores iniciais das matrizes  $\mathbf{V}_{bt}$ ,  $\mathbf{U}_{bt}$  e  $\mathbf{A}_{\Sigma_{bt}}$ , para  $i = 1, 2, \dots, c$  a partir do algoritmo de agrupamento nebuloso batelada da seção 2.1. Defina valores para  $\mu_h$ ,  $\alpha$  e  $Pn_{tol}$ .

onde,

$\alpha$ : taxa de aprendizado do algoritmo *online*,  $\alpha = [0,05 \dots 0,3]$ , valores utilizados conforme é citado em Angelov et al. (2010).

$\mu_h$ : constante que determina o limiar de partição.

$Pn_{tol}$ : valor limiar de pontos pertencentes ao agrupamento.

**Passo 2:** leia o ponto  $\mathbf{z}(k)$ .

**Passo 3:** atualizar a matriz de dados  $\mathbf{Z}$ .

$$\mathbf{Z} = [\mathbf{Z}_{N_{bt}}, \mathbf{z}(k)] \quad (11)$$

aonde,  $\mathbf{Z}_{(N_{bt}+k)} = [\mathbf{X}_{(N_{bt}+k)} \mathbf{Y}_{(N_{bt}+k)}] \in \Re^{N_{bt}+k \times p+1}$ : matriz de regressores.

**Passo 4:** determinar as distâncias  $d_{ik}$  para  $i = 1, 2, \dots, c$

$$d_{ik} = \sqrt{\frac{(2\pi)^{p/2} \sqrt{A_{\Sigma}}}{P_0(i)} \exp\left[\frac{1}{2}(\mathbf{z}_k - \mathbf{V}_{bt}) A_{\Sigma}^{-1} (\mathbf{z}_k - \mathbf{V}_{bt})^T\right]} \quad (12)$$

**Passo 5:** determinar o agrupamento  $g_{th}$  mais próximo de  $\mathbf{z}_k$ .

$$g_{th} = \arg \min(d_{ik}), i = 1, 2, \dots, c \quad (13)$$

**Passo 6:** determinar o raio do agrupamento mais próximo de  $\mathbf{z}_k$ .

$$\begin{aligned} r_{g_{th}} &= \max \|V_{g_{th}} - z_j\|_{A_{\Sigma_{g_{th}}}} \\ \forall \mathbf{x}_j \in g_{th} &\text{ e } \mu_{g_{th},j} > \mu_h \end{aligned} \quad (14)$$

**Passo 7:** se  $d_{gk} \leq r_g$

**Passo 7.1:** atualizar os centros,  $V_g$ , e matriz de covariância,  $A_{\Sigma}$ :

$$\mathbf{V}_{g_{posterior}} = \mathbf{V}_{g_{anterior}} + \alpha (\mathbf{x}_k - \mathbf{V}_{g_{posterior}}) \quad (15)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_{\Sigma_{g_{posterior}}} &= \mathbf{A}_{\Sigma_{g_{anterior}}} + \\ \alpha \left( (\mathbf{x}_k - \mathbf{V}_{g_{anterior}})^T (\mathbf{x}_k - \mathbf{V}_{g_{anterior}})^T \right) &- \\ \alpha \left( \mathbf{A}_{\Sigma_{g_{anterior}}} \right) \end{aligned} \quad (16)$$

**Passo 7.2:** atualizar a matriz de partição  $\mathbf{U}$

$$\mu_{ik} = \frac{1}{\sum_{j=1}^c \left( \frac{D_{ikA_{\Sigma}}}{D_{jkA_{\Sigma}}} \right)^{-1}} \quad (17)$$

**Passo 8:** se  $d_{gk} > r_g$

**Passo 8.1:** criar um novo agrupamento,

$$v_{c+1} = x_s \quad (18)$$

$$A_{\Sigma_{c+1}} = A_{\Sigma_g} \quad (19)$$

**Passo 8.2:** recalculer a matriz de partição,  $\mathbf{U}$

$$(\mathbf{U}_k) = \tilde{f}(\mathbf{Z}, \mathbf{U}_{k-1}, \mathbf{V}, \mathbf{A}_{\Sigma}, \epsilon) \quad (20)$$

**Passo 8.3:** Calcule  $Pn_{c+1}$

**Passo 8.4:** se  $Pn_{c+1} > Pn_{tol}$

**Passo 8.4.1:** aceitar novo agrupamento.

$$c = c + 1 \quad (21)$$

**Passo 8.4.2:** determinar as funções de pertinências do antecedente a partir do método probabilístico de Máxima Verossimilhança, para  $1 \leq i \leq c$ ,  $1 \leq l \leq p$ .

$$\beta_{il}(\mathbf{x}_l) = \frac{1}{\sum_{j=1}^c \left( \frac{D_{ikA_{\Sigma}}(\mathbf{x}_l, v_{0_i})}{D_{jkA_{\Sigma}}(\mathbf{x}_l, v_{0_j})} \right)^{-1}}, 1 \leq i \leq c \quad (22)$$

**Passo 8.5:** se  $Pn_{c+1} \leq Pn_{tot}$

**Passo 8.5.1:** recusar o novo agrupamento e matenha a estrutura anterior.

**Step 9:** determinar o melhor centro que minimize a função de custo,  $J_i, \forall i, i = 1, 2, \dots, c$

$$J_i = \sum_{x_k \in v_i} \|x_k - v_i\| \quad (23)$$

**Passo 10:** estimar os parâmetros do consequente no modo recursivo ponderado

$$w_{ij} = \begin{cases} \mu_{ij} & \text{se } i = j, \\ 0 & \text{se } i \neq j, \end{cases} \quad (24)$$

para  $i = 1, 2, \dots, c; j = 1, 2, \dots, N$ .

$$\begin{aligned} P_1 &= w_{ij}^{(l+1)} P^{(l)} X^{(l+1)} X^{T(l+1)} P^{(l)} \\ P_2 &= 1 + X^{T(l+1)} P^{(l)} X^{(l+1)} \\ P^{(l+1)} &= P^{(l)} - \frac{P_1}{P_2} \\ P_3 &= P^{(l+1)} X^{(l+1)} w_{ij}^{(l+1)} \\ P_4 &= \left( y^{(l+1)} - X^{T(l+1)} \Theta^{i(l)} \right) \\ \Theta^{i(l+1)} &= \Theta^{i(l)} + P_3 P_4 \\ l &= 1, 2, 3, \dots, N \end{aligned} \quad (25)$$

**Passo 11:** criar o modelo nebuloso Takagi–Sugeno

O sistema nebuloso de inferência de *Takagi–Sugeno* é descrito pelo conjunto de regras dado por:

$$\begin{aligned} R^i : & \text{SE } y(k-1) \text{ É } F_1^i \text{ E } \dots \text{ E } y(k-n_y) \text{ É } F_{n_y}^i \text{ E} \\ & u(k-1) \text{ É } F_1^i \text{ E } \dots \text{ E } u(k-n_u) \text{ É } F_{n_u}^i \\ \text{ENTÃO } & y^i(k) = \sum_{j=1}^{n_y} \theta_{y_j}^i y(k-j) + \sum_{j=1}^{n_u} \theta_{u_j}^i u(k-j) + \theta_0^i \end{aligned} \quad (26)$$

onde,  $\theta_y$ ,  $\theta_u$  e  $\theta_0$  são os parâmetros do consequente a serem determinados nos passos anteriores;  $n_y$  é a ordem de  $y(k)$  e  $n_u$  é a ordem de  $u(k)$ , que corresponde a um modelo ARX da proposição do consequente.

**Passo 11:** Retorne ao passo 2.

### 3. RESULTADOS COMPUTACIONAIS

Nesta seção, serão ilustrados os resultados computacionais quanto a predição da série temporal de Box–Jenkins (*Gas Furnace*). O sistema de inferência nebuloso *Takagi–Sugeno* ARX utilizado neste artigo, é dado por:

$$\begin{aligned} R^i : & \text{SE } y(k-1) \text{ É } F_1^i \text{ E } u(k-4) \text{ É } F_2^i \\ \text{ENTÃO } & y^i(k) = \theta_2^i y(k-1) + \theta_1^i u(k-4) + \theta_0^i \end{aligned} \quad (27)$$

#### 3.1 Série de Dados Box–Jenkins (*Gas Furnace*)

A série de dados Box–Jenkins (*Gas Furnace*) apresenta duas variáveis de estudo no processo de combustão do Gás: uma variável de entrada, o fluxo do Gás  $u(k)$ , e variável de saída,  $y(k)$ , que representa a concentração de  $CO_2$ . O conjunto de dados normalizados representa a concentração de  $CO_2$ ,  $y(k)$ , a partir dos valores  $y(k-1)$  e  $u(k-4)$ . Ver Rosa et al. (2013), Leite et al. (2011), Melin et al. (2012). Os primeiros 125 pontos foram utilizados para identificação do modelo utilizando-se o algoritmo de agrupamento batelada (estimação inicial); e 120 pontos finais foram utilizados para a validação do modelo utilizando-se o algoritmo de agrupamento recursivo (estimação evolutiva). O valor inicial de grupos (total de centros) para o algoritmo foi igual a 2 (dois). Na Figura 2 é mostrado o número de regras em função dos pontos adquiridos; após à aquisição do 69º ponto é criado um novo agrupamento, ou seja, 3 (três) regras, e depois da aquisição do 88º ponto observa-se que o modelo passa a ter 4 (quatro) regras.

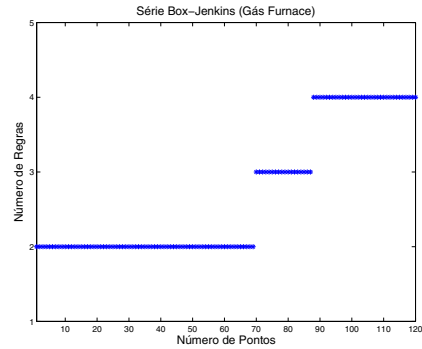


Figura. 2. Evolução das regras em função dos pontos da série temporal.

As partições no espaço do antecedente obtidas após o algoritmo de agrupamento batelada (estimação inicial) são mostradas na Figura 3, ou seja, a estimação inicial fornecida pelo supervisor com 2 agrupamentos iniciais é evidenciado no final do processo de agrupamento em modo batelada.

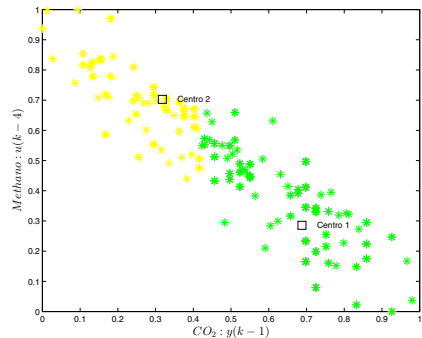


Figura. 3. Partições no espaço de entrada: estimação inicial.

As partições no espaço do antecedente obtidas a partir do algoritmo de agrupamento recursivo (estimação evolutiva) são mostradas na Figura 4. Neste caso em específico, percebe-se que o agrupamento *on-line* foi capaz de encontrar 4 agrupamentos para o conjunto de dados finais de validação do modelo proposto.

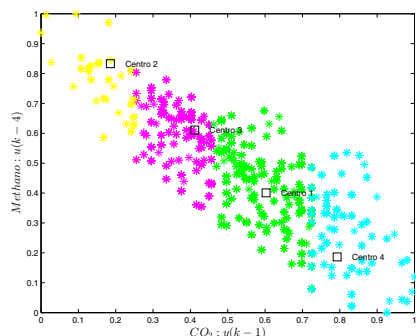


Figura. 4. Partições no espaço de entrada: estimação recursiva.

A Figura 5 ilustra o desempenho do algoritmo *online* de agrupamento nebuloso evolutivo baseado em critério de máxima verossimilhança para a predição da série temporal de dados Box-Jenkins (*Gas Furnace*).

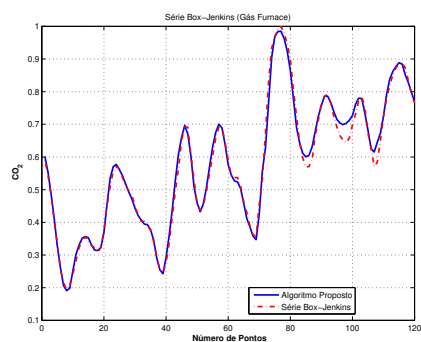


Figura. 5. Predição da série temporal de Box-Jenkins *Gas Furnace*.

A tabela 1 apresenta uma análise comparativa da metodologia proposta em relação a outros métodos eficientes existentes na literatura. Ver Bordignon and Gomide (2014), Rosa et al. (2013), Melin et al. (2012), Leite et al. (2011) e Samanta (2011). Verifica-se que a metodologia proposta apresentou melhor resultado em relação aos demais.

Tabela 1. Análise comparativa quanto a predição da série temporal Box-Jenkins (*Gas Furnace*)

Modelo	RMSE
Leite et al. (2011)	0,0421
DENFIS apud Rosa et al. (2013)	0,0190
Bordignon and Gomide (2014)	0,0327
Rosa et al. (2013)	0,0232
Angelov et al. (2010)	0,0188
<b>Metodologia Proposta</b>	<b>0,0181</b>

A estimação recursiva dos parâmetros do consequente é mostrada na Figura 6, destaca-se a evolução destes parâmetros a medida que os dados são lidos pelo modelo e após a aquisição do 69º e 88º ponto verifica-se a evolução do número de regras e a atualização dos parâmetros dos consequentes. A estimação recursiva dos centros dos agrupamentos é mostrada na Figura 7, onde destaca-se a variação das coordenadas dos centros dos agrupamentos segundo o critério de máxima verossimilhança e após a aquisição do 69º e 88º pontos verifica-se a evolução

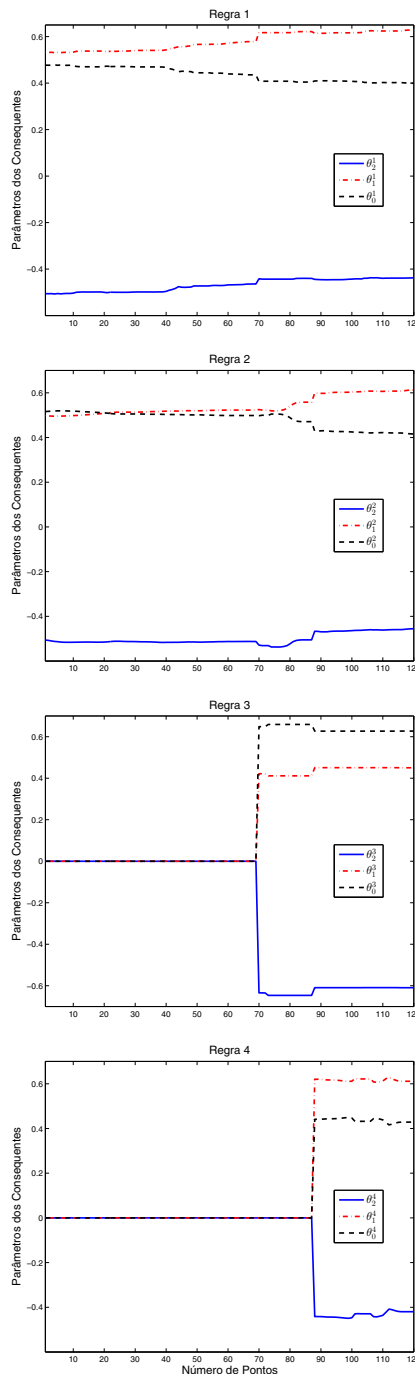


Figura. 6. Parâmetros dos consequentes via algoritmo de agrupamento recursivo (estimação evolutiva).

do número de centros e a atualização dos centros dos agrupamentos.

## AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem a Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado do Maranhão (FAPEMA) pelo apoio financeiro e ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Elettricidade da Universidade Federal do Maranhão (PPgEE-UFMA).

## REFERÊNCIAS

- Angelov, P., Filev, D., and Kasabov, N. (2010). *Evolving intelligent systems: methodology and applications*. IEEE Press Series on Computational Intelligence. Wiley-Blackwell.
- Babuska, R. (1998). *Fuzzy Modeling for Control*. Kluwer Academic Publishers.
- Bordignon, F. and Gomide, F. (2014). Uninorm based evolving neural networks and approximation capabilities. *ELSEVIER: Neurocomputing*, 127, 13–20.
- Leite, D., Gomide, F., Ballini, R., and Costa, P. (2011). Fuzzy granular evolving modeling for time series prediction. *IEEE: International Conference on Fuzzy Systems*, 2794–2801.
- Melin, P., Soto, J., Castillo, O., and Soria, J. (2012). A new approach for time series prediction using ensembles of anfis models. *ELSEVIER: Expert Systems with Applications*, 39, 3494–3506.
- Rosa, R., Gomide, F., and Ballini, R. (2013). Nonlinear system identification based on a novel adaptive fuzzy wavelet neural network. *Machine Learning and Applications (ICMLA): 12th International Conference*, 2, 378–383.
- Samanta, B. (2011). Prediction of chaotic time series using computational intelligence. *ELSEVIER: Expert Systems with Applications*, 38, 11406–11411.
- Watts, M.J. (2009). A decade of kasabov's evolving connectionist systems: A review. *Trans. Sys. Man Cyber Part C*, 39, 253–269.

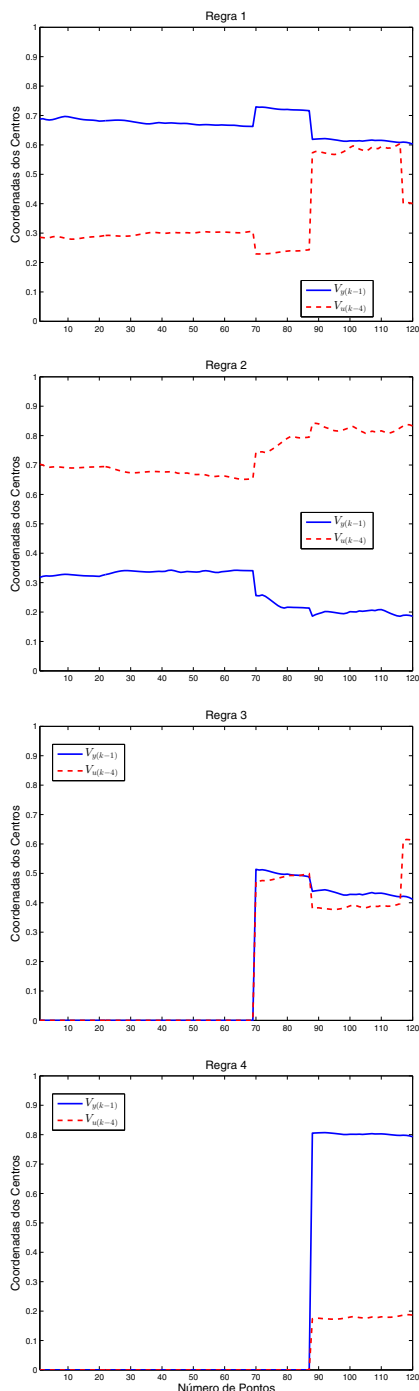


Figura. 7. Coordenadas dos centros dos agrupamentos nebulosos via algoritmo de agrupamento recursivo (estimação evolutiva).

## 4. CONCLUSÕES

Os resultados obtidos quando comparados a outras metodologias disponíveis na literatura evidenciaram a eficiência da modelagem a partir do critério de máxima verossimilhança. Para trabalhos futuros, a implementação de outras técnicas de agrupamento *online* e análise estatística de dados caóticos afim de viabilizar e otimizar a metodologia proposta, é de particular interesse.