

# Función Potencial Repulsiva con Ganancias de Controlador Variables

L. A. García-Delgado, D. Berman-Mendoza, R. Gómez-Fuentes, B. Noriega  
A. García-Juárez, A. Leal-Cruz, A. Vera-Marquina, A. Rojas-Hernández  
Departamento de Investigación en Física, Universidad de Sonora,  
Rosales y Luis Encinas, Hermosillo, Sonora, México, 83000

**Resumen**—En este artículo se propone un esquema de evasión de colisiones basado en funciones potenciales. El esquema de evasión propuesto está desarrollado para helicópteros cuadri-rotors. El control de generación de trayectoria se basa en la teoría de campos potenciales y el control de posición de cada vehículo en el método de saturaciones anidadas. Además de la función potencial repulsiva se propone un esquema de ganancias de controlador variables el cual permite encontrar los valores óptimos en cada situación para una evasión más segura.

**Palabras clave:** Formación de vehículos, función repulsiva, evasión de colisiones, optimización.

## I. INTRODUCCIÓN

La teoría de Campo Potencial es un método para definir funciones de navegación que conducen vehículos de manera autónoma de una posición inicial a una posición deseada. Este enfoque es útil aún en tareas de múltiples vehículos, como en el caso de formaciones [1]–[4]. Se han propuesto diferentes algoritmos de evasión de colisiones para vehículos autónomos [2], [5]–[7].

Una función repulsiva convencional tiene la forma [8]

$$U_{rep}(\mathbf{q}) = \begin{cases} \frac{1}{2}k \left( \frac{1}{d(\mathbf{q}, \mathbf{q}_{obs})} - \frac{1}{d_0} \right)^2 & d(\mathbf{q}, \mathbf{q}_{obs}) < d_0 \\ 0 & d(\mathbf{q}, \mathbf{q}_{obs}) \geq d_0 \end{cases}$$

donde  $\mathbf{q}$  y  $\mathbf{q}_{obs}$  denotan la posición de un vehículo y de un obstáculo respectivamente,  $d(\mathbf{q}, \mathbf{q}_{obs})$  es la distancia mínima del origen de coordenadas del vehículo al obstáculo,  $k$  es una ganancia positiva, y  $d_0$  denota la distancia repulsiva. La correspondiente fuerza repulsiva es de la forma

$$F_{rep}(\mathbf{q}) = -\nabla U_{rep}$$

Este método es adecuado para implementarse en tiempo real, ya que sólo requiere información del gradiente local y no requiere información global [9].

Para mejorar el esquema repulsivo básico y superar algunas desventajas, se han propuesto diferentes metodologías de funciones potenciales. Una de ellas es el problema de evasión de mínimos locales, lo cual se logra agregando términos en la función repulsiva para evitar distintas clases de mínimos locales, un ejemplo de solución a este problema es el llamado GNRON (metas no alcanzables con obstáculos cercanos) [10]–[12].

Otros esquemas potenciales necesitan conocimiento global del área de trabajo, como aquellos basados en el campo de velocidad como las Funciones Potenciales Armónicas (HPF) [13], [14], el Campo Potencial Híbrido [6], Campos Potenciales Artificiales Evolutivos [5], etc. Estas propuestas realizan la evasión definiendo una trayectoria libre de colisiones, para luego guiar el vehículo por la trayectoria que se genera.

Las funciones repulsivas convencionales son simples en su definición [10]. Sin embargo, presentan algunas desventajas en el funcionamiento del desplazamiento de los vehículos, lo cual resulta más evidente cuando la estrategia de control de movimiento se basa en saturaciones anidadas. El método de control de Saturaciones Anidadas es una estrategia de control asintóticamente estable, que se ha aplicado en estabilización de cuadri-rotors [15].

En este artículo se propone una variación de la función repulsiva convencional, cuya magnitud varía en función del ángulo entre el vector de fuerza atractiva y el obstáculo, similar a lo propuesto en [16], pero con una función más simple. Además, mediante el uso de una matriz de rotación que reorienta la fuerza repulsiva, se produce una maniobra de evasión más eficiente. La principal contribución en este artículo es la propuesta de ganancias de controlador variables al momento de realizar evasión de colisiones, con el objeto de efectuar la evasión de forma más segura. En el instante en que un vehículo está dentro de la distancia repulsiva de un obstáculo, se realiza una optimización con restricciones. El algoritmo de optimización encuentra las constantes del controlador con las cuales el vehículo en dirección de colisión se aproxime lo menos posible al obstáculo. El controlador trabajará con las constantes calculadas hasta que el vehículo deje de aproximarse al obstáculo, y entonces se regresa a los valores originales de las ganancias del controlador.

El artículo está organizado de la siguiente manera: la Sección II describe el modelo dinámico del vehículo. La Sección III describe el método de control de posición. En la Sección IV se presenta el esquema repulsivo, mientras que la optimización de constantes del controlador se muestra en la Sección V. La Sección VI presenta los resultados de simulación y las conclusiones son dadas en la Sección VII.

## II. MODELO DINÁMICO

Las coordenadas generalizadas para el cuadri-rotor son las siguientes

$$\mathbf{q} = (x, y, z, \phi, \theta, \psi) \in \mathbb{R}^6 \quad (1)$$

donde  $\xi = (x, y, z) \in \mathbb{R}^3$  denota la posición del centro de masa del vehículo, relativa a un marco inercial  $\mathcal{I}$ , y  $\eta = (\phi, \theta, \psi) \in \mathbb{R}^3$  representa los ángulos de orientación (alabeo, cabeceo y guiñada, respectivamente) del vehículo.

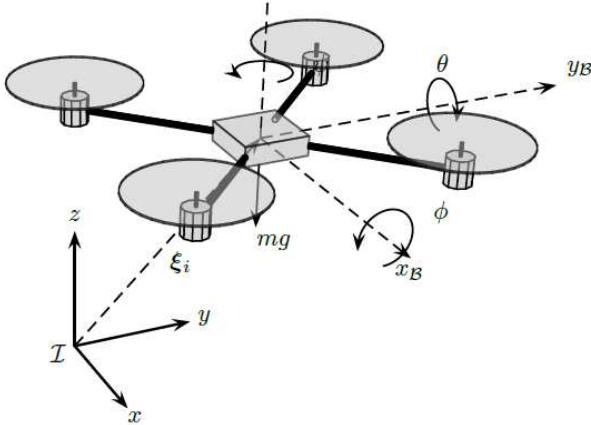


Figura 1: Coordenadas generalizadas del cuadri-rotor.

El modelo dinámico, del cuadri-rotor [15], que se utilizará en este trabajo es

$$\begin{aligned} m\ddot{x} &= u(\cos\psi \sin\theta \cos\phi + \sin\psi \sin\phi), \\ m\ddot{y} &= u(\sin\psi \sin\theta \cos\phi - \cos\psi \sin\phi), \\ m\ddot{z} &= u \cos\theta \cos\phi - mg, \\ \ddot{\psi} &= \tau_\psi, \quad \ddot{\theta} = \tau_\theta, \quad \ddot{\phi} = \tau_\phi \end{aligned}$$

### II-A. Control de Guiñada y de Altitud

Para poder mantener  $\psi = 0 \forall t > 0$ , el control de guiñada utilizado es

$$\tau_\psi = -k_{p\psi}\psi - k_{v\psi}\dot{\psi} \quad (2)$$

donde  $k_{p\psi}$  y  $k_{v\psi}$  denotan las ganancias proporcional y derivativa, respectivamente, del control PD de guiñada.

Y para mantener una altitud constante deseada  $z_d$ , el control de altitud a utilizar es

$$u = [(k_{pz}\tilde{z} - k_{vz}\dot{\tilde{z}}) + mg] \frac{1}{\cos\theta \cos\phi} \quad (3)$$

el cual es un control PD con compensación de gravedad y el término del denominador es utilizado para simplificar el modelo.  $\tilde{z} = z_d - z$  es el error de altitud,  $k_{pz}$  y  $k_{vz}$  son constantes,  $m$  denota la masa del vehículo y  $g$  es la constante de gravedad.

Aplicando (3) y (2) al sistema, después de un tiempo finito se tendrá que  $\tilde{z}, \dot{\tilde{z}}, \psi, \dot{\psi} \rightarrow 0$ , por lo que el modelo dinámico de cada vehículo se puede ver como

$$\ddot{x} = g \tan\theta, \quad \ddot{\theta} = \tau_\theta \quad (4)$$

$$\ddot{y} = -g \frac{\tan\phi}{\cos\theta}, \quad \ddot{\phi} = \tau_\phi \quad (5)$$

## III. CONTROL DE POSICIÓN

Una vez que el vehículo alcanza la altura y orientación deseadas (constantes), el vector translacional se puede representar sólo como

$$\xi = [x \ y]^T \quad (6)$$

### III-A. Función Potencial Atractiva

La distancia entre un vehículo y su posición meta se define como

$$L_g = \|\xi_g - \xi\| \quad (7)$$

La función de energía potencial artificial con respecto a la posición meta se expresa mediante

$$U_g = \frac{1}{2} k_g L_g^2 \quad (8)$$

donde  $k_g$  es la ganancia de posición meta.

La fuerza atractiva correspondiente está dada por el gradiente negativo de la energía potencial (8). Entonces

$$\mathbf{F}_{att} = -\nabla U_g = \mathbf{f}_g = -k_g(\xi_g - \xi) \quad (9)$$

### III-B. Modelo lineal

Si se imponen cotas muy pequeñas sobre  $\theta$  y  $\phi$ , de tal forma que  $\tan(\theta) \approx \theta$ , y de igual forma con  $\phi$ , el modelo dinámico para el vehículo se reduce a

$$\ddot{x} = g\theta, \quad \ddot{\theta} = \tau_\theta, \quad (10)$$

$$\ddot{y} = -g\phi, \quad \ddot{\phi} = \tau_\phi, \quad (11)$$

el cual se puede ver como dos sistemas independientes, donde cada uno se compone de cuatro integradores en cascada.

### III-C. Control por Saturaciones Anidadas

Este es un método de control no lineal que se aplica a sistemas de integradores en cascada con una entrada, y consiste en realizar un cambio de variables del sistema original, después estas nuevas variables se acomodan en forma de saturaciones anidadas (Ver referencia [17]).

Para mostrar el método de saturaciones anidadas, se tomará el subsistema de cabeceo ( $x, \theta$ ). Reagrupando las Ecuaciones (10) en espacio de estados se tiene

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_i \\ \ddot{x}_i \\ \dot{\theta}_i \\ \ddot{\theta}_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & g & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_i \\ \dot{x}_i \\ \theta_i \\ \dot{\theta}_i \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \tau_{\theta_i} \quad (12)$$

Considere un cambio de variables de la forma  $\mathbf{z} = \mathbf{T}\mathbf{q}$  como se muestra

$$\begin{bmatrix} z_{1x_i} \\ z_{2x_i} \\ z_{3x_i} \\ z_{4x_i} \end{bmatrix} = \mathbf{T}_{xz} \begin{bmatrix} F_{x_i} \\ \dot{x}_i \\ \theta_i \\ \dot{\theta}_i \end{bmatrix} \quad (13)$$

donde  $F_x$  es la componente en coordenadas  $x$  de la fuerza  $F_{att}$ , es decir  $F_{att} = [F_x, F_y]^T$ , y

$$T_{xz} = \begin{bmatrix} -\frac{k_2 k_3 k_4}{g} & \frac{k_2 k_3 + k_2 k_4 + k_3 k_4}{g} & k_2 + k_3 + k_4 & 1 \\ 0 & k_3 k_4 / g & k_3 + k_4 & 1 \\ 0 & 0 & k_4 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (14)$$

Las literales  $k_2, k_3, k_4$  (y  $k_1$  posteriormente considerada) son constantes positivas del control de saturaciones anidadas. El sistema de alabeo es similar al sistema de cabeceo.

Se define una función saturación de la forma

$$\sigma_b(s) = \begin{cases} -b & \text{for } s < -b \\ s & \text{for } -b \leq s \leq b \\ b & \text{for } s > b \end{cases}$$

donde  $b$  es la cota de la saturación y es constante.

De acuerdo con el método de saturaciones anidadas, el control de cabeceo ( $\theta, x$ ) está dado por

$$\tau_\theta = -\sigma_{b_4}(k_4 z_{4x} + \sigma_{b_3}(k_3 z_{3x} + \sigma_{b_2}(k_2 z_{2x} + \sigma_{b_1}(k_1 z_{1x})))) \quad (15)$$

donde  $b_1, \dots, b_4$  son las cotas de las funciones saturación.

De forma similar, el control de alabeo ( $\phi, y$ ) está dado por

$$\tau_\phi = -\sigma_{b_4}(k_4 z_{4y} + \sigma_{b_3}(k_3 z_{3y} + \sigma_{b_2}(k_2 z_{2y} + \sigma_{b_1}(k_1 z_{1y})))) \quad (16)$$

#### IV. FUNCIÓN REPULSIVA

##### IV-A. Distancia Repulsiva Máxima

Para determinar la máxima distancia repulsiva que debe existir para evitar colisiones (ver [18] para más detalles), se considera un vehículo desplazándose a su máxima velocidad y una consigna de control que dirija al vehículo en dirección opuesta. Entonces se debe resolver el sistema

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \ddot{x} \\ \dot{\theta} \\ \ddot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & g & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -a_{42} & -a_{43} & -a_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \dot{x} \\ \theta \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u \quad (17)$$

donde  $a_{42} = \frac{k_2 k_3 k_4}{g}$ ,  $a_{43} = k_2 k_3 + k_2 k_4 + k_3 k_4$ ,  $a_{44} = k_2 + k_3 + k_4$ , y  $u = -\sigma_{b_1}(k_1 z_1)$ . Las condiciones iniciales para la solución del sistema (17) son

$$x(0) = \begin{bmatrix} 0 \\ \dot{x}_{max} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (18)$$

La distancia recorrida por el vehículo antes de evadir la colisión es

$$L_x = \text{máx}\{x(t)\} \quad (19)$$

donde  $\text{máx}\{x(t)\}$  es el valor máximo de la solución  $x(t)$  del sistema (17). En este caso se trata de la distancia máxima  $L_{x_{max}}$ .

##### IV-B. Función Repulsiva

En el esquema convencional de funciones repulsivas la magnitud de la fuerza repulsiva depende de la distancia entre el vehículo y el obstáculo, lo cual no es necesario en desplazamientos en los que no hay riesgo de colisión. Para reducir esta desventaja se propone el uso de una función cuya magnitud varía en función del ángulo  $\alpha$  entre el vector de fuerza atractiva del vehículo y la línea que se forma del vehículo al obstáculo, como se muestra en la Figura 2.

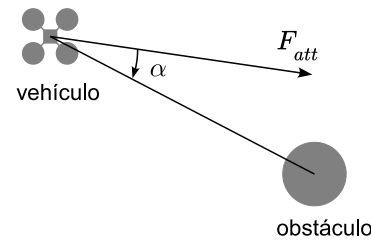


Figura 2: Interpretación del ángulo  $\alpha$ .

Debido a que el control del vehículo se basa en funciones saturación anidadas, la magnitud de la fuerza repulsiva también debe estar saturada. Sea  $M_r$  la magnitud de la fuerza repulsiva

$$M_r = \sigma_{b_r} \left( b_r \frac{(1 + \cos(\alpha))^2}{(1 - \cos(\alpha))^2} \left[ \frac{1}{L_o} - \frac{1}{L_{rep}} \right]^2 \right) \quad (20)$$

donde  $b_r$  es la cota de la magnitud de  $M_r$ , y se escoge  $b_r > \|F_{att}\|$ ,  $\alpha$  es el ángulo definido en la Figura 2,  $L_o$  denota la distancia actual entre el vehículo y el obstáculo, y  $L_{rep}$  es la distancia repulsiva definida como

$$L_{rep} = \max\{L_o, \frac{1}{2}L_{min}\}$$

donde  $L_{min}$  es la mínima distancia repulsiva escogida arbitrariamente,  $L_o$  es una distancia variable definida en función de la velocidad del vehículo

$$L_o = L_{x_{max}} \left( \frac{\|\dot{\xi}\|}{\dot{x}_{max}} \right) + r_{X4} + L_{add} \quad (21)$$

donde  $L_{x_{max}}$  ya ha sido definida en (19),  $r_{X4}$  es el radio del vehículo (distancia desde el centro hasta la punta de cualquier hélice),  $L_{add}$  es una distancia adicional para dar un poco de margen entre el vehículo y el obstáculo.

Entonces, la fuerza repulsiva es

$$f_r = \begin{cases} M_r (\mathbf{I} + \beta \mathbf{R}) \frac{\xi - \xi_o}{L_o} & L_o < L_{rep} \\ 0 & L_o \geq L_{rep} \end{cases} \quad (22)$$

donde  $\mathbf{I} \in \mathbb{R}^2$  denota la matriz identidad,  $\beta \in (0, 1)$  es una ganancia y  $\mathbf{R} \in \mathbb{R}^2$  es una matriz de rotación que redirige el vector de fuerza repulsiva en dirección tangente al obstáculo

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} 0 & -\text{signo}(\alpha) \\ \text{signo}(\alpha) & 0 \end{bmatrix}$$

Para ilustrar mejor la función repulsiva (22), la magnitud de la fuerza  $M_r$  (20) se muestra en la Figura 3. Las líneas del campo repulsivo se muestran en la Figura 4, en este ejemplo  $\beta = 0.5$ .

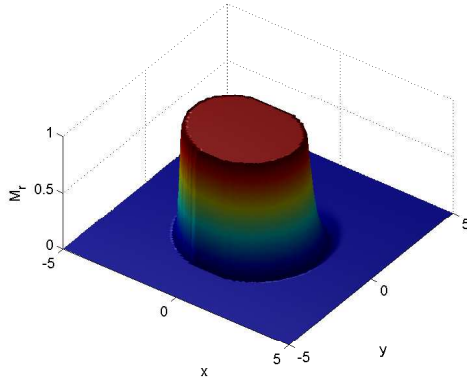


Figura 3: Magnitud de la fuerza repulsiva  $M_r$ .

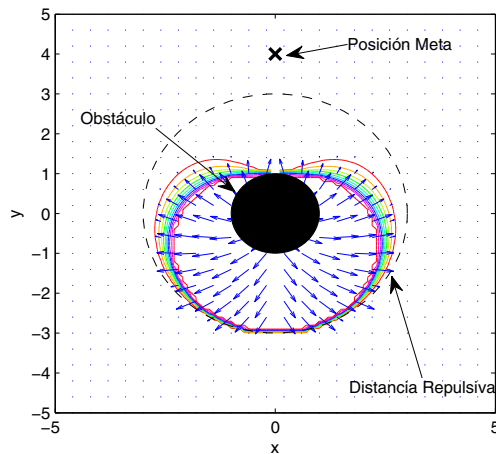


Figura 4: Dirección de la fuerza repulsiva.

## V. OPTIMIZACIÓN DE LAS GANANCIAS DEL CONTROLADOR

Una evasión de colisiones más segura se logra minimizando la distancia  $L_x$  que avanza un vehículo hacia un obstáculo durante la maniobra evasiva (cuando el vehículo está dentro de la zona repulsiva). Una forma de minimizar  $L_x$  es cambiando el valor de las constantes del controlador de saturaciones anidadas:  $k_2$ ,  $k_3$ ,  $k_4$  y  $b_1$ , justo al momento de entrar en la zona repulsiva. Una vez que el vehículo deja de dirigirse hacia el obstáculo el controlador retoma los valores de ganancias inicialmente programados. El valor de  $L_x$  se obtiene resolviendo el sistema (12) con entrada de control (15). Aplicando un método de optimización con restricciones se pueden obtener los valores de las constantes del controlador que minimicen la distancia  $L_x$ .

Minimizar la distancia  $L_x$  conlleva una evasión de colisión más segura debido a que maximiza la distancia a la que el vehículo se llega a aproximar al obstáculo. Por lo tanto, se trata de un problema de optimización. Este problema de optimización se define como

$$\text{Min} \quad L_x = \text{máx}\{x(t)\} \quad (23)$$

$$\text{s.a} \quad -k_2^* < 0 \quad (24)$$

$$-k_3^* < 0 \quad (25)$$

$$-k_4^* < 0 \quad (26)$$

$$b_1^* \leq b_2 \quad (27)$$

$$|\theta(t)| \leq 0.2 \quad (28)$$

donde  $k_2^*$ ,  $k_3^*$ ,  $k_4^*$  y  $b_1^*$  denotan las constantes optimizadas. Las restricciones (24)-(26) indican que  $k_2^*$ ,  $\dots$ ,  $k_4^*$  deben ser positivas. La restricción (27) es importante debido a que por la naturaleza del controlador de saturaciones anidadas, una constante  $b_1 > b_2$  no tendría efecto en el cálculo de  $L_x$ . Finalmente, la restricción (28) es necesaria para mantener lineal el modelo dinámico. Esta consideración de modelo lineal influye en la Ecuación (10)

$$\ddot{x}(t) = g \tan(\theta) \approx g\theta$$

y se mantiene cuando  $|\theta| \leq 0.2$  rad.

Se utiliza un procedimiento similar para el subsistema  $y - \phi$ .

## VI. RESULTADOS DE SIMULACIÓN

En esta sección, se demuestra la efectividad de la función repulsiva propuesta y el esquema de ganancias variables para una evasión más segura. Las simulaciones fueron realizadas en Matlab Simulink. Los parámetros utilizados para las simulaciones se muestran en la Tabla I.

TABLA I: Valores de parámetros y constantes

	Parámetro	Valor
Modelo del vehículo	$m$	1 kg
	$g$	9.81 m/s <sup>2</sup>
Radio	$r_{X4}$	0.4 m
Ganancias	$k_1, k_2, k_3, k_4$	1
Contas del controlador	$b_1$	0.1
	$b_2$	0.2
	$b_3$	0.4
	$b_4$	0.8

Con el propósito de mostrar las ventajas de la función repulsiva propuesta, se realizó un conjunto de simulaciones de un vehículo con dos obstáculos. Para todas las simulaciones, la posición inicial del cuadri-rotor fue

$$\xi(0) = [-7, -6]^T \quad (29)$$

y la posición deseada

$$\xi_g(0) = [7, 6]^T \quad (30)$$

Las las posiciones de los obstáculos se fueron cambiando en 100 simulaciones en forma de barrido. El obstáculo 1 empezando en  $\xi_{o_1} = (-4, 0)^T$  para la primera simulación, y variando poco a poco hasta  $\xi_{o_1} = (-0.04, -3.465)^T$  en la última simulación. El obstáculo 2 desde  $\xi_{o_2} = (3.5, 0.5)^T$  hasta  $\xi_{o_2} = (-0.46, 3.965)^T$ . Los radios de los obstáculos fueron  $r_{o_1} = 0.3$  m y  $r_{o_2} = 0.5$  m.

Para cada una de las 100 diferentes posiciones de los obstáculos, se simularon tres diferentes esquemas repulsivos:

El primer esquema repulsivo, que se referirá como Función Repulsiva Convencional (FRC), fue una simple función repulsiva de la forma

$$f_r = \begin{cases} k_r \frac{\xi - \xi_o}{L_o} & L_o < L_{rep} \\ 0 & L_o \geq L_{rep} \end{cases} \quad (31)$$

donde  $k_r$  es constante, y la distancia repulsiva  $L_{rep}$  también es constante

$$L_{rep} = \sqrt{2}L_{x_{max}} + r_{X4} + L_{add}$$

El segundo esquema repulsivo, referido como Función Repulsiva Mejorada (FRM), se trata de la función de la Ecuación (22), que es la propuesta inicialmente presentada en este artículo.

El tercer esquema repulsivo, que se denotará como Función Repulsiva Mejorada con Optimización de Constantes, es la misma función de la Ecuación (22) más la implementación de optimización de constantes del controlador para evasión más segura, de acuerdo a las Ecuaciones (23)-(28).

Los parámetros a comparar para observar el desempeño son dos, el primero  $L_{o_{min}}$  que es la distancia mínima entre el vehículo y cualquiera de los obstáculos. Una distancia  $L_{o_{min}}$  mayor indica una evasión de colisión más segura (es decir, que el vehículo no se aproxima tanto al obstáculo). El segundo parámetro a comparar es el tiempo de establecimiento  $T_{ss}$ , el tiempo en el que el vehículo prácticamente alcanzó la posición deseada.

Los resultados de las simulaciones fueron los siguientes:

- FRC presenta mayor  $L_{o_{min}}$  en el 36 % de los casos, sin embargo el tiempo de establecimiento es mayor en todas las simulaciones, también en algunas de las simulaciones presenta las menores distancias  $L_{o_{min}}$ , lo que significa que en este esquema se presenta el mayor riesgo de colisión.
- FRM presenta 38 simulaciones con mejor tiempo  $T_{ss}$ , no obstante tienen menor distancia  $L_{io_{min}}$  que el tercer esquema repulsivo.
- FRMOC presenta mayor distancia  $L_{1o_{min}}$  que el segundo esquema en el 100 % de los casos, y una estabilización más rápida en el 62 % de las simulaciones.

Los resultados anteriores muestran que la fuerza repulsiva propuesta (22), usada para FRM y FRMOC, llevan a una maniobra evasiva más adecuada que con el método FRC (31), y que FRMOC realiza una maniobra de evasión más segura en cuanto a que maximiza la distancia  $L_{o_{min}}$  sobre FRM. Adicionalmente, la distancia mínima  $L_{o_{min}}$  en el

esquema FRMOC a través de las simulaciones previas fue 0.7866 m, después de este valor, la segunda mínima distancia fue 0.9004 m. En el caso del esquema FRC la mínima distancia fue 0.5341 m y hubo 35 resultados menores que 0.7866 (la mínima de FRMOC), mientras que en el esquema FRM la distancia mínima fue 0.5745 m y hubieron 70 resultados menores que el mínimo de FRMOC. Con estos datos se concluye que el esquema FRMOC es más seguro que los otros dos métodos al evadir colisiones.

Para mostrar de manera gráfica el comportamiento de los tres esquemas repulsivos, se realizaron simulaciones con las posiciones iniciales y deseadas dadas anteriormente en esta sección, las posiciones de los obstáculos son

$$\xi_{o_1} = \begin{bmatrix} -2.36 \\ -1.435 \end{bmatrix}, \quad \xi_{o_2} = \begin{bmatrix} 1.86 \\ 1.935 \end{bmatrix}$$

La Figura 5 muestra la trayectoria seguida en cada caso. Se puede observar que la trayectoria en el caso de FRC presenta una indeseable maniobra de evasión del obstáculo 1, esto se debe a que en este esquema, la dirección de la fuerza repulsiva es normal al obstáculo, a diferencia de la fuerza de la Ecuación (22). Los otros dos esquemas repulsivos presentan un comportamiento de evasión más lógico.

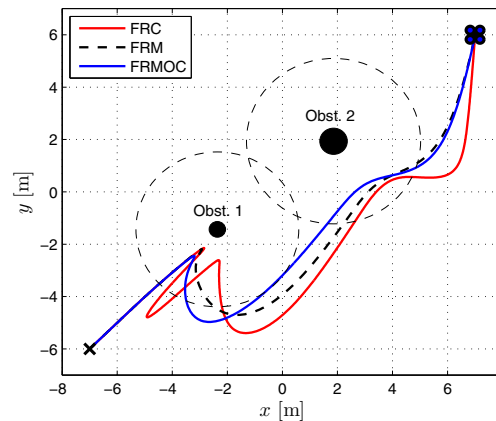


Figura 5: Trayectorias del vehículo para diferentes esquemas repulsivos.

La Figura 6 muestra el mínimo de la distancia desde el vehículo a cualquiera de los obstáculos, es decir,  $\min\{L_{o_1}(t), L_{o_2}(t)\}$  para cada uno de los casos. La distancia mínima que se alcanzó en cada caso en esta simulación fue 0.5566 m (FRC), 0.6395 m (FRM) and 1.0094 m (FRMOC). Es importante notar que la distancia de colisión es  $r_{X4} = 0.4$  m, por lo que con FRMOC se logra una evasión de colisiones más segura. En la Figura 7 se muestra la distancia  $L_g$  del vehículo a la posición deseada, aparentemente en los casos FRM y FRMOC el vehículo alcanza el estado estacionario al mismo tiempo. El tiempo de estabilización  $T_{ss}$  en cada caso es 44.3 s (FRC), 31.5 s (FRM) y 31.2 s (FRMOC).

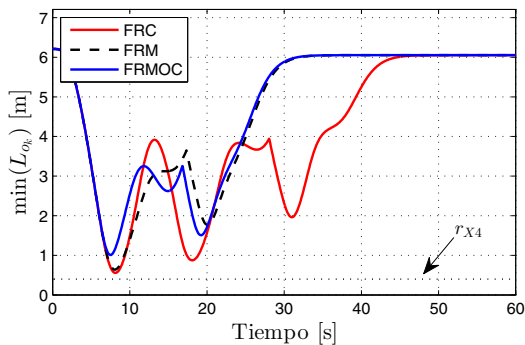


Figura 6: Mínimo de la distancia del vehículo a cualquier obstáculo para diferentes esquemas repulsivos.

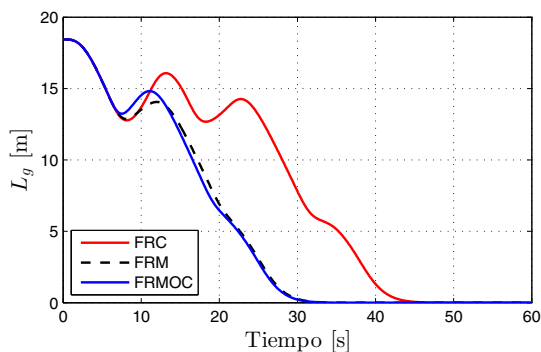


Figura 7: Distancia  $L_g$  para diferentes esquemas repulsivos.

Los resultados anteriores indican que el esquema repulsivo propuesto FRM mejora la maniobra repulsiva con respecto a la FRC. No obstante, el esquema FRM presenta mayor riesgo de colisión en algunas de las simulaciones. Por lo tanto, el esquema FRMOC se considera la mejor opción ya que ejecuta una acción evasiva más segura.

## VII. CONCLUSIONES

En este artículo se presentó un esquema de evasión de colisiones basado en funciones potenciales artificiales. Adicionalmente, se propone un método de optimización que se puede aplicar al controlador de posición para realizar la maniobra de evasión de forma más segura. Realizando una serie de experimentos se ha concluido que los esquemas repulsivos propuestos FRM y FRMOC producen una maniobra de evasión más adecuada que la función repulsiva convencional FRC. Los resultados numéricos confirman que el esquema FRMOC conduce a una maniobra evasiva más segura, aunque no necesariamente implica menor tiempo de estabilización

## AGRADECIMIENTOS

Los autores desean agradecer al Departamento de Investigación en Física de la Universidad de Sonora por el apoyo para esta investigación. Asimismo agradecen el apoyo de CONACYT.

## REFERENCIAS

- [1] Maria Carmela De Gennaro and Ali Jadbabaie. Formation control for a cooperative multi-agent system using decentralized navigation functions. In *Proceedings of the 2006 American Control Conference*, June 14-16 2006.
- [2] Yi Liang and Ho-Hoon Lee. Decentralized formation control and obstacle avoidance for multiple robots with nonholonomic constraint. In *Proceedings of the 2006 American Control Conference*, June 14-16 2006.
- [3] Tobias Paul, Thomas R. Krogstad, and Jan Tommy Gravdahl. Uav formation flight using 3d potential field. In *16th Mediterranean Conference on Control and Automation*, pages 1240 – 1245, June 25-27 2008.
- [4] D. Xue, J. Yao, G. Chen, and Y.-L. Yu. Formation control of networked multi-agent systems. *IET Control Theory and Applications*, 4(10):2168–2176, 2010.
- [5] Prahlad Vadakkepat, Kay Chen Tan, and Wang Ming-Liang. Evolutionary artificial potential fields and their application in real time robot path planning. In *Congress on Evolutionary Computation*, volume 1, pages 256 – 263, 2000.
- [6] Luis Valbuena and Herbert G. Tanner. Hybrid potential field based control of differential drive mobile robots. *Journal of Intelligent Robotic Systems*, 68(3-4):307 – 322, Jun 2012.
- [7] Gonçalo Charters Santos Cruz and PedroMiguelMartins Encarnação. Obstacle avoidance for unmanned aerial vehicles. *Journal of Intelligent and Robotic Systems*, 65(1-4):203–217, 2012.
- [8] Jean-Claude Latombe. *Robot Motion Planning*. Kluwer Academic Publishers, Norwell, MA, USA, 1991.
- [9] Leng-Feng Lee. Decentralized motion planning with an artificial potential framework (apf) for cooperative payload transport by multi-robot collectives. Master's thesis, Faculty of the Graduate School of the State University of New York, December 2004.
- [10] S. S. Ge and Y. J. Cui. New potential functions for mobile robot path planning. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 16(5), oct 2000.
- [11] Pu Shi and Yiwen Zhao. Global path planning for mobile robot based on improved artificial potential function. In *International Conference on Automation and Logistics*, pages 1900–1904, Aug 2009.
- [12] Qian Jia and Xingsong Wang. An improved potential field method for path planning. In *Control and Decision Conference (CCDC), 2010 Chinese*, pages 2265–2270, May 2010.
- [13] J. O. Kim and P. Khosla. Real-time obstacle avoidance using harmonic potential functions. In *IEEE Conference on Robotics and Automation*, pages 790 – 796, 1991.
- [14] Ahmad A. Masoud. A harmonic potential approach for simultaneous planning and control of a generic uav platform. *Journal of Intelligent Robotic Systems*, 65(1-4):153 – 173, Jan 2012.
- [15] P. Castillo, R. Lozano, and A. Dzul. Stabilization of a mini rotorcraft having four rotors. *IEEE Control Systems Magazine*, 25(6):45–55, dec 2005.
- [16] Dong Hun Kim, Hyun-Woo Lee, Seiichi Shin, and T. Suzuki. Local path planning based on new repulsive potential functions with angle distributions. In *Information Technology and Applications, 2005. ICITA 2005. Third International Conference on*, volume 2, pages 9–14, July 2005.
- [17] A. R. Teel. Global stabilization and restricted tracking for multiple integrators with bounded controls. *Systems and Control Letters*, 1992.
- [18] Luis García, Alejandro Dzul, Víctor Santibáñez, and Miguel Llana. Quad-rotors formation based on potential functions with obstacle avoidance. *IET Control Theory and Applications*, 6(12):1787 – 1802, Aug 2012.