

Reconfigurabilidad de sistemas a partir de una técnica de identificación basada en subespacios

Brian M. González-Contreras, M.A. Carrasco-Aguilar, C. Sánchez-López, F.E. Morales-López
Universidad Autónoma de Tlaxcala (UATx), Facultad de Ciencias Básicas, Ingeniería
y Tecnología (FCBIT), PE de Ingeniería en Sistemas Electrónicos (ISE)
Apizaco, Tlaxcala, CP 90300, México
brian.m.g@ieee.org, <http://iseuat.zz.mu/bmgc/>
Teléfono: (52)-241-4172544

Resumen—En este artículo se presenta un análisis de reconfigurabilidad cuantitativo de los sistemas lineales que permite establecer la tolerancia a fallas de un sistema lineal. Para lograrlo, se propone un índice basado en la reconfigurabilidad, el cual permite establecer límites de operación bajo condiciones de falla. La reconfigurabilidad puede determinarse respecto a fallas del tipo pérdida de eficacia, tanto en actuadores como en sensores. Se propone también un método de identificación basada en subespacios para realizar la evaluación de la reconfigurabilidad en línea, de esta forma establecer la condición real del sistema en estos términos. Se presentan resultados del análisis de reconfigurabilidad y de simulación aplicado a un motor de corriente continua.

Palabras clave: Reconfigurabilidad, tolerancia a fallas, fallas, motor de corriente continua, control lineal.

I. INTRODUCCIÓN

Los sistemas de detección, diagnóstico, aislamiento y acomodación de fallas (que puede incluir la reconfiguración del controlador) son módulos que deben ser considerados en la implantación de los sistemas de control para aplicaciones prácticas. Precisamente, existen aplicaciones de control en donde se requiere que de forma natural el control sea seguro, pero al mismo tiempo proveer al sistema en general de una confiabilidad para que logre la meta propuesta, como en el caso de sistemas en donde el humano interactúa directamente. Esto principalmente debido a que se busca garantizar la disponibilidad del conjunto de equipos que permiten la realización de una tarea dada. Siendo la seguridad y la continuidad de la operación de primordial importancia, el módulo encargado de mantenerlos en funcionamiento aun en condiciones de falla, el control tolerante a fallas (CTF), debe ser capaz de lograr una degradación mínima del desempeño del sistema para lograr el objetivo final propuesto (J. Jiang, 2005). De ahí que el estudio de los CTFs haya tomado mayor importancia en la última década (Mogens Blanke et al., 2006), (Steven X. Ding, 2007). En este campo de investigación se han propuesto muchas técnicas para asegurar la acomodación de las fallas y la reconfiguración del controlador. Sin embargo, sólo algunos trabajos han considerado medir la capacidad de los sistemas para tolerar fallas. Esta capacidad es conocida como la

reconfigurabilidad del sistema de control y es considerada de importancia para el diseño y síntesis del sistema de control de un sistema dado. Algunos autores (E. Wu et al., 2000), (Staroswiecki, 2002) han propuesto un índice que permite evaluar la reconfigurabilidad en términos del gramiano de controlabilidad del sistema, tanto en lazo abierto como en lazo cerrado.

En este artículo, se presenta un índice de reconfigurabilidad que considera la generalidad de los índices previamente propuestos en la literatura. El índice puede ser calculado fuera de línea (analíticamente) y en línea (en tiempo real o en lotes) permitiendo así efectuar el análisis de la tolerancia a fallas del sistema tratado, lo cual puede ser explotado para reconfiguración de los objetivos del control, programación y planeación del mantenimiento (J. Jiang, 2005), y mejoras posteriores en el CTF utilizado. El índice está basado en un criterio que considera sólo el gramiano de controlabilidad del sistema tratado en las coordenadas dadas (físicas reales). Para el análisis de fallas en actuadores se trata de un criterio adecuado. Sin embargo, el impacto de las fallas en los sensores no puede reflejarse en la reconfigurabilidad así calculada. Para incluir en este cálculo las fallas que pueden ocurrir en actuadores y sensores, en este trabajo se considera usar igualmente el gramiano de controlabilidad pero en las coordenadas conocidas como equilibradas o balanceadas, en donde el gramiano de controlabilidad es igual al gramiano de observabilidad. Además, para lograr medir este índice en línea, se propone el uso del método de identificación de subespacios y de análisis de componentes principales propuesto por (Ding et al., 2010) el cual es conocido como SIM-PCA (del inglés *Subspace Identification Method-Principal Component Analysis*) desarrollado por (J. Wang and S.J. Qin, 2002).

La aportación del trabajo es proponer un índice para medir la reconfigurabilidad del sistema (en lazo abierto o en lazo cerrado) considerando fallas tanto en sensores como en actuadores y con posibilidad de realizar esta medición en línea. Con el fin de mostrar la utilidad y aplicabilidad de las ideas propuestas, se presenta un ejemplo de simulación considerando el motor de corriente continua (CC), que actualmente es una de las máquinas eléctricas de uso común

en aplicaciones de control tanto en la industria como en el área académica. Se considera el motor de CC en la configuración más general, o sea en excitación independiente. Se presenta el análisis de reconfigurabilidad para fallas de tipo pérdida de eficacia, apareciendo súbitamente en el sistema una a la vez.

II. NOTACIONES, MODELO Y SUPOSICIONES

Las notaciones generales usadas en este trabajo se basan en los libros clásicos de identificación del modelo del sistema (P. Van Overschee and B. De Moor, 1996), (M. Verhaegen and V. Verdult, 2007). Considere un proceso descrito por una representación en el espacio de estado lineal discreto dependientes del periodo de muestreo h :

$$\begin{aligned} x(k+1) &= Ax(k) + Bu(k) + w(k) \\ y(k) &= Cx(k) + v(k), \end{aligned} \quad (1)$$

con vectores $x(k) \in \mathbb{R}^n$, $u(k) \in \mathbb{R}^r$, $y(k) \in \mathbb{R}^m$, y matrices $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $B \in \mathbb{R}^{n \times r}$, $C \in \mathbb{R}^{m \times n}$.

II-A. Suposiciones

Se consideran las siguientes hipótesis en el sistema (M. Verhaegen and V. Verdult, 2007), (Ding et al., 2010):

1. (A, C) es observable.
2. (A, B) es controlable.
3. El ruido del proceso y de la salida $w(k)$ y $v(k)$, respectivamente, no están correlacionados respecto a la condición inicial y al vector de entrada $u(k)$, satisfaciendo:

$$E \left(\begin{bmatrix} w(i) \\ v(i) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w^T(j) & v^T(j) \end{bmatrix} \right) = \begin{bmatrix} Q & S \\ S^T & R \end{bmatrix} \delta_{ij}, \quad (2)$$

donde $\delta_{ij} = \begin{cases} 1, & i = j \\ 0, & i \neq j \end{cases}$ y las matrices Q , R , S son conocidas.

4. La señal de entrada es cuasi-estacionaria (L. Ljung, 1999) y tiene excitación persistente de orden $f + p$, donde f y p son los enteros que indican el tamaño de los horizontes pasado y futuro (ventanas de observación), respectivamente.

II-B. Estructuras de datos

Se consideran enseguida estructuras de datos entrada/salida, donde se tienen N datos. Primero se forman vectores de datos pasados y futuros relacionados con la salida, lo cual es usual en métodos de subespacios (M. Verhaegen and V. Verdult, 2007):

$$y_p(k) = \begin{bmatrix} y(k-p) \\ y(k-p+1) \\ \vdots \\ y(k-1) \end{bmatrix}, \quad y_f(k) = \begin{bmatrix} y(k) \\ y(k+1) \\ \vdots \\ y(k+f-1) \end{bmatrix} \quad (3)$$

done $p \geq f > n$, $y_f(k) \in \mathbb{R}^{mf}$ y $y_p(k) \in \mathbb{R}^{mp}$. Luego se forman matrices de Hankel con los datos

$$Y_p = [y_p(k) \quad y_p(k+1) \quad \cdots \quad y_p(k+N-1)] \in \mathbb{R}^{pm \times N} \quad (4)$$

$$Y_f = [y_f(k) \quad y_f(k+1) \quad \cdots \quad y_f(k+N-1)] \in \mathbb{R}^{fm \times N} \quad (5)$$

Para los datos de entrada y ruido, se forman también matrices de Hankel U_p , U_f , V_f y W_f de manera similar a las construidas para la salida según (3)-(5). Ahora se extiende el espacio de estado que se tiene, es decir, el sistema (1) se representa en la forma extendida como

$$Y_f = \Gamma_f X(k) + H_{f,u} U_f + H_{f,w} W_f + V_f \quad (6)$$

con

$$X(k) = [x(k) \quad x(k+1) \quad \cdots \quad x(k+N-1)] \in \mathbb{R}^{n \times N}, \quad (7)$$

donde la matriz de observabilidad extendida de rango n es

$$\Gamma_f = \begin{bmatrix} C \\ CA \\ \vdots \\ CA^{f-1} \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{mf \times n}. \quad (8)$$

De manera similar, se consideran dos matrices triangulares Toeplitz que se definen de la manera siguiente:

$$H_{f,u} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ CB & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ CA^{f-2}B & CA^{f-3}B & \vdots & CB & 0 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{mf \times rf} \quad (9)$$

y

$$H_{f,w} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ C & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ CA^{f-2} & CA^{f-3} & \vdots & C & 0 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{mf \times nf} \quad (10)$$

A partir de la ecuación (6) el SIM-PCA (J. Wang and S.J. Qin, 2002) inicia con el proceso de estimación. Este proceso bajo la forma de algoritmo se presentará en secciones subsecuentes. Antes de ello, se presenta el espacio de paridad a partir del cual se establece este algoritmo y del cual se extraen las matrices del sistema.

II-C. Estabilidad del sistema

Para poder medir la reconfigurabilidad del sistema se considera que éste es estable. Si en lazo abierto esto no es posible, se estabiliza a través de una ley de control por retroalimentación de estado:

$$u(k) = Kx(k), \quad (11)$$

con matriz de ganancia de retroalimentación $K \in \mathbb{R}^{r \times n}$ de forma que (1) se vuelva estable. Por lo tanto A ó $A_{cl} =$

$A + BK$ (estables) pueden considerarse indistintamente en lo que sigue.

II-D. Tipos de fallas

Las fallas consideradas en este trabajo son del tipo *pérdida de efectividad* (E. Wu et al., 2000) representadas en términos del vector de efectividad $\gamma = [\gamma_1, \dots, \gamma_r]^T$, donde γ_i es el factor de efectividad (Y. Zhang and J. Jiang, 2002) $i = 1, \dots, r$, con $-1 \leq \gamma_i < 0$. La pérdida de efectividad puede afectar tanto a actuadores como a sensores. Bajo esta consideración, si $\gamma_i = 0$ el actuador (o sensor) se encuentra funcionando normalmente, si $\gamma_i = -1$ el actuador (o sensor) no funciona. Los valores límites no se consideran en este trabajo $\gamma = -1$, es decir, pérdida total de algún elemento.

II-E. Gramianos

Por último se considera la siguiente notación con relación a los gramianos. Sea $Lyap(X_1, X_2)$ la forma de indicar la solución positiva definida única Q de la ecuación de Lyapunov (12) aplicada al par de matrices compatibles (X_1, X_2) :

$$X_1 Q X_1^T + X_2 X_2^T = Q, \quad (12)$$

donde T representa la transpuesta de una matriz. Entonces los gramianos de controlabilidad y de observabilidad son, respectivamente, $W_c = Lyap(A, B)$ and $W_o = Lyap(A^T, C^T)$.

III. LA RECONFIGURABILIDAD

Se presentan enseguida los dos tipos de criterios de evaluación o medición de la reconfigurabilidad del control, ya sea en lazo abierto o en lazo cerrado, según las suposiciones presentadas en la sección anterior.

III-A. Criterio basado en gramianos balanceados

En un primer criterio se requiere:

1. A partir del sistema original se calcula una matriz regular T_b (para ello consulte el algoritmo presentado en (K. Zhou et al., 1996), por ejemplo), la cual permite obtener una representación balanceada del sistema, donde las matrices del sistema están dadas por

$$A^b = T_b A T_b^{-1}, \quad B^b = T_b B, \quad C^b = C T_b^{-1}, \quad (13)$$

de esta manera los gramianos con respecto a estas matrices son iguales y diagonales:

$$W_c^b = W_o^b = \text{diag}(\sigma_1, \dots, \sigma_n), \quad (14)$$

donde cada σ_i , $i = 1, \dots, n$, es conocido como un *valor singular de Hankel*.

2. Usando algún gramiano, sea el de observabilidad o el de controlabilidad, ello a partir del sistema original, se calculan los *modos de segundo orden* σ_i^2 :

$$\sigma_i^2 = \lambda_i(W_c W_o), \quad (15)$$

donde λ_i , $i = 1, \dots, n$, indica el i -ésimo valor propio (eigenvalor) de las matrices indicadas.

Por medio de la forma 1 ó 2, es decir, las ecuaciones (14) ó (15), uno puede utilizar el criterio propuesto en (E. Wu et al., 2000) para conocer qué tan controlable queda un sistema considerando la transmitancia desde la entrada hacia la salida a través del siguiente cálculo:

$$\varrho = \min_i \{\sigma_i\}, \quad i = 1, \dots, n, \quad (16)$$

donde ϱ es la *reconfigurabilidad del control*.

III-B. Criterio basado en máxima energía

En esta caso se considera el criterio propuesto por (Staroswiecki, 2002):

$$\sigma = \max_i \left\{ \lambda_i \left((W_c^b)^{-1} \right) \right\} = \left[\min_i \{ \lambda_i(W_c^b) \} \right]^{-1}, \quad (17)$$

donde σ representa la *máxima energía consumida* por los actuadores y que define la noción alternativa de la reconfigurabilidad del control. Es importante notar que bajo una representación balanceada, los criterios son inversamente proporcionales, es decir, que el criterio 1 dado en (16) es el inverso del criterio 2 dado en (17).

La ventaja del primer criterio es que en casos de una pérdida total ($\gamma \rightarrow -1$) de algún elemento del control (sensor o actuador), el valor queda limitado inferiormente por cero, y si no hay falla, el valor queda limitado superiormente por el mínimo valor singular de Hankel.

III-C. Índice basado en la reconfigurabilidad del control

A partir de lo anterior, consideramos el criterio (16) con la finalidad de redefinir el *índice basado en la reconfigurabilidad* Q_ϱ propuesto por (González et al., 2009), como sigue:

$$Q_\varrho = \frac{\varrho_f}{\varrho_n} (\times 100 \%), \quad (18)$$

donde ϱ_n es el valor nominal cuando no hay fallas ni en sensores ni en actuadores, ϱ_f es el valor para ϱ que se encuentra entre el valor nominal ϱ_n y cero, es decir, pérdida total de eficacia en el dispositivo. Este valor representa el valor de ϱ bajo circunstancias de falla. Bajo esta normalización, los valores de Q_ϱ se encontrarán dentro del intervalo dado por $[100, 0] \%$ y de esta manera 100% es equivalente al valor nominal (caso ideal) y 0% representa el valor crítico de falla.

Tomando en cuenta el índice (18), la definición de *admisibilidad* es retomada de (González et al., 2009) para poder establecer los límites de tolerancia a fallas permitidos para un sistema y así definir la continuación o paro de su operación bajo condiciones de falla.

Definición 1: Una solución al problema de controlar un sistema en caso de fallas se dice admisible con respecto al objetivo de control impuesto sí y sólo sí

$$Q_\varrho \geq Q_{ad}, \quad (19)$$

donde Q_{ad} es un valor límite (umbral) predefinido que representa la máxima pérdida de eficacia del sensor/actuador que puede tolerarse cuando una solución (ley de control) es usada, siempre y cuando esta solución satisfaga el objetivo de control bajo las condiciones de falla presentes y reflejadas en el índice de reconfigurabilidad utilizado.

Teniendo en cuenta el valor admisible Q_{ad} , se establecen los valores permisibles que indiquen que el sistema puede continuar en operación utilizando el mismo controlador pero ajustado (acomodación de fallas), reemplazar el controlador por uno que garantice la obtención de los objetivos de control (reconfigurabilidad), o simplemente detener la operación llevada a cabo. La idea es limitar una operación que ponga en riesgo el sistema. Este valor puede establecerse a partir de criterios como energía consumida, potencia máxima entregada (E. Wu et al., 2000), saturación de actuadores (M. Mahmoud et al., 2003) u observabilidad para detectabilidad (Steven X. Ding, 2007).

El cálculo de Q_{ρ} puede hacerse fuera de línea o en línea dependiendo del análisis a efectuar. Ello depende de la aplicación dada para propósitos de mantenimiento y tolerancia a fallas. En el caso de la determinación en línea, es necesario el uso de las mediciones de entrada/salida del sistema. Basado en éstas, se considera una técnica de identificación que permita dicho cálculo, técnica que es analizada en lo subsecuente.

IV. EL ESPACIO DE PARIDAD

El espacio de paridad (EP) considera el sistema en tiempo discreto (1) con fallas aditivas (Steven X. Ding, 2007). El EP utiliza únicamente un número finito de mediciones (o datos) en el intervalo $[k_s, k]$, donde $k_s = k - s$, $s \geq n$ es llamada la ventana u horizonte y descarta las mediciones pasadas que se encuentren fuera de la ventana. La ventana de mediciones finitas pasadas se mueve hacia adelante en el tiempo en cada instante de muestreo cuando se tiene una nueva medición disponible.

El sistema (1) se representa en forma de lote (batch) en la ventana más reciente $[k_s, k]$. En esta ventana de tiempo finito $[k_s, k]$, el también número finito de mediciones se encuentra expresado en términos del estado x en el tiempo actual k . Esto coincide con (6). Aunque esta ecuación considera el uso de datos pasados, puede hacerse un cambio en la escala de tiempo para así considerar datos futuros, o sea $y_f(k)$ en (3), asimismo haciendo $s = f - 1$ en (3) y también sustituido en (8)-(10), la ecuación (6) es consistente con la formulación clásica del EP. Esta formulación puede expresarse por medio de vectores de datos en lugar de usar matrices de Hankel de datos usados para el modelo (1) extendido:

$$y_s = \Gamma_s X(k) + H_{s,u} u_s + H_{s,w} w_s + v_s, \quad (20)$$

el cual es equivalente a (6). Debido a que la clave del EP es eliminar la variable de estado $X(k)$ de (6) o de (20) con la finalidad de considerar sólo entradas y salidas y

así establecer la verificación de paridad, la ecuación del EP es, tomando en cuenta (6) ó (20), la siguiente:

$$V = \{v | v^T \Gamma_s = 0\} \quad (21)$$

siendo $v \in V$ un vector de paridad. Considerando el espacio vectorial generado por las combinaciones lineales de los vectores v que pueden generarse, se tiene que de forma general a partir de (21) el EP es el espacio nulo de Γ_s . Entonces se define:

$$V = (\Gamma_s^\perp). \quad (22)$$

La matriz Γ_s^\perp es la proyección hacia el complemento ortogonal de Γ_s (P. Van Overschee and B. De Moor, 1996) definido como

$$\Gamma_s^\perp = I - \Gamma_s (\Gamma_s)^\dagger \quad (23)$$

donde \dagger representa la matriz pseudo-inversa Moore-Penrose o matriz inversa generalizada.

V. IDENTIFICACIÓN DE LAS MATRICES DEL SISTEMA A PARTIR DEL EP USANDO EL SIM-PCA

Considere la ecuación (6). Pre-multiplicando (8) con $(\Gamma_f^\perp)^T$, el complemento ortogonal de Γ_f con rango columna completo, y moviendo el término de la entrada al lado izquierdo, la ecuación (6) se vuelve

$$(\Gamma_f^\perp)^T [I \ H_{f,u}] [Y_f^T U_f^T]^T = (\Gamma_f^\perp)^T H_{f,w} W_f, \quad (24)$$

la cual es la ecuación del EP en (22), i.e., $(\Gamma_f^\perp) = V$. Considerando esta equivalencia, el algoritmo propuesto por (Ding et al., 2010) se considera en combinación con el procedimiento propuesto por (J. Wang and S.J. Qin, 2002). Proponemos enseguida un algoritmo completo que va más allá de lo que propone (Ding et al., 2010) en términos de obtención de las matrices del sistema a través de identificación del EP y de manera secuencial.

Paso 1. Genere conjuntos de datos Z_p, Z_f :

$$Z_p = \begin{bmatrix} Y_p \\ U_p \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{p(r+m) \times N}, \quad (25)$$

$$Z_f = \begin{bmatrix} Y_f \\ U_f \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{f(m+r) \times N} \quad (26)$$

y construya $\frac{1}{N} Z_f Z_p^T$.

Paso 2. Realice la descomposición en valores singulares (DVS) de $\frac{1}{N} Z_f Z_p^T$:

$$\frac{1}{N} Z_f Z_p^T = U_z \begin{bmatrix} \Sigma_{z,1} & 0 \\ 0 & \Sigma_{z,2} \end{bmatrix} V_z^T, \quad (27)$$

donde $\Sigma_{z,2} = 0 \in \mathbb{R}^{f(m-n) \times mp+rp-fr-n}$, con matrices unitarias $V_z^T \in \mathbb{R}^{(m+r)p \times (m+r)p}$ y

$$U_z = \begin{bmatrix} U_{z,11} & U_{z,12} \\ U_{z,21} & U_{z,22} \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{(m+r)f \times (m+r)f}, \quad (28)$$

donde $U_{z,11} \in \mathbb{R}^{mf \times fr+n}$, $U_{z,22} \in \mathbb{R}^{rf \times mf-n}$, y $U_{z,12} \in \mathbb{R}^{mf-n \times mf}$

Paso 3. Establezca

$$(\Gamma_f^\perp)^T = U_{z,12}^T, \quad (29)$$

y

$$(\Gamma_f^\perp)^T H_{f,u} = -U_{z,22}^T \quad (30)$$

Paso 4. Obtenga $H_{f,u}$ usando el método de mínimos cuadrados (MMC) aplicado a (30):

$$H_{f,u} = -((\Gamma_f^\perp)^T)^\dagger U_{z,22}^T \quad (31)$$

Paso 5. A partir de (31) y considerando (9) la primera columna de matriz será (se considera la notación de *Matlab*[®] para facilidad):

$$H_{fu1} = H_{f,u}(:, 1:r) = \begin{bmatrix} D \\ CB \\ \vdots \\ CA^{f-2}B \end{bmatrix} \quad (32)$$

de forma que se tiene la siguiente relación

$$H_{fu1} = \begin{bmatrix} I_{m \times m} & 0_{m \times n} \\ 0_{m(f-1) \times m} & \Gamma_f(1:m(f-1), :) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} D \\ B \end{bmatrix} \quad (33)$$

de esta manera se encuentran las matrices B y D a través de MMC:

$$\begin{bmatrix} \hat{D} \\ \hat{B} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_{m \times m} & 0_{m \times n} \\ 0_{m(f-1) \times m} & \Gamma_f(1:m(f-1), :) \end{bmatrix}^\dagger H_{fu1} \quad (34)$$

Paso 6. Para la estimación de la matriz C se realiza directamente una extracción a partir de $\hat{\Gamma}_f$

$$\hat{C} = \hat{\Gamma}_f(1:m, :) \quad (35)$$

Paso 7. El estimado de A se obtiene a partir de la relación:

$$\hat{\Gamma}_f(m+1:mf, :) = \hat{\Gamma}_f(1:m(f-1), :)\hat{A} \quad (36)$$

Entonces usando MMC se obtiene:

$$\hat{A} = \hat{\Gamma}_f(1:m(f-1), :)\dagger \hat{\Gamma}_f(m+1:mf, :) \quad (37)$$

Este algoritmo permite así determinar las matrices del sistema dadas por $(\hat{A}, \hat{B}, \hat{C})$.

VI. EVALUACIÓN DE LA RECONFIGURABILIDAD

Debido a que por suposición el sistema es conocido, es decir, basado en el modelo (Rolf Isermann, 2006), la dinámica del sistema es por tanto conocida, de ahí que los índices calculados fuera de línea y en línea puedan ser comparados para fines de supervisión. Los datos de entrada/salida se obtienen con el fin de determinar la representación identificada del espacio de estados $(\hat{A}, \hat{B}, \hat{C})$ usando el procedimiento de la sección anterior. Este sistema identificado permite entonces determinar la reconfigurabilidad (usando los pasos 1 ó 2 de la sección III) y enseguida el índice basado en reconfigurabilidad. El valor analítico comparado con el obtenido en línea permitirá saber el nivel de diferencia existente, de esta manera puede saberse la

condición del sistema. A nivel supervisión, cuando ocurran fallas, el cálculo en línea permitirá saber el grado de falla y determinar si el proceso para, continúa operando o si se aplica alguna acción de acomodación/reconfiguración.

VII. EJEMPLO DE APLICACIÓN

El modelo general del motor de CC en la configuración excitación independiente (con dos fuentes de tensión) es considerado para ilustración de las ideas propuestas. En una primera etapa se analiza la reconfigurabilidad del motor fuera de línea y después, en línea.

VII-A. Descripción del sistema

La configuración excitación independiente de un motor de CC (Fig. 1) es considerada en lo subsecuente.

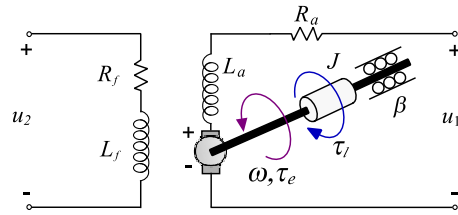


Figura 1: Motor de CC excitación independiente.

Con el fin de analizar y comparar los resultados obtenidos, se usan los valores propuestos en (Campos and Espinoza, 2008). La comparación es respecto al tipo de acción que debe tomarse una vez detectada una falla. El sistema tiene dos entradas: voltaje de armadura (rotor) u_1 y voltaje de campo (estator) u_2 . Los estados, que pueden observarse en la salida, son: corriente de armadura $x_1 = i_a$, corriente de campo $x_2 = i_f$, velocidad angular de la flecha $x_3 = \omega$. La linealización del sistema en el punto de operación dado por $y_0 = [5 \ 0.1 \ 100]^T$, $u_0 = [53.7388 \ 47.3795]^T$ y $h = 0.01 \text{ s}$, permite obtener el sistema lineal (1) con las matrices del sistema siguientes:

$$A = \begin{bmatrix} 0.9791 & -1.8411 & -0.0019 \\ 0.0 & 0.9208 & 0.0 \\ 0.8790 & 40.6421 & 0.9875 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0.0054 & -0.0002 \\ 0.0 & 0.0002 \\ 0.0024 & 0.0037 \end{bmatrix}$$

La ley de control aplicada a las entradas u_1, u_2 es basada en un controlador cuadrático lineal. Las matrices de ponderación son elegidas como $Q = 0.01I_3$, $R = 0.1I_2$ con el fin de disminuir el costo de los actuadores respecto al de los estados (T. Kailath, 1980). De esta manera las ganancias de realimentación y de prealimentación, para asegurar el seguimiento de una velocidad de referencia, son:

$$K = -\begin{bmatrix} 2.3882 & 4.6741 & 0.0685 \\ 0.2151 & 34.9663 & 0.0763 \end{bmatrix}, V = \begin{bmatrix} -1.1202 & 0.5168 \\ -10.0013 & 0.2105 \end{bmatrix}$$

VII-B. Análisis de reconfigurabilidad del motor

La evaluación de la reconfigurabilidad se realiza de la forma siguiente. La matriz B es considerada como $B = [b_1 \ b_2]$, asimismo, la matriz $C = I_3$ es vista como $C = [c_1 \ c_2 \ c_3]^T$, de esta manera cada vector es afectado por

la pérdida de eficacia. Las fallas consideradas ocurren de forma súbita y se reflejan, como ya se indicó, como pérdida de eficacia. Así, el índice Q_ρ se evalúa respecto a fallas en sensores y actuadores. Para fines ilustrativos, se considera que un módulo de detección indica no sólo la aparición de la falla, sino que también proporciona el tiempo de aparición de la falla, lo que permite poner en funcionamiento el algoritmo de identificación y por tanto la determinación de la reconfigurabilidad en línea. A su vez, la reconfigurabilidad se basa en un algoritmo de compensación sencillo (J. Jiang, 1994) del cual se omiten detalles.

Se realiza primeramente el análisis fuera de línea. Para ello se obtiene la forma balanceada del sistema tratado por medio de la matriz T_b , así se calcula el gramiano de controlabilidad usando (12), para después poder evaluar ρ por medio de (16) para diferentes valores de γ_i . El valor nominal (sin fallas) es $\rho_n = 0.2406$. Ahora utilizando (18) el índice Q_ρ se calcula para cada conjunto de sensores, $\{\gamma_{i_a}, \gamma_\omega\}$, $\{\gamma_{i_f}, \gamma_\omega\}$, $\{\gamma_{i_a}, \gamma_{i_f}\}$, y de actuadores, o sea, $\{\gamma_{u_1}, \gamma_{u_2}\}$. La Fig. 2a muestra el índice Q_ρ para el conjunto $\{\gamma_{i_a}, \gamma_{i_f}\}$. En la figura, los ejes x, y indican la variación para cada γ , mientras que el eje z indica el valor Q_ρ para cada valor γ indicado. Notamos que el sistema es más sensible a fallas ocurriendo en el sensor i_a que en el sensor i_f . Asimismo, se verifica inmediatamente que el valor de Q_ρ tiende a cero a medida que los sensores y actuadores pierden su eficacia.

Si ahora se considera la limitación de la operación a un valor predeterminado, por ejemplo, por la saturación de los actuadores, debe tomarse en cuenta un valor límite impuesto a partir de condiciones físicas. Suponiendo que un análisis sobre actuadores nos indica que este valor debe estar en al menos $Q_\rho = 40\%$ para poder decir que la falla debe ser acomodada (ajuste del controlador), se establece un valor admisible $Q_{ad} = 0.40$ teniendo en cuenta la Definición 1. Entonces valores por encima del 40% serán aceptados y por debajo de éste, rechazados, como se muestra en los tres gráficos de la derecha de la Fig. 2. Para el primer caso presentado (conjunto $\{\gamma_{i_a}, \gamma_{i_f}\}$) vemos que los valores aceptados están a cero mientras que los rechazados a 0.4. El mismo criterio se utiliza para los conjuntos $\{\gamma_{i_a}, \gamma_\omega\}$, $\{\gamma_{u_1}, \gamma_{u_2}\}$. El gráfico correspondiente al conjunto $\{\gamma_{i_f}, \gamma_\omega\}$ es similar al del conjunto $\{\gamma_{i_a}, \gamma_\omega\}$, y por ello no se presenta. A partir de estos gráficos vemos que el sistema es más sensible a fallas en el sensor de velocidad angular ω y también a las fallas ocurriendo en el actuador o fuente u_2 .

El cálculo en línea (usando excitación persistente sólo cuando se requiere determinar el valor del índice) para la evaluación de Q_ρ , se lleva a cabo usando la técnica del subespacio basada en identificación del espacio de paridad, para los casos nominal y con falla. Ahora se requiere una ventana de tiempo en la cual se adquieren los datos entrada/salida y enseguida se determina ρ usando (16) para el terno identificado $(\hat{A}, \hat{B}, \hat{C})$ usando la matriz T_b . La evaluación se hace para el caso nominal en el instante 5.0 s,

y después cuando la pérdida de eficacia de 50% ocurre en el actuador u_2 (circuito de campo) en el instante 8.0 s. El valor de referencia utilizado en la simulación dinámica es una señal trapezoidal, mostrada en la Fig. 3 c) en línea punteada.

El módulo EP se aplica considerando una ventana de tiempo de 0.5 s de ancho, como se muestra en la Fig. 3. En esta figura se muestran las señales de salida (i_a, i_f, ω , en los gráficos respectivos a), b), c)). En zona sombreada se muestra una primera ventana de tiempo que permite calcular Q_ρ para el caso nominal de operación.

Cuando el módulo de detección de fallas determina la aparición de una falla, en este caso en el instante $t = 8.0$ s, el sistema supervisorio lanza el algoritmo EP para calcular Q_ρ . Las señales de salida en este caso (líneas punteadas de la Fig. 3 a), b), c)) se comparan con la nominales.

El último gráfico (Fig. 3 d)) muestra la evolución del índice Q_ρ que permite supervisar el valor de la reconfigurabilidad cuando ocurren variaciones causadas por la aparición de alguna falla. Sin falla, el valor es el esperado para el valor nominal, o sea 1 (100%). Para cuando ocurre la falla, este valor cambia a $Q_\rho = 0.5451$, que corresponde con el calculado fuera de línea. Tomando en cuenta la Fig. 3 d), este valor es admisible como para permitir que el sistema continúe en operación usando una estrategia de acomodación, lo cual se logra incrementando la señal de control de forma inversamente proporcional al valor de la pérdida de eficacia.

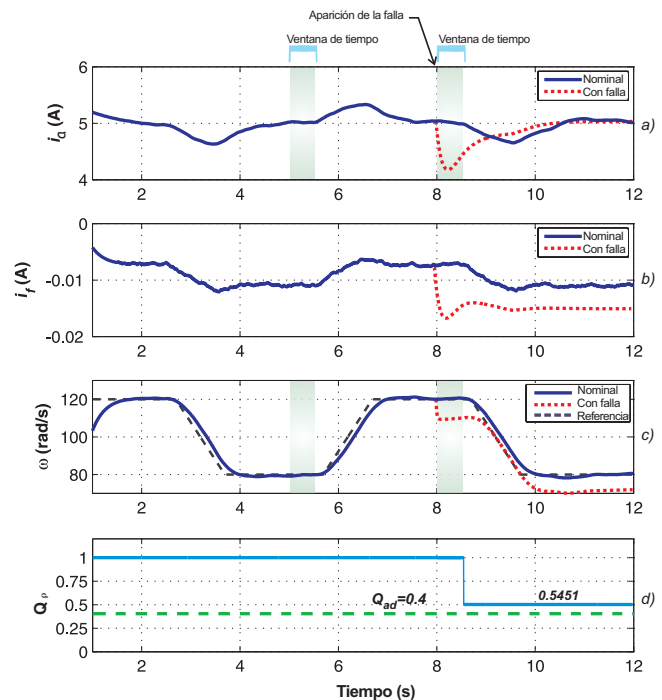


Figura 3: Salidas (i_a, i_f, ω), y evolución de Q_ρ .

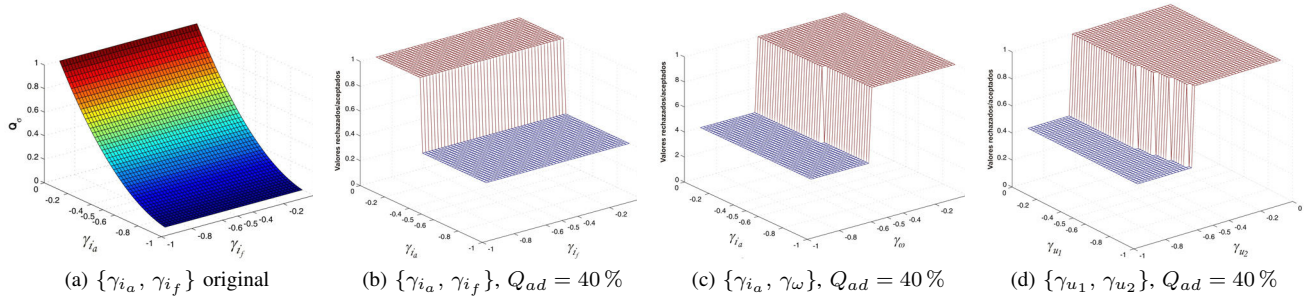


Figura 2: Evaluación del índice basado en reconfigurabilidad Q_ρ para los conjuntos de sensores y actuadores.

VIII. CONCLUSIONES

En este trabajo se ha propuesto un índice de reconfigurabilidad que utiliza las medidas de reconfigurabilidad propuestas y aceptadas en la literatura de la tolerancia a fallas de los sistemas lineales. Se ha propuesto igualmente un método de identificación que permite el cálculo del índice en línea basándose en subespacios y el espacio de paridad. Los resultados de las simulaciones del motor de CC para los casos fuera de línea y en línea, muestran la integración de estos elementos para así establecer un análisis de reconfigurabilidad.

La parte futura siguiente de nuestra investigación es utilizar datos reales con influencia de ruido e incertidumbres de medición.

IX. AGRADECIMIENTOS

Los resultados de este trabajo apoyan el progreso del proyecto *Desarrollo de un Sistema Motriz Automatizado para Personas Cuadripléjicas*, patrocinado por la UATx en el marco del Programa Estratégico CACyPI-UATx-2013, abril-noviembre 2013.

REFERENCIAS

- T. Kailath (1980). *Linear Systems*. Prentice Hall. New York.
- Anderson, B. and J. B. Moore (1990). *Optimal Control, Linear Quadratic Methods*. Prentice Hall. New York.
- P. Van Overschee and B. De Moor (1996). *Subspace identification for linear systems. Theory, implementation, applications*. Kluwer Academic Publishers.
- M. Verhaegen and V. Verdult (2007). *Filtering and System Identification*. Cambridge University Press. UK.
- Steven X. Ding (2007). *Model-based Fault Diagnosis Techniques Design Schemes, Algorithms, and Tools*. Springer. UK.
- L. Ljung (1999). *System identification. Theory for the user*. Prentice Hall. NJ, USA.
- Mogens Blanke, Michel Kinnaert, Jan Lunze and Marcel Staroswiecki (2006). *Diagnosis and Fault-Tolerant Control*. Springer. UK.
- Rolf Isermann (2006). *Fault-diagnosis systems: An introduction from fault detection to fault tolerance*. Springer. Berlin, Germany.
- Kemin Zhou and J.C. Doyle and K. Glover (2007). *Robust and optimal control*. Prentice-Hall. Englewood Cliffs, USA.
- M. Mahmoud and J. Jiang and Y. Zhang (2003). *Active Fault Tolerant Control Systems*. Springer. UK.
- S.X. Ding and P. Zhang and A. Naik and E.L. Ding and B. Huang (2010). Subspace method aided data-driven design of fault detection and isolation systems. *Journal of Process Control*, **19** (9), 1496–1510.
- J. Wang and S.J. Qin (2002). A new subspace identification approach based on principal component analysis. *Journal of Process Control*, **12**, 841–855.

- J. Jiang (2005). Fault-tolerant control systems. An introductory overview. *Acta Automatica Sinica*, **31** (1), 160–174.
- N. Eva Wu and Kemin Zhou and Gregory Salomon (2000). Control reconfigurability of linear time-invariant systems. *Automatica*, **36** (11), 1767–1771.
- Youmin Zhang and Jin Jiang (2002). Active fault-tolerant control system against partial actuator failures. *IEE Proceedings of Control Theory and Applications*, **149** (1), 95–104.
- Marcel Staroswiecki (2000). On reconfigurability with respect to actuator failures. *Proc. of the 15th Triennial World Congress of the IFAC 2002*, Barcelona, España, (julio 2002), 775–780.
- B. M. González-Contreras and D. Theilliol and D. Sauter (2009). On-line reconfigurability evaluation for actuator faults using input/output data. *Proceedings of the IFAC Symposium SafeProcess'09*, Barcelona, España, (2009), CD-ROM.
- D.U. Campos-Delgado and D.R. Espinoza-Trejo (2008). Active fault tolerant scheme for variable speed drives under actuator and sensor faults. *Proc. of the International Conference on Control Applications, CCA'08*, San Antonio, Texas, USA, (sept, 2008), 474–479.
- Jin Jiang (1994). Fault Detection/Diagnosis and Controller Reconfiguration in Dynamic Systems. *Proc. of IFAC Symposium on Fault Detection Supervision and Safety for Technical Processes -SAFEPROCESS 94*, Finlandia, (junio 13-16), 81–86.