

División de potencia con programación dinámica para un vehículo híbrido paralelo

Alfonso Pantoja Vazquez¹, Luis Alvarez Icaza², Guillermo Becerra³
Instituto de Ingeniería - Universidad Nacional Autónoma de México
Coyoacán, D.F. 04510, México

Resumen— Los vehículos híbridos tienen ventajas significativas sobre los vehículos convencionales, sin embargo, la forma en que se divide la potencia entre las fuentes de potencia no es un problema sencillo si se requiere optimizar el consumo de combustible. La técnica de programación dinámica es una herramienta poderosa para resolver problemas de optimización. En este trabajo se plantea la solución del problema de división de potencia mediante programación dinámica para un vehículo híbrido eléctrico con configuración paralela, donde un sistema de engranes planetarios es usado como acoplamiento mecánico entre el motor de combustión interna y el motor eléctrico.

I. INTRODUCCIÓN

Los Vehículos Híbridos Eléctricos (VHE) tienen varias ventajas sobre los vehículos convencionales que sólo usan una fuente de potencia, normalmente un Motor de Combustión Interna (MCI). Dichas ventajas son que pueden recuperar energía cinética y potencial en el frenado y cuando se recorren caminos en bajada; otra ventaja es que se puede hacer que el MCI funcione en un régimen donde es más eficiente y generar energía o ser asistido cuando sea benéfico para el ahorro de combustible; una ventaja más es que el MCI puede ser asistido por la Máquina Eléctrica (ME) durante periodos cortos de aceleración y el MCI puede ser diseñado con un desplazamiento menor ayudando a un consumo promedio menor de combustible.

Las ventajas de los VHE, mencionadas arriba, los han hecho una buena opción para enfrentar la disminución en la disponibilidad de los combustibles fósiles y para reducir los efectos negativos asociados a la transportación humana, como lo son la contaminación, el calentamiento global y las consecuencias socio-económicas asociadas a estos efectos (Sciarretta y Guzzella, 2007), (Schouten *et al.*, 2002a).

En la literatura existen varias propuestas para administrar la división de potencia en los VHE. Algunas son soluciones heurísticas, como lógica difusa (Langari y Won, 2003), (Schouten *et al.*, 2002b), lógica difusa sintonizada con algoritmos genéticos (Zhang *et al.*, 2010) y estrategias basadas en reglas optimizadas con Programación Dinámica (PD) (Lin *et al.*, 2002), (Lin *et al.*, 2003). Algunas propuestas basadas en teoría de control pueden ser encontradas en (Delprat *et al.*, 2001), (Delprat *et al.*, 2004), (Kessels *et*

al., 2008) y (Yuan *et al.*, 2013). La Estrategia de Minimización del Consumo Equivalente (ECMS por sus siglas en inglés) es presentada en (Paganelli *et al.*, 2002) y (Sciarretta *et al.*, 2004) y una estrategia basada en control predictivo es descrita en (Borhan *et al.*, 2009). Otro tipo de propuesta donde el acoplamiento entre el MCI y la ME es a través de un Sistema de Engranes Planetario (SEP) es presentada en (Becerra *et al.*, 2011) y (Pantoja-Vazquez *et al.*, 2012). Dicha propuesta aprovecha el grado de libertad extra del SEP para llevar al MCI a regiones de operación más eficientes mediante una estrategia de optimización instantánea.

Aunque las técnicas basadas en PD llevan a la solución óptima, esta no es adecuada para su implementación en línea dada su dependencia en las condiciones de manejo futuras y el alto costo computacional. Sin embargo, la importancia de la solución con PD radica en que asegura encontrar el óptimo global, el cual es una referencia para evaluar el desempeño de otras estrategias en tiempo real. En este trabajo se presenta la solución con PD al modelo de vehículo híbrido presentado en (Becerra *et al.*, 2011) y (Pantoja-Vazquez *et al.*, 2012), cuyo acoplamiento mecánico entre el MCI y la ME es a través de un SEP.

II. MODELO DEL VEHÍCULO HÍBRIDO

La configuración del VHE es una configuración paralela con un SEP usado para acoplar mecánicamente al MCI y a la ME (Becerra *et al.*, 2011). En la Fig. 1 se muestra un diagrama de esta configuración.

II-A. Modelo del Vehículo

La potencia demandada por el tren de propulsión P_p es calculada modelando al vehículo como una masa en movimiento sujeta a una fuerza de tracción F_{tr} , provista por las fuentes de potencia (Lin *et al.*, 2003). La dinámica de la velocidad del vehículo $v(t)$ es

$$m \frac{dv(t)}{dt} = F_{tr} - \frac{1}{2} \rho_a C_d A_d v(t)^2 - mg C_r \cos(\gamma(t)) - mg \sin(\gamma(t)) \quad (1)$$

donde ρ_a es la densidad del aire, C_d es el coeficiente de resistencia del aire, A_d es el área frontal del vehículo, m es la masa del vehículo incluyendo la carga, g es la aceleración de la gravedad, C_r es el coeficiente de resistencia al rodamiento de las llantas y $\gamma(t)$ es la pendiente del camino.

¹ apantojav@iingen.unam.com
² alvar@pumas.iingen.unam.mx
³ guillermobec@gmail.com

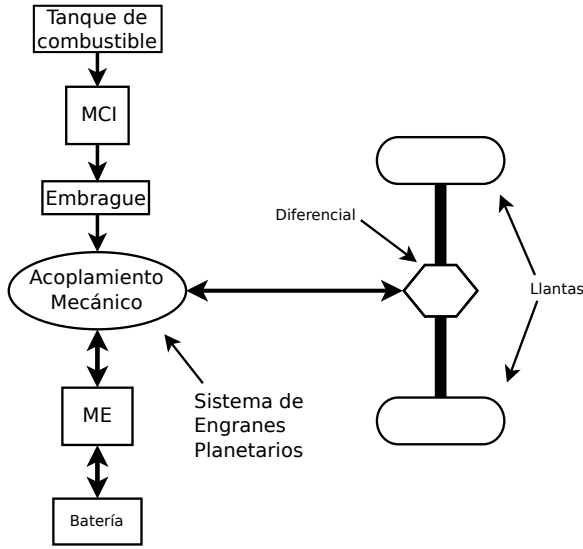


Figura 1. Configuración paralela de un VHE.

El par y velocidad demandada por el tren de propulsión, τ_p y ω_p , son de manera respectiva

$$\omega_p = \frac{R_f}{R_w} v(t) \quad (2)$$

$$\tau_p = \frac{R_w}{R_f} F_{tr} \quad (3)$$

donde R_f es la relación del diferencial y R_w es el radio de las llantas.

Finalmente, la potencia demandada por el tren de propulsión es

$$P_p(t) = \omega_p(t)\tau_p(t) = v(t)F_{tr}(t) + P_{acc} \quad (4)$$

donde P_{acc} es la potencia requerida por los accesorios del vehículo.

II-B. Modelo del MCI

El MCI es modelado a través de un mapa estático no lineal tomado de ADVISOR (Markel *et al.*, 2002), el cual relaciona un gasto de combustible \dot{m}_f , con el par en el cigüeñal τ_{ice} y la velocidad angular del MCI ω_{ice} , es decir

$$\dot{m}_f = f_{ice}(\omega_{ice}, \tau_{ice}) \quad (5)$$

II-C. Modelo de la ME

En un VHE, la ME puede funcionar como motor o como generador, dependiendo de si se requiere entregar o recibir energía. La ME también es modelada usando un mapa estático no lineal que relaciona la velocidad ω_{em} y el par τ_{em} de la ME con una eficiencia, η_{gen} , cuando funciona como generador y otra eficiencia, η_{mot} , cuando funciona como motor. Ambas eficiencias son obtenidas de la base de datos de ADVISOR (Markel *et al.*, 2002).

En otras palabras, si la ME funciona como motor, $\tau_{em} \geq 0$, entonces

$$P_{em} = \eta_{mot}(\tau_{em}, \omega_{em})P_{bat} \quad (6)$$

y si funciona como generador, $\tau_{em} < 0$, entonces

$$P_{bat} = \eta_{gen}(\tau_{em}, \omega_{em})P_{em} \quad (7)$$

donde $P_{em} = \tau_{em}\omega_{em}$ es la potencia mecánica y P_{bat} es la potencia eléctrica.

II-D. Batería

La batería es modelada como una fuente de voltaje v_{oc} con una resistencia interna R_{int} que depende del estado de carga de las baterías SOC , (Lin *et al.*, 2003). El circuito equivalente es mostrado en la Fig. 2, donde v_{oc} es el voltaje de la batería en circuito abierto, i_{bat} es la corriente en el bus y v_{bat} es el voltaje del bus.

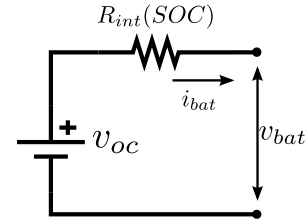


Figura 2. Circuito equivalente de la batería.

Usando la ley de voltajes de Kirchoff, i_{bat} se encuentra resolviendo

$$R_{int}(SOC)i_{bat}^2 - v_{oc}i_{bat} + P_{bat} = 0 \quad (8)$$

y v_{bat} es

$$v_{bat} = v_{oc} - R_{int}(SOC)i_{bat} \quad (9)$$

Finalmente, el SOC se obtiene de la siguiente expresión

$$SOC(t) = \min \left\{ 1, \max \left\{ 0, \frac{Q_0 - \int_{t_0}^t i_{bat}(\tau) d\tau}{Q_T} \right\} \right\} \quad (10)$$

donde Q_0 es el estado de carga inicial y Q_T es la carga total que la batería puede almacenar (Sciarretta y Guzzella, 2007).

II-E. Sistema de engranes planetarios

Un SEP es usado como acoplamiento entre el MCI y la ME, como se propone en (Becerra *et al.*, 2011). Un diagrama esquemático se muestra en la Fig. 3. En este acoplamiento, la flecha de salida del MCI es conectada al engrane solar, la ME al engrane anular y el diferencial es conectado directamente al engrane porta planetas.

Con $k = R_r/R_s$, la velocidad angular en el SEP satisface

$$\omega_c = \frac{1}{k+1}\omega_s + \frac{k}{k+1}\omega_r \quad (11)$$

y el balance de potencias satisface

$$\tau_c\omega_c = \tau_s\omega_s + \tau_r\omega_r \quad (12)$$

donde ω representa velocidad angular, τ par y los subíndices s , c y r se refieren a los engranes solar, porta planetas y anular, respectivamente.

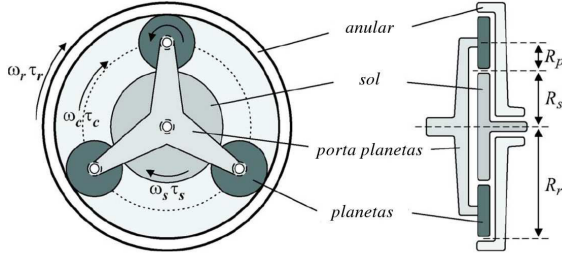


Figura 3. Sistema de engranes planetarios.

III. PROGRAMACIÓN DINÁMICA

Para la solución con PD, al sistema de propulsión híbrido se le considera como un sistema discreto de la siguiente forma

$$x(k+1) = f(x(k), u(k)), k = 0, 1, \dots, N-1 \quad (13)$$

donde $x(k) \in X_k \subset \mathfrak{R}_\delta$ representa al estado de carga de la batería (el subíndice δ indica un espacio vectorial discreto); la entrada es definida como $u(k) = \{u_{me}(k), u_{mci}(k)\} \in \mathfrak{R}_\delta^2$, donde $u_{me}(k) \in U_k^{me} \subset [-1, 1] \subset \mathfrak{R}_\delta$ representa el porcentaje de la potencia máxima de la ME disponible en el instante k , si $u_{me}(k) < 0$ significa que la ME funcionará como generador y si $u_{me}(k) \geq 0$ como motor; $u_{mci}(k) \in U_k^{mci} \subset [0, 1] \subset \mathfrak{R}_\delta$ representa el porcentaje de la velocidad máxima del MCI disponible en el instante k . N es la duración del ciclo de manejo. $x(k)$ y $u(k)$ son variables discretas tanto en tiempo como en valor. Reescribiendo el problema de minimización de combustible como un problema discreto

$$\min J = \sum_{k=0}^{N-1} g(x(k), u(k), k) \quad (14)$$

sujeto a

$$\omega_{ice}^{\min}(k) \leq \omega_{ice}(k) \leq \omega_{ice}^{\max}(k) \quad (15)$$

$$\tau_{ice}^{\min}(k) \leq \tau_{ice}(k) \leq \tau_{ice}^{\max}(k) \quad (16)$$

$$\omega_{em}^{\min}(k) \leq \omega_{em}(k) \leq \omega_{em}^{\max}(k) \quad (17)$$

$$\tau_{em}^{\min}(k) \leq \tau_{em}(k) \leq \tau_{em}^{\max}(k) \quad (18)$$

$$P_{bat}^{\min} \leq P_{bat}(k) \leq P_{bat}^{\max} \quad (19)$$

$$SOC^{\min} \leq SOC(k) \leq SOC^{\max} \quad (20)$$

donde ω representa velocidad angular, τ representa par, P representa potencia, SOC es el estado de carga de la batería, el subíndice *ice* se asocia con el MCI, el subíndice *em* se asocia con la ME, el subíndice *bat* se asocia con la batería, el superíndice mín representa el valor mínimo de la restricción, el superíndice máx representa el valor máximo de la restricción y $g(x(k), u(k), k)$, de la Ec. (5), se define como

$$g(x(k), u(k), k) = \dot{m}_f(k) = f_{ice}(\omega_{ice}(k), \tau_{ice}(k)) \quad (21)$$

y representa el consumo de combustible en el instante k . Las restricciones variantes en el tiempo son indicadas de manera explícita.

Una restricción más es que se debe cumplir el ciclo de manejo, reflejado en las restricciones en el SEP

$$\tau_p(k)\omega_p(k) = \tau_{ice}(k)\omega_{ice}(k) + \tau_{em}(k)\omega_{em}(k) \quad (22)$$

$$\omega_p(k) = \frac{1}{k+1}\omega_{ice}(k) + \frac{k}{k+1}\omega_{em}(k) \quad (23)$$

Para cada entrada $u(k) = \{u_{me}(k), u_{mci}(k)\}$ y con las restricciones en el planetario, Ecs. (22) y (23), se pueden calcular $\tau_{ice}(k)$, $\tau_{em}(k)$ y $\omega_{em}(k)$. De esta manera se tienen todas las variables para calcular el consumo de combustible, $g(x(k), u(k), k) = f_{ice}(\omega_{ice}(k), \tau_{ice}(k))$ y la evolución del estado $x(k+1) = SOC(k+1)$ con las Ecs. (6)-(10).

Aplicando el principio de optimalidad de Bellman, (Bellman, 1954), la solución óptima para el problema de la Ec. (14), con condición inicial x_0 y condición final x_N , está dada por $J_0(x_0)$. Donde J_0 es el último paso del siguiente algoritmo en retroceso:

Para $k = N$

$$J_N(x(N)) = \min_{u^*(N) \in U_N(x(N))} g(x(N), u(N)) \quad (24)$$

y para los demás casos

$$J_k(x(k)) = \min_{u^*(k) \in U_k(x(k))} \{g(x(k), u(k), k) + J_{k+1}(f(x(k), u(k)))\} \quad (25)$$

Dado que este algoritmo está basado en un proceso discreto de decisiones para un sistema dinámico con entradas y estados continuos, ambos tienen que ser limitados y discretizados. A este paso se le llama selección de la malla e implica un cierto grado de imprecisión, pero también de él depende el tiempo de ejecución del algoritmo, pues entre más precisa sea la malla más cálculos tienen que ser realizados.

En este caso es necesaria una interpolación lineal para encontrar $J_{k+1}(f(x(k), u(k)))$ cuando se está calculando $J_k(x(k))$. Esto es debido a que el valor $J(f(x(k), u(k)))$, que se requiere en la etapa k , pudo no haber sido calculado en la etapa previa $k+1$, pero sí sus vecinos, con los cuales se realiza la interpolación. En la Fig. 4 se ejemplifica entre qué valores se realiza la interpolación.

Al finalizar el algoritmo en $J_0(x_0)$ se puede encontrar una secuencia de control óptima $\pi = \{u^*(1), u^*(2), \dots, u^*(N-1)\}$, donde $u^*(k)$ es el control óptimo en el instante k . Finalmente, el costo óptimo J^* es $J_0(x_0)$ y representa el consumo de combustible óptimo para el ciclo de manejo reflejado en las Ecs. (22-23).

En resumen, los pasos para desarrollar el algoritmo son los siguientes:

1. Dado el ciclo de manejo, calcular la potencia requerida para cada instante k con las Ecs. (1)-(4).
2. Iniciar en la última etapa calculando $J_N(x(N))$. Es decir, con cada entrada $u(N)$ válida encontrar $u^*(N)$ que minimiza $g(x(N), u(N), N)$.

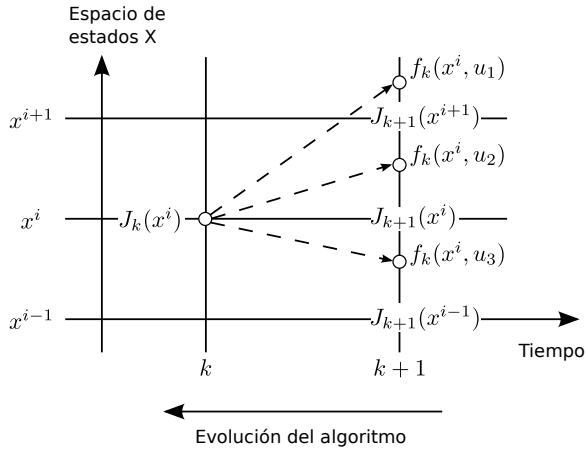


Figura 4. Interpolación en algoritmo de PD.

3. Almacenar $J_N^*(x(N))$ y $u^*(N)$.
4. Para todas las demás etapas, calcular para cada estado de carga válido, $x(k) = SOC(k)$

$$J_k(x(k)) = \min_{u^*(k) \in U_k(x(k))} \{g(x(k), u(k), k) + J_{k+1}(f(x(k), u(k)))\}$$

Esto es, iterar con toda $u(k) \in U_k(x(k))$ para encontrar $u^*(k)$.

Además, $x(k+1) = f(x(k), u(k))$ representa el cambio en $SOC(k)$ debido a la entrada $u(k)$. Con $x(k+1)$ calculado se interpola, si es necesario, a $J_{k+1}(f(x(k), u(k)))$ como se describe en la Fig. 4.

5. Almacenar $J_k(x(k))$ y $u^*(k)$.
6. Repetir los paso 4 y 5 hasta llegar a $k = 0$ donde se debe cumplir la condición inicial $x(0) = x_0$. J_0 representa la solución óptima y en este caso, el consumo de combustible óptimo.
7. El último paso es encontrar la secuencia de control óptima $\pi = \{u^*(1), u^*(2), \dots, u^*(N-1)\}$ a partir de J_0 y $u^*(0)$.

IV. RESULTADOS DE SIMULACIÓN

La solución presentada en la sección III se simuló con el modelo de la sección II. Los parámetros del vehículo fueron tomados de ADVISOR y son mostrados en la Tabla I. Las simulaciones fueron realizadas en C.

Las simulaciones se realizaron con dos ciclos de manejo, el UDSS (*Urban Dynamometer Driving Schedule*) y el HWFET (*Highway Fuel Economy Driving Schedule*). Mostrados en las Figs. 5 y 11 de manera respectiva.

La potencia entregada por el MCI y la ME son mostradas en la Fig. 6 para el ciclo UDSS y en la Fig. 12 para el ciclo HWFET. En la Fig. 7 se muestran los puntos de operación del MCI para el ciclo UDSS y en la Fig. 13 para el ciclo HWFET. Se puede apreciar que, debido al grado de libertad que ofrece el SEP, el MCI siempre opera sólo sobre ciertos puntos, y se muestra que es más eficiente ajustar la velocidad

MCI: Geo 1.0L (ignición por chispa)	Potencia pico: 41 kW
ME: Mannesmann Sachs 25 kW de imán permanente	Potencia continua: 25 kW
Batería Li-Ion	6 Ah y $V_{nom} = 267$ V
R_f	3
R_w	0.28 m
k	5
ρ_a	1.2 kg/m ³
C_d	0.335
A_d	1.2 m ²
m	1057 kg
C_r	0.009

TABLA I
PARÁMETROS DEL VEHÍCULO.

y par de la ME para cumplir con el ciclo de manejo. La velocidad y par del MCI y la ME para el ciclo UDSS son mostrados en las Figs. 8 y 9 y en las Figs. 14 y 15 para el ciclo HWFET.

Por otro lado, se puede apreciar que la operación de la ME y el MCI no es suave, es decir, tiene muchos cambios bruscos de velocidad, lo cual se debe a que en la función objetivo y en los modelos del MCI y de la ME no se considera el costo ni la restricción asociada a este efecto. Para conseguir un funcionamiento más suave se podría incluir en la función objetivo un costo asociado a los cambios de velocidad en ambas máquinas.

Un comportamiento interesante en el ciclo UDSS, donde se requiere baja potencia y donde hay muchos paros y arranques, es que la solución óptima favorece el uso de la ME aún a costa de baja eficiencia del MCI, como se puede apreciar en la Fig. 7. Mientras que en el ciclo HWFET, que es un ciclo que demanda más potencia, se favorece la operación del MCI en regiones de alta eficiencia, Fig. 13, mientras que la ME es usada para alcanzar la potencia requerida y ajustar la velocidad en el SEP. Este comportamiento se debe a que cuando se requiere poca potencia, como en el ciclo UDSS, es más favorable de manera global usar al MCI en regiones de baja potencia y no tan eficientes, que usar al MCI en regiones de alta eficiencia, en los cuales baja la eficiencia global debido a los ciclos de carga y descarga de la batería asociados al exceso de potencia generado por el MCI.

Para que el consumo de combustible obtenido con la solución de PD sea debido únicamente a la propulsión del vehículo, el SOC inicial y final se fijo en el mismo valor, 65 %. Esto quiere decir que no se usó combustible para dejar cargada la batería al final del ciclo ni que se haya usado energía previamente almacenada en la batería. El SOC a lo largo del ciclo de manejo se muestra en la Fig. 10.

El rendimiento para el ciclo HWFET es de 33.9 km/L y para el ciclo UDSS es de 40.9 km/l.

V. CONCLUSIONES

En este trabajo se presenta la solución con PD para un vehículo híbrido con una configuración novedosa, en la cual se obtiene un grado de libertad adicional con el sistema

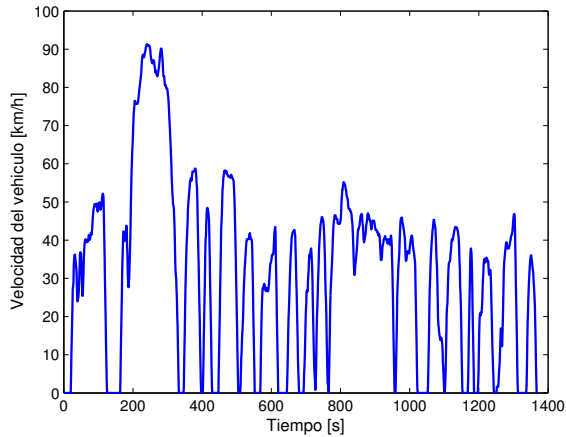


Figura 5. Ciclo de manejo UDDS.

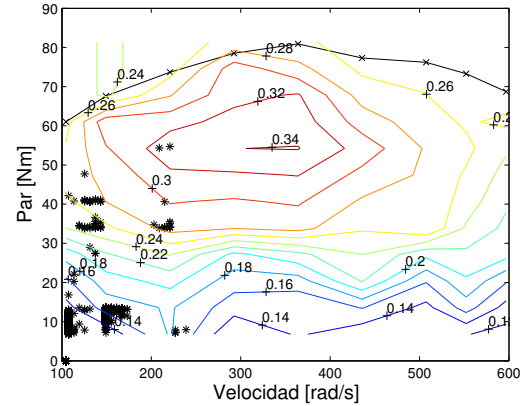


Figura 7. Puntos de operación del MCI en ciclo UDDS.

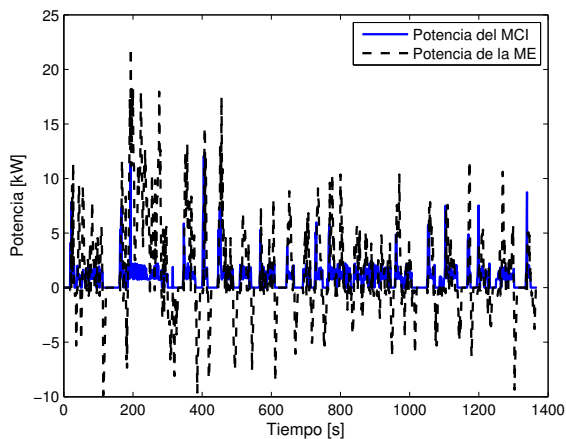


Figura 6. Potencia del MCI y de la ME en ciclo UDDS.

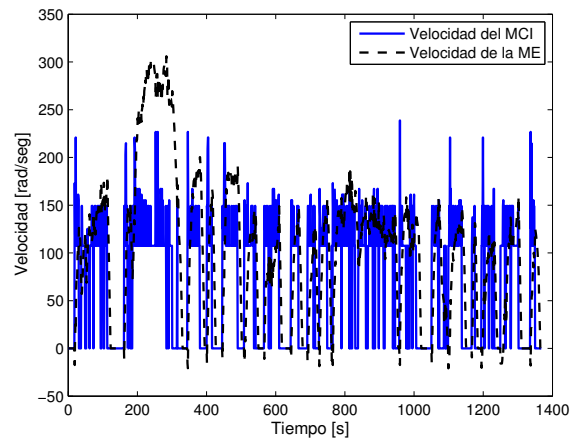


Figura 8. Velocidad angular del MCI y de la ME en ciclo UDDS.

de engranes planetarios. Los resultados obtenidos muestran que con esta configuración es benéfico mantener al MCI en puntos de operación de alta eficiencia o donde consume poco combustible.

Si bien es cierto que con PD se obtiene la solución óptima global, esta no es implementable en tiempo real, ya que se requiere un conocimiento previo de la ruta y condiciones de manejo futuras, un conocimiento preciso del modelo del vehículo y además tiene un alto costo computacional. Sin las dos primeras condiciones, la solución puede desviarse mucho del óptimo. Sin embargo, la importancia de la solución con programación dinámica radica en que puede ser usada para evaluar el desempeño de estrategias heurísticas o de optimización instantánea, que sí sean implementables en tiempo real o bien para sintonizarlas.

AGRADECIMIENTOS

Trabajo realizado bajo el patrocinio de los proyectos CONACYT 103640 y UNAM-PAPIIT IN105512.

REFERENCIAS

- Becerra, Guillermo, José Luis Mendoza-Soto y Luis Alvarez-Icaza (2011). Power flow control in hybrid electric vehicles. *ASME Conference Proceedings* **2011**(54761), 255–262.
- Bellman, R. (1954). *THE THEORY OF DYNAMIC PROGRAMMING*. Defense Technical Information Center.
- Borhan, H.A., A. Vahidi, A.M. Phillips, M.L. Kuang y I.V. Kolmanovskiy (2009). Predictive energy management of a power-split hybrid electric vehicle. En: *American Control Conference, 2009. ACC '09.* pp. 3970–3976.
- Delprat, S., T.M. Guerra, G. Paganelli, J. Lauber y M. Delhom (2001). Control strategy optimization for an hybrid parallel powertrain. En: *American Control Conference, 2001. Proceedings of the 2001.* Vol. 2. pp. 1315–1320.
- Delprat, Sebastien, Jimmy Lauber, Thierry Marie Guerra y J. Rimaux (2004). Control of a parallel hybrid powertrain: optimal control. *IEEE Transactions on Vehicular Technology* **Vol. 53**(3), 872–881.
- Kessels, John T. B. A., Michiel W. T. Koot, Paul P. J. van den Bosch y Daniel B. Kok (2008). Online energy management for hybrid electric vehicles. *Vehicular Technology, IEEE Transactions on* **57**(6), 3428–3440.
- Langari, R. y Jong-Seob Won (2003). Integrated drive cycle analysis for fuzzy logic based energy management in hybrid vehicles. En: *Fuzzy Systems, 2003. FUZZ '03. The 12th IEEE International Conference on.* Vol. 1. pp. 290–295.

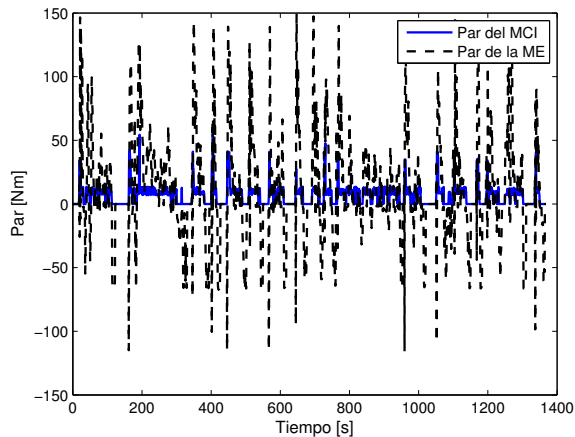


Figura 9. Par del MCI y de la ME en ciclo UDDS.

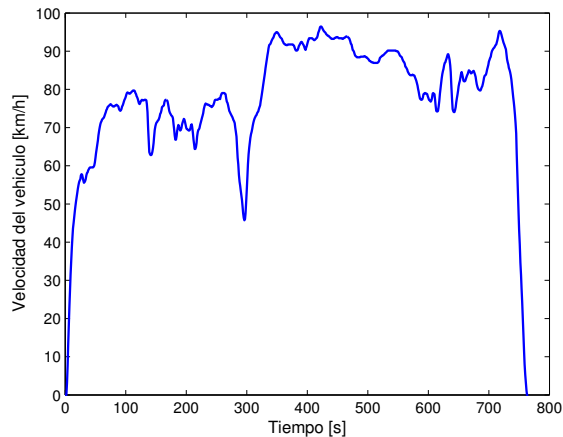


Figura 11. Ciclo de manejo HWFET.

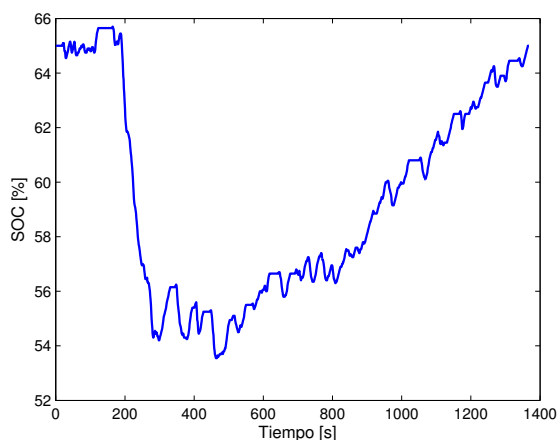


Figura 10. Estado de carga de la batería en ciclo UDDS.

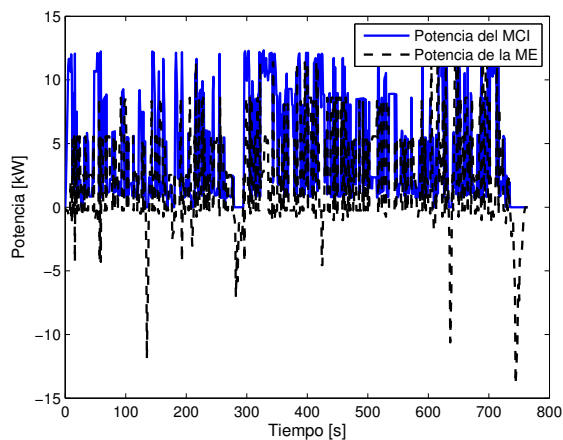


Figura 12. Potencia del MCI y de la ME en ciclo HWFET.

Lin, Chan-Chiao, Hwei Peng, J.W. Grizzle y Jun-Mo Kang (2003). Power management strategy for a parallel hybrid electric truck. *Control Systems Technology, IEEE Transactions on* **11**(6), 839 – 849.

Lin, Chan-Chiao, Hwei Peng, Soonil Jeon y Jang Moo Lee (2002). Control of a hybrid electric truck based on driving pattern recognition. En: *Proceedings of the 2002 Advanced Vehicle Control Conference*.

Markel, T, A Brooker, T Hendricks, V Johnson, K Kelly, B Kramer, M O'Keefe, S Sprik y K Wipke (2002). Advisor: a systems analysis tool for advanced vehicle modeling. *Journal of Power Sources* **110**(2), 255 – 266.

Paganelli, G., S. Delprat, T.-M. Guerra, J. Rimaux y J. J. Santin (2002). Equivalent consumption minimization strategy for parallel hybrid powertrains. En: *Vehicular Technology Conference, 2002. VTC Spring 2002. IEEE 55th*. Vol. 4, pp. 2076–2081 vol.4.

Pantoja-Vazquez, Alfonso, Luis Alvarez-Icaza y Guillermo Becerra (2012). Virtual serial power split strategy for parallel hybrid electric vehicles. *Congreso Nacional de Control Automático AMCA 2012*.

Schouten, Niels J., Mutasim A. Salman y Naim A. Kheir (2002a). Fuzzy logic control for parallel hybrid vehicles. *IEEE Transactions on Vehicular Technology* **Vol. 10**, 460–468.

Schouten, Niels J., Mutasim A. Salman y Naim A. Kheir (2002b). Fuzzy logic control for parallel hybrid vehicles. *IEEE Transactions on Vehicular Technology* **Vol. 10**, 460–468.

Sciarretta, A., M. Back y L. Guzzella (2004). Optimal control of parallel hybrid electric vehicles. *Control Systems Technology, IEEE Transactions*

on **12**(3), 352 – 363.

Sciarretta, A. y L. Guzzella (2007). Control of hybrid electric vehicles. *Control Systems, IEEE* **27**(2), 60 –70.

Yuan, Zou, Liu Teng, Sun Fengchun y Hwei Peng (2013). Comparative study of dynamic programming and pontryagin's minimum principle on energy management for a parallel hybrid electric vehicle. *Energies* **6**(4), 2305–2318.

Zhang, Chen, A. Vahidi, P. Pisu, Xiaopeng Li y K. Tennant (2010). Role of terrain preview in energy management of hybrid electric vehicles. *Vehicular Technology, IEEE Transactions on* **59**(3), 1139–1147.

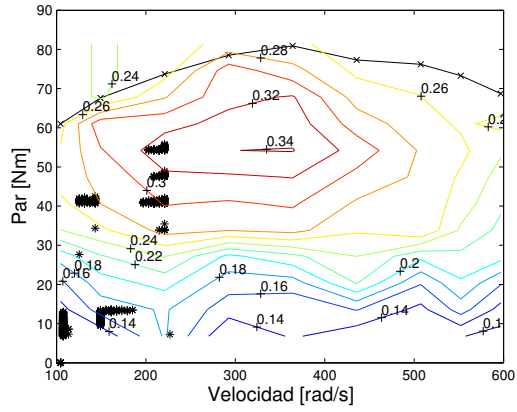


Figura 13. Puntos de operación del MCI en ciclo HWFET.

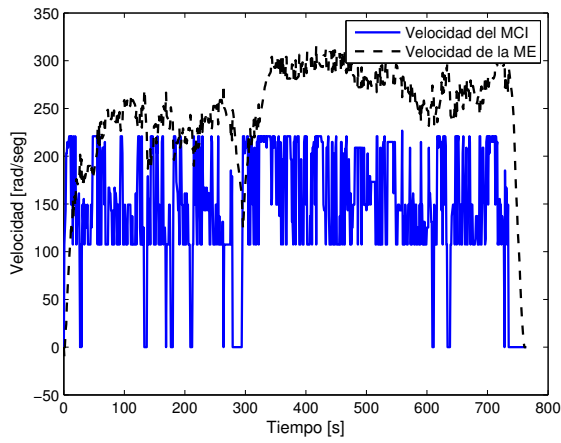


Figura 14. Velocidad angular del MCI y de la ME en ciclo HWFET.

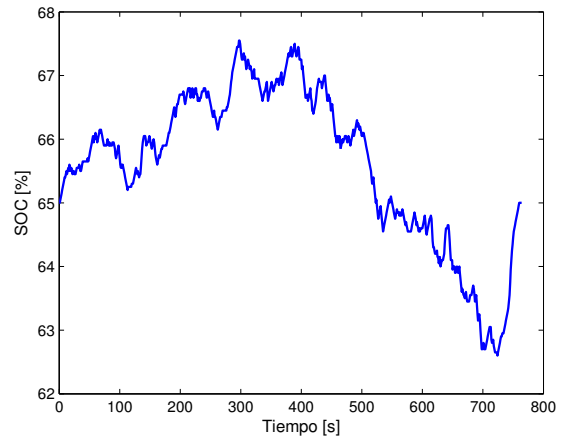


Figura 16. Estado de carga de la batería en ciclo HWFET.

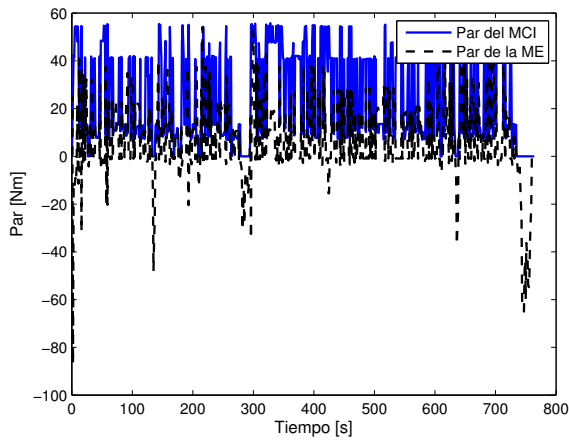


Figura 15. Par del MCI y de la ME en ciclo HWFET.