

# Control por Modos deslizante de Segundo Orden para la Presión Positiva Binivel en las Vías Respiratorias.

Luis Amado Rodríguez Gallardo, Leonid Fridman, Ron Leder  
Posgrado de Ingeniería, Facultad de Ingeniería, UNAM  
Coyoacan DF 04510, México

lr\_2912tzc@hotmail.com, lfridman@hotmail.com, rleder@ieee.org

**Resumen**—El ventilador de presión positiva en las vías respiratorias binivel (BPAP), actúa como un soporte de presión adicional para la vía respiratoria superior (VRS) en el tratamiento del síndrome de apnea obstructiva del sueño (SAOS) y otras enfermedades respiratorias crónicas. En este trabajo se desarrolla un esquema de control en cascada para el ventilador BPAP usando el control por modos deslizantes (MD), específicamente el algoritmo de control de segundo orden super twisting generalizado (STG). El diseño de las ganancias del algoritmo STG es realizado mediante el uso de una función de Lyapunov. Para llevar a cabo simulaciones de una persona en condiciones normales, durante las apneas, bajo el tratamiento BPAP además de realizar pruebas del STG, se uso un modelo matemático del ventilador BPAP y del sistema respiratorio humano (SRH).

**Palabras clave:** Modos Deslizantes de Segundo Orden, Funciones de Lyapunov, Síndrome de Apnea Obstructiva del Sueño, Presión positiva en las vías respiratorias.

## I. INTRODUCCIÓN

El SAOS es una patología respiratoria que impide que la persona que lo padece respire de manera normal durante el periodo de sueño y descanse. Este síndrome es causado por el colapso de la VRS en el área de la orofaringe, paladar suave o hipofaringe. El SAOS está caracterizado por eventos repetitivos de apneas; las apneas obstructivas son periodos de la ausencia de la respiración por más de 10 segundos durante el sueño, con esfuerzos y jadeos que se incrementan al tratar de respirar (Kirkness et al., 2006).

Las causas del SAOS son: el sobrepeso, fumar, la presencia de cuello gordo y exceso de tejidos blandos en la garganta. Los efectos más comunes del SAOS son: arritmia cardíaca, desordenes de personalidad, problemas de memoria y menor calidad de vida (Álvarez-Sala et al., 1999).

El tratamiento para el SAOS más usado es la presión positiva en las vías respiratorias (PAP). PAP es un tratamiento que suministra aire presurizado entre 3 a 20  $cmH_2O$  al paciente, previniendo el colapso de las vías respiratorias mientras la persona duerme (Rapoport y Leder, 2006). Existen diversas variantes del tratamiento PAP, una de éstas es la presión positiva en las vías respiratorias binivel (BPAP). El BPAP proporciona dos niveles de presión positiva, un nivel alto es aplicado durante la inspiración ya que es cuando comúnmente ocurren los episodios de apnea y un nivel bajo durante la exhalación para reducir el esfuerzo de respirar en contra de la presión positiva (Kakkar y Berry, 2007).

Es importante mencionar que como en cualquier tratamiento médico existen diversos factores que tienen que tomarse en cuenta y que varían debido a la persona bajo tratamiento y el ambiente, tales como edad, peso, condición física, historial médico, humedad, temperatura, estado del sueño del paciente, posición al dormir entre muchos otros.

El control por modos deslizantes (CMD) es una de las mejores opciones para controlar sistemas con incertidumbres y perturbaciones acopladas. El precio que se paga por tener robustez e insensibilidad a estas perturbaciones es el efecto *chattering*. Una de las maneras de evitar el efecto *chattering* es usando modos deslizantes de alto orden (MDAO). Dentro de los MDAO se encuentran los modos deslizantes de segundo orden (MDSO), uno de los algoritmos de MDSS más versátiles es el algoritmo STG. El STG genera una función de control continuo, permitiendo llevar a cero la variable deslizante y sus derivadas en la presencia de perturbaciones e incertidumbres suaves acotadas, cuando la cota es conocida (Shtessel et al., 2010).

Actualmente existen pocos estudios publicados en revistas científicas relacionados con el desarrollo e implementación de algoritmos de control para ventiladores PAP, la mayoría emplea controladores PID (Behbehani et al., 1995), (Favre et al., 2003), (Ching-Chih Tsai et al., 2007), (Zheng-Long Chen et al., 2012). Las principales desventajas de estos, recaen en el hecho de utilizar un esquema de control en el cual se considera la respiración del paciente bajo tratamiento como una perturbación en la presión requerida como se muestra en la Fig.1. También el no considerar las perturbaciones que efectivamente se tienen que rechazar como obstrucciones repentinas en la VRS, fugas en la mascarilla del paciente, etc.

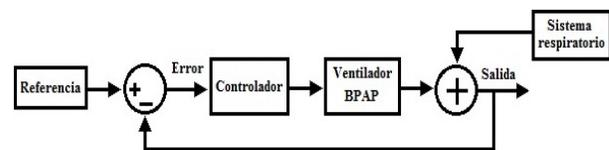


Figura 1: Esquema de control convencional

### A. Motivación

El SAOS es una patología que se estima alrededor de 4% de la población mundial adulta la padece. El grupo al

que más afecta son varones de 40 a 70 años, comúnmente con sobrepeso. Por esto es importante mejorar la calidad de vida de las personas que presentan esta enfermedad por medio de la implementación de controladores robustos en los dispositivos usados para su tratamiento.

Como ya se mencionó el SRH y el ventilador BPAP presentan diversas incertidumbres y perturbaciones debido a esto se consideró el uso del control por modos deslizantes. El CMD es una poderosa herramienta para compensar incertidumbres y perturbaciones acotadas, proporcionando convergencia en tiempo finito.

### B. Contribución

En este trabajo se presenta el diseño de un esquema de control en cascada para regular la presión requerida por un paciente que padece el SAOS, basado en un algoritmo de control de MDSO. Además se desarrolla el procedimiento completo para la obtención de las ganancias del algoritmo STG para compensar un rango de perturbaciones consideradas dentro de una cota diseñada. También se muestra el modelo de un ventilador BPAP y del SRH con algunas modificaciones realizadas para apegarlos más a la realidad, los cuales fueron validados mediante la comparación entre las simulaciones obtenidas y estudios prácticos presentados en la literatura.

## II. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

Se desea llevar cabo la regulación de la presión requerida por un paciente que padece SAOS para lo cual se emplea un esquema de control basado en el STG. El esquema de control implementado Fig.2 es similar al que se presenta en (Pisano et al., 2008) y que consiste en dos lazos de control, un lazo externo regula la presión que el paciente recibe, además de servir para conocer el cambio entre inspiración y exhalación mediante la señal de flujo de aire respiratorio. Mientras que el lazo interno controla la presión de salida del ventilador BPAP. La razón por la cual se usan dos lazos de control es que el sistema completo considerado consiste en dos diferentes modelos dinámicos, un sistema electromecánico y uno biológico.

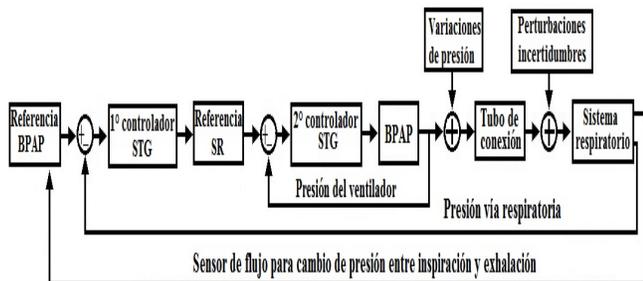


Figura 2: Esquema de control en cascada empleado para el SRH y BPAP.

## III. MODELOS MATEMÁTICOS DINÁMICOS

El esquema de control y el algoritmo STG fueron probados usando dos modelos matemáticos dinámicos simulados en MATLAB Simulink (Mathworks, Natick, MA).

### A. Modelo del sistema respiratorio humano

El primer modelo que se presenta es el SRH publicado en (Ronald Jodat et al., 1986) y el cual se obtiene mediante la aplicación de la segunda ley de Newton a la analogía mecánica mostrada en la Fig.3. El modelo considera la dinámica de las vías respiratorias superiores, pulmones, tórax y abdomen. A este modelo se le realizaron tres modificaciones, primero se agregó una ecuación que modelara la dinámica de la presión del tubo de conexión entre el paciente y el ventilador BPAP (5). Una de las

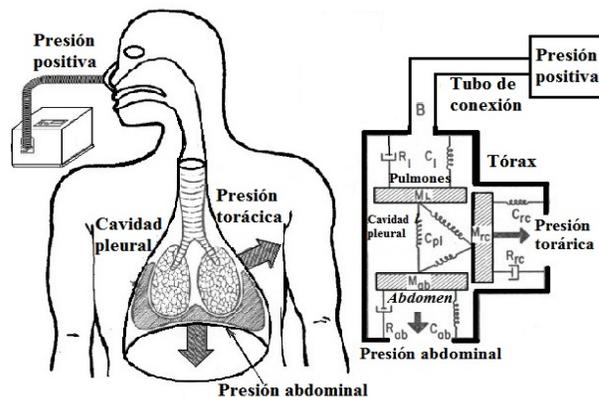


Figura 3: Esquema del SRH mostrando la estructura y fuerzas actuando, con su analogía mecánica.

formas de explicar el mecanismo del colapso de la VRS es por medio del resistor Starling desarrollado por el fisiólogo Ernest Starling, como un modelo de la VRS deformable. El modelo predice que la VRS será cerrada cada vez más mientras el valor del parámetro  $D_s(t)$  (1) aumente (Stalford, 2003).

$$D_s(t) = \frac{2}{\alpha^4(t)} \quad \alpha(t) = \begin{cases} \left(\frac{-1}{P(t)-1}\right)^{\frac{2}{3}}, & P < 0 \\ (P(t)+1)^{0.15}, & P \geq 0 \end{cases} \quad (1)$$

Es conocido que las propiedades del flujo de aire en la VRS exhiben un comportamiento no lineal. Esto se debe a los dos tipos de flujo principales que se presentan en la VRS, laminar y turbulento. En 1915 Fritz Rohrer sugirió que la pérdida de presión friccional a través de las vías respiratorias está dada por una función cuadrática del volumen y flujo, dada por la ecuación (2).

$$\frac{\Delta P_R(t)}{Q_I(t)} = T_1 + T_2 |Q_I(t)| \quad (2)$$

Del cual las constantes  $T_1$  y  $T_2$  están asociadas al flujo laminar y turbulento respectivamente.

Tomando en cuenta todas estas consideraciones, las ecuaciones en espacio de estados que modelan el SRH que se

ocupara en este trabajo son (3-9):

$$\dot{\sigma}_1(t) = \sigma_2(t) \quad (3)$$

$$\dot{\sigma}_2(t) = \frac{1}{I_l} [-D_s R_l \sigma_2(t) - (T_1 \sigma_2(t) + T_2 |\sigma_2(t)| \sigma_2(t))] + \frac{1}{I_l} \left[ -\frac{1}{C_l} \sigma_1(t) - \sigma_3(t) + U - P_{pl}(t) \right] \quad (4)$$

$$\dot{\sigma}_3(t) = \frac{1}{C_T} \left[ \sigma_2(t) - \frac{1}{R_T} \sigma_3(t) \right] \quad (5)$$

$$\dot{\sigma}_4(t) = \sigma_5(t) \quad (6)$$

$$\dot{\sigma}_5(t) = \frac{1}{I_{rc}} \left[ P_{pl}(t) - R_{rc} \sigma_5(t) - \frac{1}{C_{rc}} \sigma_4(t) + F_{M1}(t) \right] \quad (7)$$

$$\dot{\sigma}_6(t) = \sigma_7(t) \quad (8)$$

$$\dot{\sigma}_7(t) = \frac{1}{I_{ab}} \left[ P_{pl}(t) - R_{ab} \sigma_7(t) - \frac{1}{C_{ab}} \sigma_6(t) + F_{M2}(t) \right] \quad (9)$$

Donde:

$$P_{pl}(t) = \frac{\sigma_6(t) + \sigma_4(t) - \sigma_1(t)}{C_{pl}}$$

Los términos utilizados para el modelo se definen en la Tabla I. Las simulaciones obtenidas por medio del conjunto

$I_l \triangleq$ Inertancia pulmonar	$I_{rc} \triangleq$ Inertancia caja torácica
$I_{ab} \triangleq$ Inertancia abdominal	$R_{ab} \triangleq$ Resistencia abdominal
$R_l \triangleq$ Resistencia pulmonar	$R_{rc} \triangleq$ Resistencia caja torácica
$C_l \triangleq$ Compliancia pulmonar	$C_{rc} \triangleq$ Compliancia caja torácica
$C_{ab} \triangleq$ Compliancia abdominal	$C_{pl} \triangleq$ Compliancia cavidad pleural
$R_t \triangleq$ Resistencia tubo conexión	$C_t \triangleq$ Compliancia tubo conexión
$\sigma_1(t) \triangleq$ Volumen pulmonar	$\sigma_2(t) \triangleq$ Flujo pulmonar
$\sigma_3(t) \triangleq$ Presión nasal	$\sigma_4(t) \triangleq$ Volumen caja torácica
$\sigma_5(t) \triangleq$ Flujo caja torácica	$\sigma_6(t) \triangleq$ Volumen abdominal
$\sigma_7(t) \triangleq$ Flujo abdominal	$U \triangleq$ Presión exterior
$P_{pl}(t) \triangleq$ Presión cavidad pleural	
$F_{M1}(t) \triangleq$ Presión muscular de la caja torácica	$F_{M2}(t) \triangleq$ Presión muscular abdominal

TABLA I: Nomenclatura del modelo del SRH.

de ecuaciones, se presentan en las Fig.4 y Fig.5. Donde se muestran las gráficas más relevantes para este trabajo que son la presión respiratoria, el flujo de aire respiratorio, volumen de aire y el comportamiento de la resistencia respiratoria de la VRS.

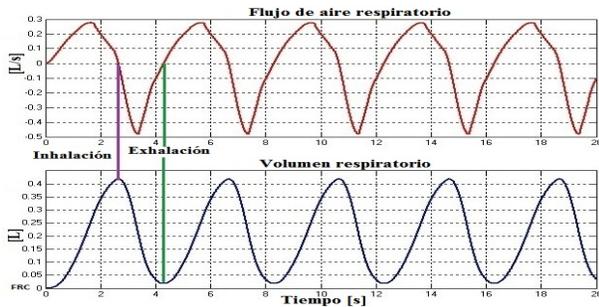


Figura 4: Gráficas de volumen y flujo de la simulación del sistema (3-9). Un flujo positivo corresponde a una inspiración y un flujo negativo a una exhalación.

Los resultados obtenidos fueron validados mediante la comparación de estos con estudios polisomnográficos publicados en revistas médicas y artículos de investigación científicas relacionadas con el SAOS y el tratamiento PAP

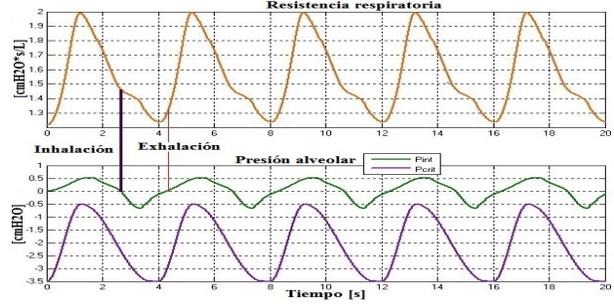


Figura 5: La gráfica superior muestra la resistencia total de las vías respiratorias, durante la inspiración la resistencia aumenta mientras que en la exhalación disminuye. La gráfica inferior muestra la presión alveolar y la presión crítica.

(Álvarez-Sala et al., 1999) y (Kirkness et al., 2006), el cual se presenta en la Fig.6, resultando en una similitud suficientemente buena para su uso.

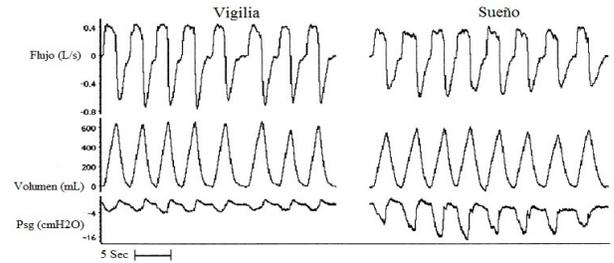


Figura 6: Estudio polisomnografico

## B. Modelo del ventilador BPAP

Para modelar el ventilador BPAP de partió de un modelo propuesto en (Ching-Chih Tsai et al., 2007) mediante una función de transferencia en tiempo discreto, mostrada en la ecuación 10.

$$d(z) = \frac{0.6z - 0.42}{z^2 - 1.09z + 0.27} \quad (10)$$

Esta función de transferencia fue cambiada a un modelo de estados en tiempo continuo dada por el sistema 11. El modelo representa la dinámica de un ventilador comúnmente usado en los dispositivos médicos PAP. Este modelo relaciona la entrada de voltaje del ventilador con la presión positiva que suministra.

$$\begin{bmatrix} \dot{\beta}_1(t) \\ \dot{\beta}_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -3317 & -131 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_1(t) \\ \beta_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} U_E \quad (11)$$

$$y_\beta(t) = 3317\beta_1(t)$$

## IV. ALGORITMO SUPER TWISTING GENERALIZADO

El diseño del control para el SRH se hizo en base a una reducción del modelo 3-9, dado por el sistema 12. Aunque el controlador sigue siendo implementado sobre el sistema



Figura 7: Resultados obtenidos de la simulación del sistema 11, un voltaje de entrada provoca una presión de salida.

completo.

$$\begin{aligned}\dot{\sigma}_1(t) &= \sigma_2(t) \\ \dot{\sigma}_2(t) &= \frac{1}{I_l} \left( -R_l \sigma_2(t) - \frac{1}{C_l} \sigma_1(t) - \sigma_3(t) + U + \omega(t) \right) \\ \dot{\sigma}_3(t) &= \frac{1}{C_t} \left( \sigma_2(t) - \frac{1}{R_t} \sigma_3(t) \right)\end{aligned}\quad (12)$$

Donde la perturbación:

$$\omega(t) = P_{pl}(t) + \tilde{f}(t)$$

Está conformada por  $P_{pl}(t)$  que es la presión pleural, correspondiente a la parte del sistema del tórax y abdomen, ecuaciones 6 a 9 y  $\tilde{f}(t)$  dada por la cota de las posibles perturbaciones que el paciente pueda tener, incremento de la resistencia respiratoria, cambio de posición al dormir, dinámicas adicionales no tomadas en cuenta etc. Ésta se puede acotar por la función 13:

$$\omega(t) = -2 \sin(3t) + 4 \cos(t) - 3 \quad (13)$$

Que corresponde a una frecuencia respiratoria de 20 respiraciones por minuto y de manera forzada, al presentarse un incremento de la resistencia respiratoria.

El procedimiento empleado para el STG y el control por MDSO se basa en los trabajos de (Gonzales, Moreno y Fridman, 2011),(Moreno, 2012). Consiste en el diseño de una superficie de deslizamiento, la aplicación de un control equivalente, el uso del algoritmo STG y finalmente el cálculo de las ganancias del STG mediante una función de Lyapunov.

La ecuación de la superficie de deslizamiento se elige de la forma:

$$\begin{aligned}s(t) &= \xi(t) + K\eta(t), \quad s(t) = 0 \\ \xi(t) &= s(t) - K\eta(t), \quad \dot{s}(t) = \dot{\xi}(t) + K\dot{\eta}(t)\end{aligned}\quad (14)$$

$K$  y  $\eta$  son vectores definidos como 15 y  $K$  se elige tal que  $(A_{11} - A_{12}K)$  sea Hurwitz cuando  $s = 0$ , por medio del método de Ackerman (Ackerman y Utkin, 1994).

$$K = \begin{bmatrix} K_1 & K_2 \end{bmatrix}, \quad \eta(t) = \begin{bmatrix} \eta_1(t) \\ \eta_2(t) \end{bmatrix} \quad (15)$$

Desarrollando  $\dot{s}$ :

$$\begin{aligned}\dot{s}(t) &= \begin{bmatrix} K_1 & K_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\eta}_1(t) \\ \dot{\eta}_2(t) \end{bmatrix} \\ &+ U + \omega(t) - \frac{1}{C_l} \eta_1(t) - \eta_2(t) - \frac{R_l}{I_l} \xi(t)\end{aligned}\quad (16)$$

Agrupando y reduciendo términos de  $\dot{s}$  finalmente se obtiene:

$$\begin{aligned}\dot{s}(t) &= \left( -\frac{1}{C_l} + \frac{K_1 R_l}{I_l} - \frac{K_1^2}{I_l} - \frac{K_1 K_2}{C_l I_l} \right) \eta_1(t) \\ &+ \left( -1 + \frac{K_2 R_l}{I_l} - \frac{K_1 K_2}{I_l} - \frac{K_2^2}{C_l I_l} - \frac{K_2}{C_l R_t} \right) \eta_2(t) \\ &+ \left( -\frac{R_l}{I_l} + \frac{K_1}{I_l} + \frac{K_2}{C_l I_l} \right) s(t) + U + \omega(t)\end{aligned}$$

Con  $U = v(t) + U_{eq}(t)$ . El siguiente paso es utilizar el control equivalente tal que  $\dot{s} = v + \omega(t)$ , de la siguiente manera:

$$\begin{aligned}U_{eq} &= - \left( -\frac{1}{C_l} + \frac{K_1 R_l}{I_l} - \frac{K_1^2}{I_l} - \frac{K_1 K_2}{C_l I_l} \right) \eta_1(t) \\ &- \left( -\frac{R_l}{I_l} + \frac{K_1}{I_l} + \frac{K_2}{C_l I_l} \right) s(t) \\ &- \left( -1 + \frac{K_2 R_l}{I_l} - \frac{K_1 K_2}{I_l} - \frac{K_2^2}{C_l I_l} - \frac{K_2}{C_l R_t} \right) \eta_2(t)\end{aligned}\quad (17)$$

Aplicando el  $U_{eq}$ ,  $\dot{s}$  se reduce a:

$$\begin{aligned}\dot{s}(t) &= v(t) + \omega(t) \\ \dot{\eta}(t) &= (A_{11} - A_{12}K) \eta(t) + A_{12}s(t)\end{aligned}\quad (18)$$

El algoritmo STG está dado por:

$$v(t) = -M_1 \phi_1(s(t)) - M_2 \int_0^t \phi_2(s(t)) dt \quad (19)$$

$\phi_1$  y  $\phi_2$ , están definidas como:

$$\begin{aligned}\phi_1(s) &= |s|^{\frac{1}{2}} \text{sign}(s) + \mu_2 s, \quad \mu_2 \geq 0 \\ \phi_2(s) &= \frac{1}{2} \text{sign}(s) + \frac{3}{2} \mu_2 |s|^{\frac{1}{2}} \text{sign}(s) + \mu_2^2 s\end{aligned}\quad (20)$$

La perturbación se puede reescribir como:

$$\begin{aligned}\omega(t) &= g_1(t) + g_2(t) \\ &= \theta_1 \omega_1(t) + \theta_2 \omega_2(t) \geq 0\end{aligned}\quad (21)$$

Para todo  $\theta_1, \theta_2 \geq 0$ . El sistema 18, con el controlador STG 19 puede ser escrito como:

$$\begin{aligned}\dot{\eta}(t) &= (A_{11} - A_{12}K) \eta(t) + A_{12}s(t) \\ \dot{s}(t) &= -M_1 \phi_1(s(t)) + z(t) + g_1(t) \\ \dot{z}(t) &= -M_2 \phi_2(s(t)) + \frac{d}{dt} g_2(t)\end{aligned}\quad (22)$$

Las funciones  $g_1(t)$  y  $\frac{d}{dt} g_2(t)$  deben satisfacer las siguientes condiciones, en si deben de estar acotadas mediante las siguientes funciones:

$$|g_1(t)| \leq \hat{\rho}_1(x, t) |\phi_1(s)| \quad \left| \frac{d}{dt} g_2(t) \right| \leq \hat{\rho}_2(x, t) |\phi_2(s)| \quad (23)$$

Donde  $\hat{\rho}_1(x, t), \hat{\rho}_2(x, t) \geq 0$  son funciones conocidas. La componente  $g_1(t)$  de la perturbación tiene que desvanecerse cuando  $s = 0$ , este no es el caso para la derivada de la componente  $g_2(t)$  de la perturbación, ya que para  $s = 0$  es suficiente que esté acotada.

Se propone una función candidata de Lyapunov:

$$V_q(s, z) = \zeta^T(t) P_k \zeta(t) \quad (24)$$

$\zeta$  es un vector y se define como:

$$\zeta^T = [ \phi_1(s(t)) \quad z(t) ]$$

Se obtiene  $\dot{V}_q(s, z)$  como:

$$\begin{aligned} \dot{V}_q(s, z) = & \dot{\phi}_1(x_1) \{ \zeta (A^T P + P A) \zeta + \zeta^T P B \hat{g} \} \\ & + \dot{\phi}_1(x_1) \{ \hat{g}^T B^T P \zeta \} \end{aligned} \quad (25)$$

Es posible reescribir  $\dot{V}_q(s, z)$  mediante el uso de matrices:

$$\dot{V}_q(s, z) = \dot{\phi}_1(s(t)) \begin{bmatrix} \zeta \\ \hat{g} \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} A^T P + P A + R + \epsilon I & P B \\ B^T P & -\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \zeta \\ \hat{g} \end{bmatrix}$$

Donde la matriz  $B$  puede tomar los valores de:

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (26)$$

Dependiendo si  $g_1$  y  $g_2$  están presentes, solo  $g_1$  o solo  $g_2$ .

El problema se reduce a resolver el problema de LMI tal que:

$$\begin{bmatrix} A^T P + P A + \epsilon I + R & P B \\ B^T P & -\Theta \end{bmatrix} \leq 0 \quad (27)$$

De manera equivalente, existe una  $P$  que resuelve la desigualdad algebraica de Riccati.

$$A^T P + P A + \epsilon I + R + P B \Theta^{-1} B^T P \leq 0 \quad (28)$$

## V. RESULTADOS DE LA SIMULACIÓN

Los resultados obtenidos con el STG fueron comparados con un control PID y CMD de primer orden, también con algunos estudios prácticos publicados en la literatura. El STG mejora la regulación de la presión suministrada disminuyendo el máximo error de seguimiento entre 30 % a 40%, lo que equivale a  $1 \text{ cmH}_2\text{O}$ , también compensa incertidumbres, variaciones paramétricas y fugas de presión.

Las gráficas de la Fig.8 muestran los resultados obtenidos usando el STG en el seguimiento de dos niveles de presión: 3 a 6  $\text{cmH}_2\text{O}$  y 5 a 10  $\text{cmH}_2\text{O}$ . También se muestra la gráfica comparativa entre el valor de la resistencia durante la respiración normal (morado) y la resistencia respiratoria cuando se aplica el tratamiento PAP (anaranjado). Mostrando que la resistencia respiratoria disminuye cuando el tratamiento está presente, impidiendo que las apneas aparezcan y el paciente deje de respirar.

La Fig.9 muestra el comportamiento de las variables fisiológicas simuladas de volumen y flujo respiratorio. Lo importante de estas graficas es notar que aun con la presión positiva los valores de las señales se siguen comportando dentro de un rango válido.

La comparación con el controlador PID se realizó mediante simulaciones calculando las ganancias del PID por el método de sintonización de Nichols Ziegles al considerar el esquema en cascada de la Fig.2 y tomando en cuenta la misma perturbación  $\omega(t)$  que para el algoritmo STG.

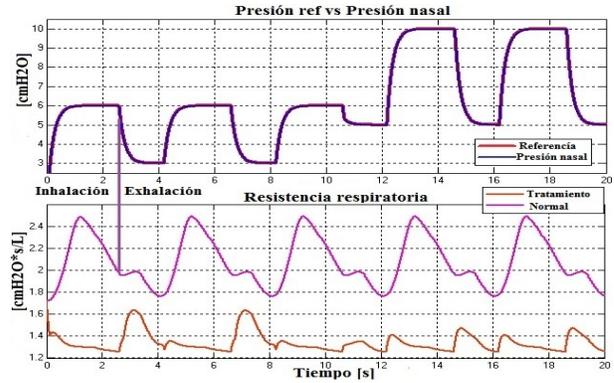


Figura 8: La figura superior muestra la comparación entre la señal de referencia de presión requerida dada por el sensor de flujo y presión con la presión nasal que recibe el paciente. La imagen inferior muestra el comportamiento de la resistencia respiratoria del modelo en estado normal y con el tratamiento.

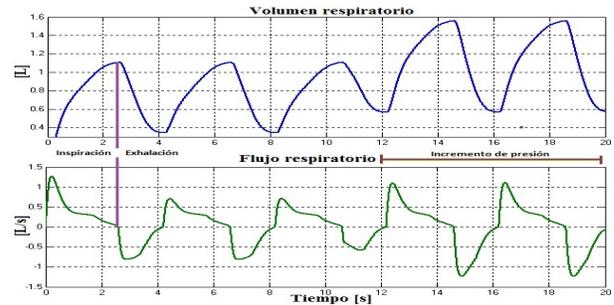


Figura 9: Se muestran el comportamiento del flujo y volumen respiratorio durante el tratamiento BPAP.

Primero se muestran los resultados obtenidos mediante el algoritmo STG en la Fig.10, se aprecia un mejor seguimiento de la presión de referencia además de un voltaje del ventilador sin picos de voltajes. Los resultados obtenidos

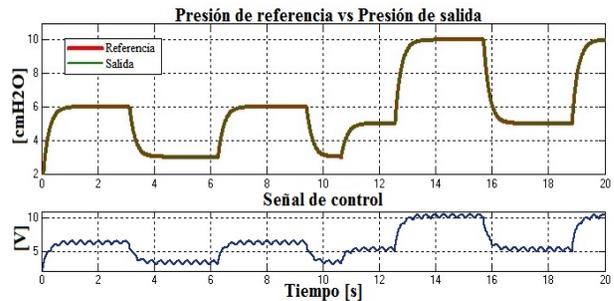


Figura 10: Presión de referencia vs presión de salida STG y voltaje de entrada del ventilador BPAP.

con el algoritmo PID se muestran en la Fig.11, donde se muestra la presión de salida que recibe el SRH y la entrada de control del ventilador dado por un voltaje. Se puede observar picos de voltaje al momento de cambiar el nivel de presión además de no seguir la referencia totalmente. La Fig.12 muestra una comparación directa entre los resultados obtenidos con el STG (negro), PID (rojo) y CMD de primer orden (azul), mostrando que el error obtenido con el STG

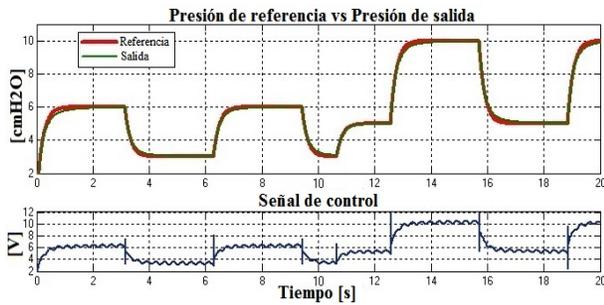


Figura 11: Presión de referencia vs presión de salida PID y voltaje de entrada del ventilador BPAP.

es prácticamente cero. Para mostrar que el STG puede



Figura 12: Se muestra la comparación entre los errores obtenidos por cada uno de los controladores, se puede observar que el algoritmo STG tiene el menor error.

tener un rango de aplicación prometedor con el esquema de control empleado se muestran los resultados conseguidos y publicados en diferentes revistas científicas relacionadas con el control de sistemas de presión positiva. Donde se observa que aún existen grandes mejoras que se pueden realizar en la presión suministrada.

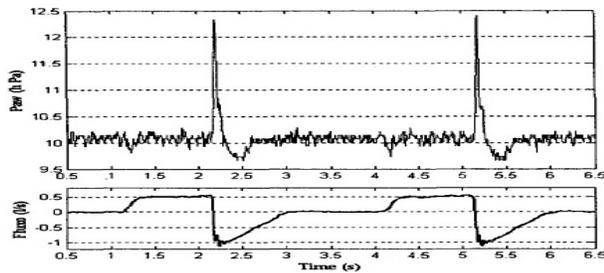


Figura 13: Resultados experimentales presentados en (A. S. Favre, F.C. Jandre y A. Gianella-Neto, 2003)

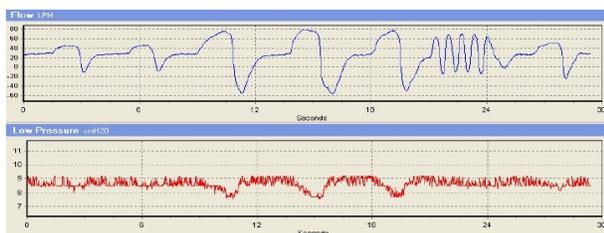


Figura 14: Resultados experimentales presentados en (Zheng-Long Chen, Zhao-Yan Hu y Hou-De Dai, 2012)

## VI. CONCLUSIONES

Las simulaciones del modelo matemático del SRH y del ventilador BPAP fueron lo suficientemente similares a resultados fisiológicos como para validar su uso.

El esquema de control en cascada mostro mejores resultados y rendimiento que si solo se usara un solo lazo de control, debido a que se tiene una mayor robustez y ya que el ventilador BPAP presenta una dinámica mucho más rápida esto garantiza la estabilidad aun en presencia de perturbaciones.

El algoritmo STG presentó mejores resultados en el seguimiento de la presión requerida también al compensar las incertidumbres paramétricas y perturbaciones acotadas en comparación con el control PID.

Basado en los resultados favorables obtenidos con el control STG pretendemos investigar una aplicación práctica en un ventilador nCPAP comercial.

## AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen el apoyo económico proporcionado por el CONACYT, CVU 377942. Además del PAPIIT 113613.

## REFERENCIAS

- Juergen Ackerman y Vadim Utkin (1994). Sliding Mode Control Design Based on Ackermann's Formula. *IEEE Transactions on Automatic Control*, **Vol. 43**.
- Khosrow Behbehani, Fu-Chung Yen y John R. Burk (1995). Automatic Control of Airway Pressure for Treatment of Obstructive Sleep Apnea. *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, **Vol. 42**.
- Zheng-Long Chen, Zhao-Yan Hu y Hou-De Dai (2012). Control System Design for a continuous positive airway pressure ventilator. *BioMedical Engineering OnLine*.
- Alessandro Pisano, Alejandro Davila, Leonid Fridman, y Elio Usai (2008). Cascade Control of PM DC Drives Via Second-Order Sliding-Mode Technique. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, **Vol. 55**.
- A. S. Favre, F.C. Jandre y A. Gianella-Neto (2003). Closed-Loop Control of a Continuous Positive Airway Pressure Device. *Proceedings of the 25th Annual International Conference of the IEEE EMBS México*.
- Tenoch Gonzales, Jaime Moreno y Leonid Fridman (2011). Variable Gain Super Twisting Control. *IEEE Transactions on Automatic Control*, **Vol. 57**, 2100–2105.
- Ronald W. Jodat, James D. Horgan y Ramon L. Lange (1986). Simulation of Respiratory Mechanics. *Biophysical Journal*, **Vol. 6**.
- Rahul K. Kakkar y Richard B. Berry (2007). Positive Airway Pressure Treatment for Obstructive Sleep Apnea. *CHEST Official publication of the American College of Chest Physicians*.
- Jason P. Kirkness, Vidya Krishnan y Susheel P. Patil (2006). Upper Airway Obstruction in Snoring and Upper Airway Resistance Syndrome. *Prog Respir Res. Basel, Karger*, **Vol. 35**.
- Jaime A. Moreno (2012). Lyapunov Approach for Analysis and Design of Second Order Sliding Modes Algorithms. *Sliding Modes after the First Decade of the 21st Century*, **Vol. 412**.
- David M. Rapoport y Ron S. Leder (2006). Continuous positive airway pressure. *Encyclopedia of Medical Devices and Instrumentation*.
- Catherine B. Stallford (2003). The startling resistor: A model for explaining and treating obstructive sleep apnea. *AANA Journal Course*.
- Ching-Chih Tsai, Zen-Chung Wang y Chih-Sung Chen (2012). Two Degree-of-freedom Control for Bi-Level Positive Airway Pressure of an Obstructive Sleep Apnea Treatment System. *The 33rd Annual Conference of the IEEE Industrial Electronics Society*.
- Fernando Álvarez Sala Walther, Calle Rubio Fernández y Sánchez Alarcos (1999). Apnea obstructiva del sueño. *Sistema Nacional de Salud*.
- Yuri Shtessel, Jaime Moreno, Leonid Fridman, Alexander Poznyak y Franck Plestan (2010). Super Twisting Adaptive Sliding Mode Control: a Lyapunov Design *IEEE Conference on Decision and Control*.