

Identificación de frecuencias de vibración en edificios mediante tiempos de viaje de onda

Jesús Morales [†] y Luis Alvarez-Icaza [‡]
Instituto de Ingeniería
Universidad Nacional Autónoma de México
04510 Coyoacán DF, México

Resumen— Se presenta una técnica novedosa de identificación para edificios mediante el método de Thomson-Haskell. La idea de este método consiste en detectar cambios en el tiempo de llegada de las ondas que se propagan a través de la estructura y, con ello, identificar las frecuencias de vibración de la misma, entre ellas la frecuencia fundamental. A diferencia de trabajos donde se utilizan algoritmos recursivos, esta técnica tiene la ventaja de identificar un número relativamente pequeño de parámetros. Los resultados de simulación muestran como éstos son consistentes con los tiempos de viaje de onda esperados y se concluye que la técnica propuesta es prometedora para identificación y localización de daños en estructuras, si se usan los cambios que presentan las frecuencias de vibración.

Palabras clave: Identificación, frecuencias de vibración, método de Thomson Haskell, control de vibraciones, monitoreo y salud estructural.

I. INTRODUCCIÓN

La evaluación de daños en edificios después de un terremoto requiere de una evaluación detallada, sin embargo, ésta puede tardar mucho tiempo en completarse poniendo en riesgo vidas humanas y causando considerables pérdidas financieras a los propietarios, en particular a los de las estructuras comerciales. Esta situación genera la necesidad de contar con métodos rápidos y fiables para evaluar la seguridad de las estructuras después de estar sometidas a acciones sísmicas.

Tradicionalmente, los edificios son analizados usando métodos de vibración, sin embargo, también pueden ser analizados usando métodos de propagación de ondas. Actualmente la representación de la respuesta mediante los métodos de vibración y propagación de ondas son matemáticamente equivalentes, sin embargo, uno puede ser preferible al otro para un problema particular.

A partir del trabajo pionero de Thomson (1950) y Haskell (1953) sobre el método de la matriz de transferencia, que proporciona un tratamiento sistemático al problema de valor inicial y de contorno, el estudio de propagación de ondas elásticas ha recibido mucha atención y ha encontrado muchas aplicaciones en los últimos años, en campos diversos como en sismología, acústica y evaluaciones no destructivas

para monitoreo y seguridad (Liu, T., 2010).

En (Safak, E. y Hudnut, K., 2006) se presenta un nuevo enfoque para monitoreo estructural, detección de daño y análisis de datos. Se propone mostrar que el daño puede ser detectado más precisamente si se investigan no únicamente los cambios en las frecuencias naturales, sino también los cambios en las características de propagación de ondas sísmicas en la estructura y algunos cambios permanentes en la configuración de la misma. Se sugiere usar sensores GPS, debido a que las deformaciones permanentes no pueden ser calculadas precisamente a partir de los datos de aceleración. Para probar esos nuevos conceptos se usó un edificio de 17 pisos con marcos de acero en el campus de la Universidad de California en los Ángeles (UCLA).

En (Pech, 2012) se usa interferometría basada en deconvolución de eventos sísmicos registrados por la estación SMNH01 de la red KIK-net, una de las más importantes redes sísmicas localizada en Japón, para obtener velocidades eficientes de ondas de cortante (β), módulos de cortante (μ), factores de calidad (Q) y para identificar cambios físicos en el suelo. La estación tiene una perforación la cual está equipada con acelerómetros triaxiales instalados en la superficie y a 100 m de profundidad. La deconvolución de los eventos sísmicos registrados en la superficie y a los 100 m de profundidad, permite obtener los parámetros físicos antes mencionados. Para interpretar las ondas sometidas a deconvolución se usa un medio en capas de una dimensión (1D). Con base en la observación de cambios en la amplitud y en el tiempo de llegada de las ondas, se identifican lapsos de variaciones de tiempo en las velocidades de ondas de corte y módulos de cortante. La estimación de las propiedades físicas cerca de la superficie deben hacerse usando herramientas extremadamente sensibles que puedan detectar pequeñas variaciones en las propiedades físicas.

En (Todorovska, 2009) se describe un nuevo método de supervisión de salud estructural de edificios, que se está desarrollando en la Universidad del Sur de California para futuras aplicaciones en sistemas de alerta temprana de terremotos. El método utiliza los datos de sensores de vibración y se basa en detectar cambios en el tiempo de llegada de

[†]Estudiante de posgrado, jmoralesv@iingen.unam.mx.

[‡]Investigador y corresponsal, alvar@pumas.iingen.unam.mx.

ondas que se propagan a través de la estructura. Este es un método de escala intermedia, que puede señalar la parte de la estructura que ha sido dañada utilizando datos de un número relativamente pequeño de sensores.

En este trabajo se presenta un método alternativo de identificación para determinar las frecuencias de vibración en estructuras civiles mediante el método de Thompson-Haskell. Para ello, la identificación se basa en un modelo en capas, comúnmente utilizado en geofísica para analizar el comportamiento de las ondas en diferentes estratos. La ventaja de este método radica en la reducción del número de parámetros calculados para obtener las frecuencias de vibración, lo que genera una reducción del costo computacional y una disminución en el tiempo de identificación en comparación con otros trabajos. Además el método tiene la ventaja de poder adaptarse a cualquier tipo de modelo estructural, sin importar el tamaño y las características de diseño. El pulso empleado para propagar las ondas es el pulso de Ricker, pues este permite una mejor relación con el periodo de muestreo de los datos y se le puede diseñar para excitar el modelo con énfasis en una determinada banda de frecuencia.

II. MODELO MATEMÁTICO

El edificio es modelado como una barra a cortante, elástica y en capas, está soportado por un semiespacio¹, libre de esfuerzos en el techo, excitado por una onda de cortante (SV) con incidencia vertical al plano en la dirección $-z$, además se supone que el edificio se mueve únicamente de manera horizontal, con desplazamientos en el techo y en los pisos, definidos como u_1, u_2, \dots, u_{n+1} , tal como se ilustra en la Fig. 1(a). Se considera que cada capa, numerada de arriba hacia abajo, representa un piso o grupo de pisos. Las capas son homogéneas e isotrópicas, con altura h_i , densidad de masa ρ_i , módulo de corte μ_i , y velocidad de onda de corte $\beta_i = \sqrt{\frac{\mu_i}{\rho_i}}$, $i = 1, \dots, n$, respectivamente.

La respuesta de este modelo es matemáticamente idéntica al de un semiespacio en capas horizontal, excitado por una onda SH con incidencia vertical, como se muestra en la Fig. 1(b), el cual ha sido resuelto en geofísica usando el enfoque de la matriz de propagación (Todorovska, 2012). La idea de este método consiste en considerar a cada uno de los pisos como un estrato, de manera que un edificio estaría representado por el conjunto de múltiples estratos y capas, con propiedades de densidad, módulo de poisson, módulo de cortante y velocidad de cortante, es decir, el edificio se relaciona con el modelo en capas a partir de las propiedades mencionadas.

¹ Un semiespacio, es uno de los modelo más simples de la tierra que para efectos prácticos se supone como un espacio infinito horizontalmente y semi-infinito verticalmente; es decir: $-\infty < x < +\infty, -\infty < y < +\infty$ y $0 \leq z < +\infty$

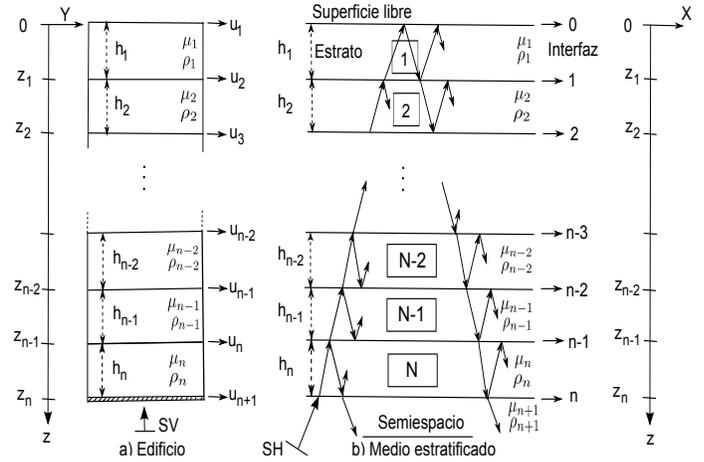


Figura 1. Modelo.

II-A. Formulación general para un estrato

La ecuación de onda que describe la propagación en una dimensión (1D) del estrato, como el presentado en la Fig. 2 es (Stein Seth y Wyession Michael, 2003):

$$\frac{\partial^2 v}{\partial z^2}(z, t) = \frac{1}{\beta^2} \frac{\partial^2 v}{\partial t^2}(z, t) \quad (1)$$

donde:

v : desplazamiento horizontal

z : profundidad del estrato en un punto de interés

H : altura del estrato para el caso de estrato general²

h : altura de los estrato para el caso de medio estratificado³

β : velocidad de propagación de la onda de cortante

μ : módulo de cortante

ν : relación de Poisson

t : tiempo

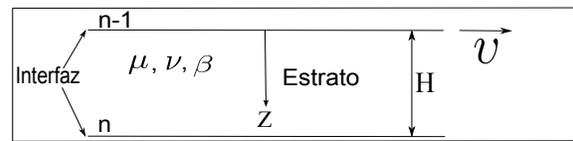


Figura 2. Estrato general

Realizando la transformada directa de Fourier en ambos lados de la Ec. (1) se obtiene la ecuación escalar unidimensional de Helmholtz (Pujol Jose, 2003):

$$\frac{\partial^2 v}{\partial z^2}(z, w) + k^2 v(z, w) = 0 \quad (2)$$

Para lo cual

$$k = \frac{w}{\beta}$$

²Un estrato general es aquel que se compone de un solo estrato, y se caracteriza por ser un medio continuo, ver Fig. 2

³Un medio estratificado es aquel que posee más de un estrato o múltiples estratos, como se muestra en la Fig. 1(b), cada uno de ellos puede tener igual o diferente altura h

donde, w corresponde a las frecuencias de la señal de excitación.

La solución general de la Ec. (2) está definida por (Kausel Eduardo, 2006):

$$v(z, w) = \dot{S}(w) \exp(ikz) + \dot{S}(w) \exp(-ikz) \quad (3)$$

donde:

\dot{S} : variable arbitraria que identifica la onda ascendente

\dot{S} : variable arbitraria que identifica la onda descendente

El desplazamiento en la interfaz superior del estrato (interfaz $n - 1$) es (Sánchez Sesma, F. J., 2012):

$$v(0, w) = v_{n-1}(w) = \dot{S}(w) + \dot{S}(w) \quad (4)$$

y el desplazamiento en la interfaz inferior del estrato (interfaz n) es:

$$v(H, w) = v_n(w) = \dot{S}(w) \exp(ikH) + \dot{S}(w) \exp(-ikH) \quad (5)$$

La solución del sistema de Ecs. formado por (4) y (5) es:

$$\dot{S}(w) = i \frac{v_{n-1}(w) \exp(-ikH) - v_n(w)}{2 \operatorname{sen}(kH)} \quad (6)$$

$$\dot{S}(w) = i \frac{v_n(w) - v_{n-1}(w) \exp(ikH)}{2 \operatorname{sen}(kH)} \quad (7)$$

De lo anterior, el campo de desplazamiento dentro del estrato está dado por:

$$v(z, w) = i \frac{v_{n-1}(w) \exp(-ikH) - v_n(w)}{2 \operatorname{sen}(kH)} * \exp(ikz) - i \frac{v_{n-1}(w) \exp(ikH) - v_n(w)}{2 \operatorname{sen}(kH)} \exp(-ikz) \quad (8)$$

donde: $0 \leq z \leq H$

La Ec. (8) también puede escribirse de la siguiente forma:

$$v(z, w) = -\frac{\operatorname{sen}[k(z - H)]}{\operatorname{sen}(kH)} v_{n-1}(w) + \frac{\operatorname{sen}(kz)}{\operatorname{sen}(kH)} v_n(w) \quad (9)$$

La Ec. (9) tiene la forma usual de la interpolación empleada en el método de elementos finitos, donde el desplazamiento dentro de un elemento (estrato) se expresa en función del desplazamiento de sus nodos (interfaces). A partir de esta ecuación se obtienen las tracciones o esfuerzos en cualquier profundidad de interés dentro del estrato:

$$\begin{aligned} \tau(z, w) &= \mu \frac{\partial v}{\partial z}(z, w) \\ &= \mu k \left\{ -\frac{\cos[k(z - H)]}{\operatorname{sen}(kH)} v_{n-1}(w) + \frac{\cos(kz)}{\operatorname{sen}(kH)} v_n(w) \right\} \end{aligned}$$

De la ecuación anterior se pueden obtener los esfuerzos en los extremos (interfaces) del estrato, como:

$$\begin{aligned} \tau(0, w) = \tau_{n-1}(w) &= \mu k \left[-\frac{\cos(kH)}{\operatorname{sen}(kH)} v_{n-1}(w) + \frac{1}{\operatorname{sen}(kH)} v_n(w) \right] \\ \tau(H, w) = \tau_n(w) &= \mu k \left[-\frac{1}{\operatorname{sen}(kH)} v_{n-1}(w) + \frac{\cos(kH)}{\operatorname{sen}(kH)} v_n(w) \right] \end{aligned}$$

Las ecuaciones anteriores se pueden reescribir como:

$$\begin{Bmatrix} v_n(w) \\ \tau_n(w) \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\left(\frac{wH}{\beta}\right) & \frac{\beta}{\mu w} \operatorname{sen}\left(\frac{wH}{\beta}\right) \\ -\frac{\mu w}{\beta} \operatorname{sen}\left(\frac{wH}{\beta}\right) & \cos\left(\frac{wH}{\beta}\right) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} v_{n-1}(w) \\ \tau_{n-1}(w) \end{Bmatrix} \quad (10)$$

Por otra parte, el sistema de ecuaciones que gobierna el comportamiento del semiespacio se escribe como:

$$\begin{Bmatrix} \dot{S}(w) \\ \dot{S}(w) \end{Bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & -i \frac{\beta}{\mu_n w} \\ 1 & i \frac{\beta}{\mu_n w} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} v_{n-1}(w) \\ \tau_{n-1}(w) \end{Bmatrix} \quad (11)$$

La importancia de la Ec. (10) radica en que con ésta se puede conocer lo que ocurre en una interfaz del estrato conociendo lo que sucede en la otra (Haskell, N.A., 1953).

II-B. Formulación general para múltiples estratos

A continuación se explica el proceso de implementación del método de Thomson-Haskell para el caso de ondas SH con propagación en dirección vertical. Suponiendo que se cuenta con un edificio de n grados de libertad, con un grado de libertad por piso y que cada piso es un estrato, entonces la relación con respecto al número de estratos es lineal, tal como se presenta en la Fig. 1(b).

Para resolver este problema se ha de seguir una serie de pasos, como se indican a continuación.

1.- Formulación del sistema de ecuaciones para cada estrato ⁴. Definiendo $\alpha_i = H_i/B_i$, $\gamma_i = B_i/\mu_i$

$$\begin{Bmatrix} v_1^1(w) \\ \tau_1^1(w) \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(w\alpha_1) & \frac{\gamma_1}{w} \operatorname{sen}(w\alpha_1) \\ -\frac{w}{\gamma_1} \operatorname{sen}(w\alpha_1) & \cos(w\alpha_1) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} v_0^1(w) \\ \tau_0^1(w) \end{Bmatrix} \quad (12)$$

$$\begin{Bmatrix} v_2^2(w) \\ \tau_2^2(w) \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(w\alpha_2) & \frac{\gamma_2}{w} \operatorname{sen}(w\alpha_2) \\ -\frac{w}{\gamma_2} \operatorname{sen}(w\alpha_2) & \cos(w\alpha_2) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} v_1^2(w) \\ \tau_1^2(w) \end{Bmatrix} \quad (13)$$

⋮

$$\begin{Bmatrix} v_n^n(w) \\ \tau_n^n(w) \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(w\alpha_n) & \frac{\gamma_n}{w} \operatorname{sen}(w\alpha_n) \\ -\frac{w}{\gamma_n} \operatorname{sen}(w\alpha_n) & \cos(w\alpha_n) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} v_{n-1}^n(w) \\ \tau_{n-1}^n(w) \end{Bmatrix} \quad (14)$$

2.- Ensamblaje del sistema de ecuaciones de todo el modelo en estudio. Por continuidad del campo de desplazamientos en las interfaces de los estratos se tiene:

⁴En éste apartado los subíndices $n - 1$ y n se refieren a la penúltima y última interfaz, al igual que en la sección anterior, ver Fig. 1(b). Por otra parte, los superíndices se refieren al estrato de estudio, mientras que los subíndices indican la interfaz de interés.

$$v_0(w) = v_0^1(w) \quad (15)$$

$$v_1(w) = v_1^1(w) = v_1^2(w) \quad (16)$$

$$v_2(w) = v_2^2(w) = v_2^3(w) \quad (17)$$

$$\vdots \quad (18)$$

$$v_{n-1}(w) = v_{n-1}^{n-1}(w) = v_{n-1}^n(w) \quad (19)$$

$$v_n(w) = v_n(w) \quad (20)$$

Este conjunto de ecuaciones indica la relación que existe entre una interfaz y los estratos, por ejemplo, la primera y la última interfaz tienen un solo estrato en común, mientras que el resto de ellas poseen dos estratos, esto debido a que son estratos intermedios.

3.- Tomando en cuenta lo anterior y sustituyendo los valores de $v_0(w)$ en la Ec. (12), $v_1(w)$ en la Ec. (13) y así sucesivamente, el sistema de ecuaciones que gobierna la respuesta del modelo de la base hasta la superficie está dado por:

$$\begin{aligned} \begin{Bmatrix} v_n(w) \\ \tau_n(w) \end{Bmatrix} &= \begin{bmatrix} \cos(w\alpha_n) & \frac{\gamma_n}{w} \sin(w\alpha_n) \\ -\frac{w}{\gamma_n} \sin(w\alpha_n) & \cos(w\alpha_n) \end{bmatrix} * \\ &\begin{bmatrix} \cos(w\alpha_{n-1}) & \frac{\gamma_{n-1}}{w} \sin(w\alpha_{n-1}) \\ -\frac{w}{\gamma_{n-1}} \sin(w\alpha_{n-1}) & \cos(w\alpha_{n-1}) \end{bmatrix} * \\ &\dots \begin{bmatrix} \cos(w\alpha_1) & \frac{\gamma_1}{w} \sin(w\alpha_1) \\ -\frac{w}{\gamma_1} \sin(w\alpha_1) & \cos(w\alpha_1) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} v_0(w) \\ \tau_0(w) \end{Bmatrix} \end{aligned} \quad (21)$$

Por facilidad, la ecuación anterior se puede reescribir como:

$$\begin{Bmatrix} v_n(w) \\ \tau_n(w) \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} M_{11}(w) & M_{12}(w) \\ M_{21}(w) & M_{22}(w) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} v_0(w) \\ \tau_0(w) \end{Bmatrix} \quad (22)$$

4.- Obtención de los desplazamientos y tracciones en las interfaces superior e inferior (ondas reflejadas) del modelo. La Ec. (22) representa un sistema lineal de dos ecuaciones con dos incógnitas ($v_0(w)$ y $\tau_0(w)$). Suponiendo que se conoce el esfuerzo en el punto $z(0)$, el cual es cero en la interfaz superior del arreglo, es decir, en la superficie libre y considerando que v_n contiene la información del registro sísmico o la señal de excitación de la estructura, entonces los desplazamientos pueden ser calculados de la siguiente manera:

$$v_0(w) = \frac{v_n(w)}{M_{11}(w)} \quad (23)$$

5.- Obtención de los campos de desplazamiento y esfuerzo en las interfaces de los estratos. Una vez obtenidos los desplazamientos y tracciones en la interfaz superior del arreglo y la onda reflejada en el semiespacio, se continúa la obtención de los desplazamientos y tracciones en las demás interfaces del arreglo. Para eso se comienza obteniendo $v_1(w)$ y $\tau_1(w)$ reemplazando la Ec. (23) en la Ec.(12), luego se

hace lo mismo con la Ec. (13) y se continúa sucesivamente con los demás estratos hasta obtener los desplazamientos y tracciones en cada interfaz del medio estratificado.

6.- Transformar los resultados del dominio de la frecuencia al dominio del tiempo. Una vez realizados todos los cálculos anteriores se debe proceder a pasar dichos resultados del dominio de la frecuencia al del tiempo, mediante la transformada inversa de Fourier (Sánchez Sesma, F. J., 2012).

7.- Obtenidos los desplazamientos, se prosigue a observar los tiempos de viaje de onda τ en cada uno de los estratos, y se calculan las frecuencias de vibración mediante la siguiente expresión:

$$F_n = (2n - 1) \frac{1}{4\tau_t} \quad (24)$$

donde: τ_t corresponde al tiempo de propagación total, de la base hasta el techo de la estructura.

III. RESULTADOS DE SIMULACIÓN

Para efectos de simulación⁵ se trabajó con un edificio de tres pisos tomado de la literatura (Escobar Sanchez, Jose Alberto, 1979), formado por cuatro marcos y cuatro columnas con sección transversal cuadrada de 0.5 m en cada lado, construido de concreto reforzado, con características como las que se presentan a continuación, ver tabla I.

Parámetros	Descripción
$\gamma = 2.4 \frac{tf}{m^3}$	Peso volumétrico
$E = 6300 \frac{tf}{m^2}$	Módulo de elasticidad
$\nu = 0.25$	Coefficiente de Poisson
$fc = 250 \frac{kg}{cm^2}$	Factor de carga
$h = 3 \text{ m}$	Altura

TABLA I
CARACTERÍSTICAS DEL EDIFICIO DE TRES PISOS DE CONCRETO REFORZADO

Dado que todo cuerpo elástico que sea sometido a fuerzas externas, ya sean estáticas o dinámicas, sufre una deformación, la rigidez se define como la relación entre dichas fuerzas y las deformaciones que ellas inducen en el cuerpo. En un edificio, la rigidez en el nivel n , en la dirección x ó y , será la suma de las rigideces de las columnas en el nivel de interés.

$$K = \frac{\Sigma 12EI}{l^3} \quad (25)$$

y la frecuencia para el n -ésimo modo de vibración se obtiene de la siguiente manera (Escobar Sanchez, Jose Alberto, 1979):

$$w_n = (2n - 1) \frac{\pi}{2L} \sqrt{\frac{\mu}{\rho}} \quad (26)$$

⁵Las simulaciones fueron realizadas en el software Matlab, versión 2010

donde:

- n : número de pisos
- L : altura de la base hasta el techo
- l : altura entre piso j e $j - 1$
- μ : módulo de cortante
- ρ : densidad del material
- E : módulo de elasticidad
- I : momento de inercia de las columnas

Por lo tanto, de lo anterior se sabe que el periodo está dado por

$$T_n = \frac{4L}{(2n - 1)} \sqrt{\frac{\rho}{\mu}} \quad (27)$$

Considerando el edificio de tres pisos con los datos mencionado anteriormente y aplicando la Ec. (26), se obtienen los valores de las frecuencias de vibración de la estructura, que se muestran en la tabla II.

W_n (rad)	F (hz)	K (t _f /m)
17.7148	2.8194	174.9988 (1 ^{er} piso)
53.1451	8.4583	174.9988 (2 ^{do} piso)
88.5753	14.0972	174.9988 (3 ^{er} piso)

TABLA II
FRECUENCIAS Y RIGIDECES DEL EDIFICIO

Por otra parte se sabe que el módulo de cortante se obtiene de:

$$\mu = \frac{E}{2(1 + \nu)} \quad (28)$$

y del método de propagación de ondas, un edificio con deformación en cortante puede ser caracterizado por la velocidad de la onda de cortante

$$\beta = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}} \quad (29)$$

y con ello se obtiene el tiempo de viaje de onda

$$\tau_t = \frac{H}{\beta} \quad (30)$$

De los datos anteriores y aplicando las Ecs. (28), (29) y (30), se obtienen las propiedades equivalentes para el modelo en capas, del edificio de tres pisos, ver tabla III.

$\mu = 2520 \frac{t}{m^2}$	$\beta = 101.5 \frac{m}{s}$	$\rho = 0.2446 \frac{t_f s^2}{m^4}$	$\tau = 0.0295 s$
----------------------------	-----------------------------	-------------------------------------	-------------------

TABLA III

PROPIEDADES DEL MODELO EN CAPAS PARA CADA PISO DEL EDIFICIO

donde la velocidad y el tiempo de viaje de las ondas de cortante son las mismas para cada una de las tres capas (con un piso por capa), así como el resto de los valores calculados. Cabe mencionar que este modelo equivalente está apoyado en una base rígida y con desplazamientos en la dirección y.

Al aplicar el pulso de Ricker como señal de excitación y resolver las ecuaciones del algoritmo de propagación mediante el método de Thomson-Haskell, se identifican los tiempos de viajes de onda del modelo en capas. Las Figs. 3 y 4 presentan la respuesta debido al pulso de Ricker, donde el pulso más destacado es aquel que se transmite a través de todas las capas hasta llegar al techo por primera vez con un tiempo aproximado de 0.09 s, donde es reflejado y propagado de regreso hacia el nivel de suelo. También se puede observar que el tiempo de propagación de entrepiso es aproximadamente 0.03 s. Cabe mencionar que la fuente virtual se encuentra a nivel del suelo.

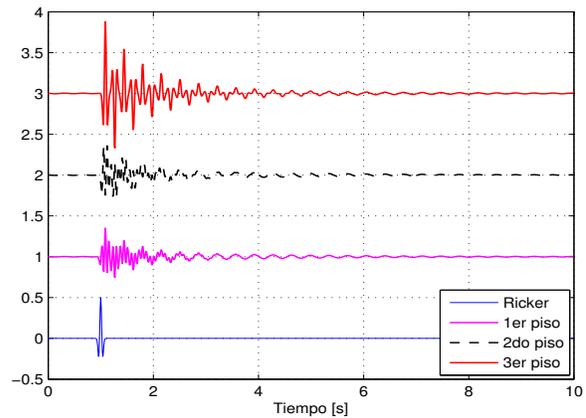


Figura 3. Respuesta a la función pulso de Ricker.

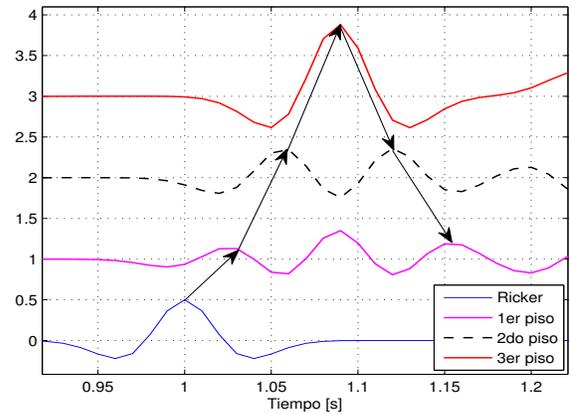


Figura 4. Detalle de la respuesta a la función pulso de Ricker.

En la tabla IV, se presentan los tiempos de viaje de onda calculados analíticamente y los observados del resultado de simulación.

Una vez obtenido el tiempo de viaje de onda del pulso transmitido del suelo al techo, es posible calcular la frecuen-

Capa	Calculado τ_j (s)	Identificados τ_j (s)	$\Delta\tau/\tau$ (%)
1	0.0295	0.030	1
2	0.0295	0.029	-1
3	0.0295	0.030	1
$\Sigma_{j=1}^3 \tau_t = 0.0885$			

TABLA IV

TIEMPOS DE VIAJE DE ONDA IDENTIFICADOS, CON PARAMETROS:

$$h = 3m, \rho = 0.2446\left(\frac{t_f s^2}{m^4}\right), \beta = 101.5(m/s), \text{ PARA LAS TRES CAPAS}$$

cia fundamental de la estructura de la siguiente manera⁶:

$$F_1 = \frac{1}{4\tau_t} \quad (31)$$

y el resto de las frecuencias de vibración mediante:

$$F_n = (2n - 1) \frac{1}{4\tau_t}$$

A continuación se presenta una tabla con los valores de las frecuencias calculadas analíticamente y las obtenidas a partir de los resultados de simulación, ver tabla V.

Calculadas F (s)	Observadas F (s)	$\Delta F/F$ (%)
2.8194	2.7777	-1.47
8.4583	8.3333	-1.47
14.0972	13.8888	-1.47

TABLA V

FRECUENCIAS DE VIBRACIÓN DE LA ESTRUCTURA

Los resultados de simulación observados muestran que éstos son consistentes con los tiempos de viaje de onda calculados. De la misma manera se puede apreciar como las frecuencias de vibración identificadas alcanzan el valor esperado en todos los casos con un error de $\pm 1.5\%$, como se muestra en la tabla V.

IV. CONCLUSIONES

Se hace una revisión de la aplicación del método de propagación de ondas para recuperar las frecuencias naturales de vibración de una estructura. A través de simulaciones, se pudo confirmar esta posibilidad, con errores de aproximación de 1.5% para un edificio de 3 pisos.

Algunas ventajas de este método para la detección de daño son su robustez cuando se aplica a edificios reales y con respuestas de amplitudes largas, su naturaleza local con un número relativamente pequeño de sensores y el que no es sensible a los efectos de la interacción suelo-estructura (Todorovska, 2012).

El método de propagación de ondas propuesto es prometedor para identificación y locación de daño, debido a que la velocidad de la onda de cortante está directamente relacionada con la rigidez. La pérdida de rigidez a causa de daño

⁶Donde τ_t , es el tiempo total que toma el pulso más destacado para transmitirse por todas las capas, hasta llegar al techo

puede provocar una reducción de la velocidad de la onda de cortante en la parte dañada, incrementando el tiempo de viaje de la onda τ . Esto provee una base para la inferencia sobre la presencia y localización de daños en estructuras. Su implantación requiere recuperar menos parámetros que los involucrados en descripciones modales o de estado. Además, solo se necesita conocer la señal de excitación sin requerir de una instrumentación completa de todo el edificio, ya que identificando el tiempo de propagación de la base hasta el techo de la estructura, se pueden calcular cambios en la rigidez de los elementos de la misma. Ésto hace que el método propuesto se adapte a cualquier tipo de modelo estructural, sin importar el tamaño y las características de diseño.

V. AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen a Francisco Sanchez Sesma por su participación en el apartado de propagación de ondas y a José Alberto Escobar por las múltiples asesorías en el área de estructuras civiles. El primero también agradece el apoyo de CONACYT y la Coordinación de Estudios de Posgrado de la Universidad Nacional Autónoma de México. Esta investigación fue patrocinada por los proyectos CONACYT 103640 y UNAM-PAPIIT IN105512.

REFERENCIAS

- Liu, T. (2010). Efficient reformulation of the Thomson Haskell method for computation of surface waves in layered half space. *Bulletin of the Seismological Society of America* **100**(5), 2310-2316.
- Safak, E. y Hudnut. K. (2006). Real-Time structural monitoring and damage detection by acceleration and GPS sensors. *8th US National Conference on Earthquake Engineering*.
- Pech, A., Sánchez, F.J., Snieder, R., Ignacio, F., Rodríguez, A., y Ortiz, J.C. (2012). Estimate of shear wave velocity and its time-lapse change, from seismic data recorded at SMNH01 station of KIK-net using seismic interferometry. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*. **38**, 128-137.
- Todorovska, M.I. y Mohammadtaghi, R. (2009). Earthquake Damage Detection in Building and Early Warning Based on Wave Travel Times. *Proceedings of 2009 NSF Engineering Research and Innovation Conference, Honolulu, Hawaii*
- Todorovska, M.I. y Mohammad, R. (2012). System identification of building by wave travel time analysis and layered shear beam models-Spatial resolution and accuracy. *Structural Control and Health Monitoring*.
- Stein, S. y Wysession, M. (2003). *An Introduction to Seismology, Earthquakes, and Earth Structure* Blackwell Publishing.
- Pujol, J. (2003). *Elastic Wave Propagation and Generation in Seismology* Cambridge University Press. New York.
- Kausel, E. (2006). *Fundamental Solutions in Elastodynamics* Cambridge University Press. New York.
- Sánchez, F.J. (2012). The dispersion of surface waves on multilayered media. *Apuntes de Elastodinámica, Instituto de Ingeniería, UNAM*.
- Haskell, N.A. (1953). The dispersion of surface waves on multilayered media. *Bulletin of the seismological Society of America*. **43**(1), 17-34.
- Escobar, J.A. (1979). Análisis sísmico de pilas y pilotes. *tesis Profesional. Escuela superior de ingeniería y arquitectura, Instituto Politécnico Nacional*.