

Control Basado en Pasividad para un Sistema de Generación Eólico Conectado a la Red Eléctrica

I. López-García, G. Espinosa-Pérez y V. Cárdenas

Resumen—En este trabajo se plantea el problema de regulación de potencia activa y reactiva entre un Sistema de Generación Eólico basado en un Generador de Inducción de Rotor Devanado y la red eléctrica. Se demuestra con pruebas formales de estabilidad que el control basado en pasividad resuelve adecuadamente el problema a través de la regulación de las potencias en el estator del generador, estableciendo una solución viable desde una perspectiva práctica. La evaluación numérica del controlador se llevó a cabo en MATLAB/Simulink®, donde se muestra que el objetivo de controlar la potencia activa y reactiva que el Sistema de Generación Eólicos despacha hacia la red eléctrica se alcanza de manera notable y bajo condiciones seguras de operación para el generador.

Palabras claves: Sistema de Generación Eólico, Control Basado en Pasividad, Regulación de Potencias, Generador de Inducción de Rotor Devanado, Turbina Eólica.

I. INTRODUCCIÓN

Hoy día, las maneras convencionales para generar la energía eléctrica en el mundo (plantas termoeléctricas y de ciclo combinado) están siendo constantemente evaluadas por los impactos negativos ocasionados al medio ambiente y por el hecho de que la energía primaria que utilizan (petróleo y gas) es más cara cada día y su disponibilidad será escasa en el futuro [1], [2]. Por lo tanto, la generación de la electricidad mediante fuentes de energía renovables es importante y urgente.

En la actualidad, los Sistemas de Generación Eólicos (SGE) son los que han repuntado [3], y de acuerdo con [1] y [4], los que se basan en Generadores de Inducción de Rotor Devanado (GIRD) son los más importantes, ya que pueden operar en rangos de velocidades de viento más amplios y pueden despachar, tanto potencia activa, como reactiva a la red eléctrica. De hecho, según lo reportado en [5] y [6], este tipo de SGE puede ayudar en la estabilidad de las redes eléctricas, si se controla adecuadamente la potencia reactiva. Por eso, es apremiante la búsqueda de nuevas estrategias de control que permitan controlar de manera eficiente el flujo de potencias entre un SGE y la red eléctrica.

Si se toma como base el trabajo de [7], el control vectorial (campo orientado) es la estrategia de control más utilizada para controlar los SGE, las cuales se basan principalmente en la combinación de cancelaciones de términos no lineales

y esquemas lineales con acción proporcional e integral (PI), sintonizados alrededor de un punto de equilibrio [1], [8]-[10]. El problema con estas estrategias de control es que resultan ser sensibles a variaciones paramétricas, requieren de altas ganancias y por lo general, no presentan una prueba formal de estabilidad que sustenten sus resultados [11], [12]. En el control de potencia activa y reactiva para un sistema de generación basado en un GIRD, la estrategia de control reportada en [13] es una de las referencias más importantes, ya que sustentan sus resultados mediante una prueba formal de estabilidad. Sin embargo, la metodología de diseño utilizada y las consideraciones que se hicieron no permiten utilizarla para controlar flujos de potencia entre un SGE y la red eléctrica.

En el área de controladores no lineales, las técnicas más usadas para el control de los SGE son los modos deslizante (*sliding mode*), la linealización por retroalimentación (*feedback linearization*) y el control basado en pasividad [1], [14], siendo esta última la que recientemente ha presentado las estrategias de control más atractivas, desde el punto de vista de simplicidad y de entendimiento físico [15], [16]. Sin embargo, estos trabajos resuelven el problema cuando el SGE opera en su punto máximo de potencia activa, sin la posibilidad de despachar potencia reactiva a la red eléctrica. Respecto a este condición de operación, en [17] se expone que no es recomendable que el SGE trabaje siempre en su punto máximo, ya que el hecho de que sea una fuente de energía no controlada, rompe con el principio básico de mantener la confiabilidad de una red eléctrica a través de una fuente de energía controlada. Por ello, aborda el problema desde la necesidad de regular las potencias (activa y reactiva) entre el SGE y la red eléctrica, a través de un controlador no lineal *feedback/feedforward*. El principal problema son todas las suposiciones que se hacen para el diseño del controlador, y por que no se tiene certeza de si rebasan o no los valores nominales en el rotor del generador.

Desde la problemática expuesta en [17], el proceso de diseño del controlador pasivo reportado en [18] y el planteamiento de la regulación de potencias en el lado del estator del generador presentado en [19], permite ver que es factible aplicar el controlador para resolver el problema de regulación de potencia activa y reactiva entre un SGE y la red eléctrica. Por lo tanto, el propósito de este trabajo es demostrar formalmente que el controlador resuelve el problema, bajo la consideración de que la velocidad del viento es constante a tramos.

El resto del trabajo está organizado de la siguiente manera: en el apartado II se presenta la formulación del

I. López-García labora en UAM-Azcapotzalco, A.P. 02200, México D.F. MEXICO.irvinlopez@yahoo.com.

G. Espinosa-Pérez labora en DEPEFI - UNAM, A.P. 70-256, 04510 México D.F., MEXICO. gerardoe@unam.mx

V. Cárdenas labora en CIEPFI - UASLP, A.P. 62490, San Luis Potosí. vcardena@uaslp.mx

problema, junto con el modelo del GIRD y su análisis de resolubilidad. En III se presenta el controlador pasivo, junto con la prueba formal de estabilidad, y por último, en IV las conclusiones.

II. FORMULACIÓN DEL PROBLEMA

En esta sección se presenta el modelo del GIRD y de la turbina eólica, para luego plantear el problema de control y las condiciones bajo las cuales este se resuelve.

II-A. Modelo del GIRD

Bajo las suposiciones de operación en condiciones balanceadas, de linealidad en el circuito magnético (no saturación), parámetros del generador constantes y fuerza magnetriz libre de armónicos [7], [20], el modelo matemático del GIRD en un marco de referencia $dq\theta$, girando a una velocidad síncrona y alineado con el vector del voltaje del estator, está dado por

$$\begin{aligned}\dot{\Psi}_s &= -\omega_s L_s \mathbf{J} i_s - \omega_s L_{sr} \mathbf{J} i_r - R_s i_s + u_s, & (1) \\ \dot{\Psi}_r &= -(\omega_s - \omega) L_{sr} \mathbf{J} i_s - (\omega_s - \omega) L_r \mathbf{J} i_r \\ &\quad - R_r i_r + u_r, & (2) \\ J \dot{\omega}_r &= L_{sr} i_s^T \mathbf{J} i_r - B \omega + T_m, & (3)\end{aligned}$$

donde

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} = -\mathbf{J}^T,$$

ω_s es la velocidad del marco de referencia, ω es la velocidad mecánica del rotor, $\Psi_s = [\Psi_{sd}, \Psi_{sq}]^T$ y $\Psi_r = [\Psi_{rd}, \Psi_{rq}]^T$ son los encadenamientos de flujo en el estator y rotor, $i_s = [i_{sd}, i_{sq}]^T$ e $i_r = [i_{rd}, i_{rq}]^T$ las corrientes en el estator y rotor, u_s y u_r el voltaje en el estator y rotor, respectivamente. L_s , L_r son las inductancias propias del estator y rotor, L_{sr} es la inductancia mutua, R_s y R_r son las resistencias de los devanados de estator y rotor, respectivamente. J es el momento de inercia, B el coeficiente de fricción y T_m el par mecánico aplicado [18], [19].

II-B. Turbina Eólica

La potencia mecánica que se captura del viento con la turbina eólica se puede representar por [3],

$$P_m = \frac{1}{2} \rho \pi R^2 v^3 C_p(\lambda, \beta) \quad (4)$$

donde v es la velocidad del viento, R es el radio del área de barrido de los álabes de la turbina, ρ es la densidad del aire y C_p es el coeficiente de potencia de la turbina eólica. Este último representa el porcentaje de energía contenida en el viento que es transformada en energía mecánica a través de cualquier turbina eólica. El límite físico para este coeficiente es de 59.26 % y es conocida como el *Límite de Betz* [3]. Explícitamente, para un ángulo de ataque de las

álabes igual a cero ($\beta = 0$), este coeficiente se define de la siguiente manera [21]

$$C_p(\lambda) = \left[\frac{60,042}{\frac{\lambda}{1-0,035\lambda}} - 2,588 \right] e^{\frac{-21}{\frac{\lambda}{1-0,035\lambda}}} + 0,0068\lambda \quad (5)$$

Bajo esta condición, el coeficiente de potencia depende solamente del índice de la velocidad de punta (λ), el cual está definido como [21]

$$\lambda = \frac{\omega R}{v}, \quad (6)$$

Si se despeja ω de (6), se puede establecer el par mecánico entregado por la turbina eólica de la siguiente manera

$$T_m = \frac{1}{2} \rho \pi R^3 v^2 C_q(\lambda), \quad (7)$$

donde

$$C_q = \frac{C_p(\lambda)}{\lambda} \quad (8)$$

Observación 1: De (6) se puede observar que si se fija el ángulo de ataque ($\beta = 0$), cualquier cambio en ω o en v , implica una variación en el coeficiente de potencia de la turbina eólica (C_p), y a su vez, una variación en el par mecánico.

Observación 2: Para las turbinas eólicas comerciales, el valor máximo para C_p está por debajo del *Límite de Betz* y se considera de 0,42 [3].

II-C. Problema de control de potencias

Desde un punto de vista general, el modelo equivalente del GIRD (1)-(3) exhibe una estructura para la potencia activa (P) y reactiva (Q) si se asume que el estator del GIRD está conectado a un bus infinito con una magnitud de voltaje U y frecuencia angular fijada por la red eléctrica (ω_s). Bajo esta perspectiva, las potencias en el estator de la máquina para el marco de referencia $dq\theta$ síncrono, con el voltaje del estator orientado con el eje d , quedan como [13]

$$P_s = \frac{3}{2} U i_{sd}; Q_s = -\frac{3}{2} U i_{sq} \quad (9)$$

Dado que se va a considerar que el SGE se va a representar solamente con el modelo matemático del GIRD y que va a estar conectado directamente a la red eléctrica, la potencia activa en el estator del GIRD no corresponde a la potencia activa que se le está despachando a la red eléctrica. Como ejemplo, en la figura 1 se presenta un esquema donde los dos sistemas están conectados y se muestran los flujos de potencia que se tienen para una condición de operación específica.

Como puede verse en la figura 1, el nodo de conexión del SGE y la red eléctrica define la potencia activa y reactiva que realmente se le está entregando a la red eléctrica. Es

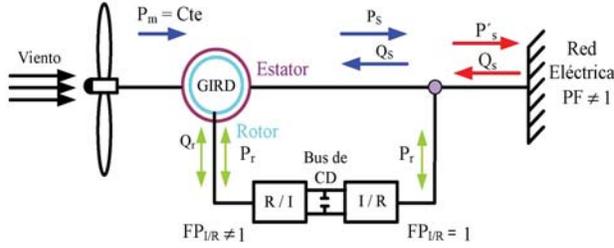


Figura 1. Flujos de potencia: SGE-red eléctrica

claro que estas dependen de las potencias que se despachan desde el estator y rotor del GIRD, así como de las pérdidas por efecto *Joule* en cada uno de los devanados. Es por ello que el planteamiento de la potencia activa deseada que realmente se despacha a la red eléctrica (P_{RE}^*) queda definida de la siguiente manera

$$P_{RE}^* = P_s^* + (\pm P_r^*) - P_{sJ} - P_{rJ}, \quad (10)$$

donde la condición \pm para la potencia activa en el rotor representa el hecho de que el SGE puede entregar o demandar potencia activa desde este lado de la máquina (operación *subsíncrona* y *supersíncrona*) [3]. Los términos P_{sJ} y P_{rJ} representan las pérdidas por efecto *Joule* en el estator ($3i_s^2 R_s$) y rotor ($3i_r^2 R_r$) del GIRD, respectivamente. Del trabajo [25], se sabe que es posible relacionar la potencia activa deseada en el rotor con la potencia activa deseada en el estator de la siguiente manera

$$P_r^* = -sP_s^*, \quad (11)$$

si no se consideran las pérdidas por efectos *Joule*, donde $s = \frac{\omega_s - \omega}{\omega_s}$, y representa el fenómeno de deslizamiento en el generador eléctrico [20].

Bajo esta condición, si se sustituye (11) en (10), es posible replantear la potencia activa deseada que se despacha a la red eléctrica solamente en términos de la potencia activa deseada en el estator y el deslizamiento de la siguiente manera

$$P_{RE}^* = P_s^* \left(1 - \frac{\omega_s - \omega^*}{\omega_s}\right) \quad (12)$$

Es importante reconocer que si no se consideran las pérdidas por efecto *Joule* en los devanados del generador, la potencia activa que se propone despachar a la red eléctrica en (12), no corresponde a la que verdaderamente se está despachando, si no una potencia activa menor. Sin embargo, como primer intento para poder determinar la velocidad mecánica deseada (ω^*), resulta de mucha utilidad no considerarlas, como se verá más adelante.

Tomando en cuenta toda la información presentada y asumiendo que se desea controlar el flujo de potencias entre un SGE y la red eléctrica, la formulación del problema de control de potencias queda planteado como

Considere el modelo del GIRD dado por (1)-(3) y el modelo de la turbina eólica dado en (7). Asuma que

- A.1 La velocidad mecánica y las corrientes del estator y rotor están disponibles para medición.
- A.2 La velocidad del viento es constante a tramos y conocida.
- A.3 La magnitud y frecuencia del voltaje en el estator son conocidas y están fijadas por la red eléctrica.
- A.4 Todos los parámetros del GIRD y la turbina eólica son conocidos.

Bajo estas condiciones, se busca diseñar una ley de control para el voltaje del rotor $u_r = u_r(i_s, i_r, \omega)$ tal que,

$$\lim_{t \rightarrow \infty} P_s = P_s^*; \quad \lim_{t \rightarrow \infty} Q_s = Q_s^*;$$

donde P_s^* y Q_s^* son valores deseados para las potencias en el estator del GIRD, de tal forma que

$$\lim_{t \rightarrow \infty} P_{RE} = P_{RE}^*; \quad \lim_{t \rightarrow \infty} Q_{RE} = Q_{RE}^*;$$

con P_{RE}^* y Q_{RE}^* valores deseados para las potencias eléctrica en la red. Este objetivo debe ser alcanzado garantizando que todas las variables permanezcan acotadas.

Observación 3: La restricción A.1 es razonable porque se tiene acceso tanto al estator, como al rotor del GIRD. A.2 es aceptada prácticamente por la manera en que se realiza la medición de la velocidad del viento a través de un anemómetro y por el hecho de que se puede demostrar que la turbina eólica opera como un filtro paso bajo [24]. A.3 no es una restricción fuerte porque el estator del SGE está conectado directamente a la red eléctrica. A.4 es una restricción importante en el trabajo porque, tanto para el GIRD, como para la turbina eólica, sus parámetros son sensibles a la temperatura normal de operación y a la velocidad del viento, respectivamente.

II-D. Análisis de resolubilidad: SGE-Red Eléctrica

Una vez que la formulación del problema ha sido planteada, es importante hacer un análisis en estado estacionario del sistema para determinar los valores requeridos para las variables de estado para una condición de operación deseada. Desde el punto de vista de estabilidad, este procedimiento corresponde a identificar los diferentes *puntos de equilibrios* del modelo $dq0$ para el punto de equilibrio *asignable*, esto es, aquellos que satisfagan la condición impuesta. Desde la perspectiva de control, identificar este punto tiene la ventaja adicional de establecer el punto de operación deseado al que debe estabilizarse el sistema para tener éxito en la solución del problema de control.

El conjunto de puntos de equilibrio del sistema nominal (GIRD) (1)-(3) está determinado por el conjunto de ecuaciones algebraicas dado por

$$0 = -\omega_s L_s \mathbf{J} i_s^* - \omega_s L_{sr} \mathbf{J} i_r^* - R_s i_s^* + u_s, \quad (13)$$

$$0 = -(\omega_s - \omega^*) L_{sr} \mathbf{J} i_s^* - (\omega_s - \omega^*) L_r \mathbf{J} i_r^* - R_r i_r^* + u_r, \quad (14)$$

$$0 = L_{sr} i_s^{*T} \mathbf{J} i_r^* - B\omega^* + T_m(\omega^*), \quad (15)$$

donde (*) denota los valores de las variables de estado bajo una operación de equilibrio. Nótese que bajo las suposiciones que se hacen en el planteamiento del problema, u_s es constante todo el tiempo, mientras que $T_m(\omega^*)$ lo es a tramos.

El primer punto a tener en cuenta es que, debido a que se va a considerar como entrada de control a u_r , la ecuación (14) siempre se puede satisfacer si se selecciona apropiadamente esta variable. Así, el análisis debe concentrarse en las ecuaciones (13) y (15). Por otra parte, de la ecuación (9) es claro que para un valor prescrito para la potencia activa (P_s^*) y reactiva (Q_s^*), las correspondientes corrientes en el estator están dadas por

$$i_s^* = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \frac{1}{\bar{U}} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{\bar{U}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_s^* \\ Q_s^* \end{bmatrix}, \quad (16)$$

ya que $u_s = [U \ 0]^T$.

Con el valor deseado de las corrientes en el estator, es fácil obtener, de la ecuación (13), el valor deseado de la corriente en el rotor (i_r^*) de la siguiente manera

$$i_r^* = \frac{\mathbf{J}^T}{\omega_s L_{sr}} [u_s - (\omega_s L_s \mathbf{J} + R_s \mathbf{I}_2) i_s^*], \quad (17)$$

donde se utiliza el hecho de que $\mathbf{J}^T \mathbf{J} = \mathbf{I}_2$.

El paso final tiene que ver con la definición de la velocidad mecánica del rotor (ω), la cual se obtiene de la sustitución de la ecuación (17) en (15), obteniendo

$$\begin{aligned} \omega^* &= \frac{1}{B\omega_s} i_s^{*T} \mathbf{J} [-(\omega_s \mathbf{I}_2 + R_s \mathbf{J}^T) i_s^* + \mathbf{J}^T u_s] + \frac{T_m(\omega^*)}{B} \\ &= \frac{1}{B\omega_s} [P_s^* - R_s \|i_s^*\|^2] + \frac{T_m(\omega^*)}{B}, \end{aligned} \quad (18)$$

ya que $\mathbf{J}\mathbf{J} = -\mathbf{I}_2$ e $\|i_s^*\|^2 = i_s^{*T} i_s^*$, donde, $\|\cdot\|$ denota la norma Euclidiana.

Es importante hacer notar que si se sustituye $\|i_s^*\|^2$ en (18), la cual está definida explícitamente por

$$\|i_s^*\|^2 = \frac{4}{9U^2} [P_s^{*2} + Q_s^{*2}],$$

se obtiene una ecuación para P_s^* y Q_s^* dada por

$$\begin{aligned} P_s^{*2} \left(\frac{4R_s}{9\omega_s u_{sd}^2 B_r} \right) - P_s^* \left(\frac{2}{3B_r \omega_s} \right) + \\ \left(\frac{4R_s}{9\omega_s u_{sd}^2 B_r} Q_s^{*2} - \frac{T_m(\omega^*)}{B_r} + \omega^* \right) = 0, \end{aligned} \quad (19)$$

En la ecuación (19) es donde se ve precisamente la utilidad de no considerar las pérdidas por efecto *Joule* en el generador, ya que a través del despeje de P_s^* de (12) y de la sustitución de esta potencia en (19), se puede plantear la siguiente ecuación

$$\begin{aligned} \left(\frac{2P_{RE}^{*2}}{3B} \right) \left(\frac{1}{\omega^*} \right) - \left(\frac{4R_s P_{RE}^* \omega_s}{9B u_{sd}^2} \right) \left(\frac{1}{\omega^{*2}} \right) - \\ \left(\frac{4R_s}{9B \omega_s u_{sd}^2} \right) (Q_{RE}^*)^2 + \frac{1}{B_r} T_m(\omega^*) - \omega^* = 0, \end{aligned} \quad (20)$$

la cual se puede resolver para la velocidad mecánica deseada, si se conoce la velocidad del viento. Después, a través de (12) se puede obtener P_s , para posteriormente con (16) y (17) se puedan determinar las corrientes necesarias en el GIRD para la regulación de las potencias (P_{RE}^* , Q_{RE}^*) en la red eléctrica. Posterior a la determinación de las corrientes en el generador, es posible determinar las pérdidas por efecto *Joule* en el generador, con la cual se podrá corregir P_{RE}^* , y con ello determinar de manera más cercana la potencia activa que realmente se está despachando a la red eléctrica.

Para el caso de la potencia reactiva en la red eléctrica, nótese que si el convertidor de potencia que está conectado directamente a la red eléctrica en el rotor del GIRD opera a un factor de potencia unitario ($FP = 1,0$), la potencia reactiva en el estator del generador es directamente la potencia reactiva que se despachará a la red eléctrica (ver figura 1). También es importante decir que esta condición de operación para el convertidor de potencia es usual para este tipo de SGE [4], [3], [17].

Desde el punto de vista matemático, (16), (17) y (20) establecen claramente la condición que deben satisfacerse para lograr las potencias impuestas en la red eléctrica, cuando se desprecian las pérdidas por efecto *joules* en el estator y rotor del GIRD. Sin embargo, es importante analizar la ecuación (20), la cual muestra la relación que existe entre la velocidad mecánica deseada con las potencias establecidas en la red eléctrica, por la acción de la turbina eólica ($T_m(\omega^*)$). Por lo tanto, desde un punto de vista práctico se tienen las siguientes condiciones que se deben tomar en cuenta para resolver el problema de control.

C.1 Si se imponen las potencias en la red eléctrica y se considera que el par mecánico es constante, esto es, $T_m(\omega) = T_m = cte$, bastará con resolver de manera secuencial (20), (16) y (17) para obtener las condiciones adecuadas para las variables de estado que cumplan con las condiciones impuestas. Desde una perspectiva práctica, es importante cuidar que las condiciones de potencias que se impongan en estator y rotor respeten las condiciones nominales de diseño de la máquina. Esta restricción está relacionada también con el tamaño del convertidor de potencia requerido para operar el GIRD. Esta situación corresponde a la estudiada en [19].

C.2 Si se considera que el par mecánico es proporcionado por una turbina eólica ($T_m(\omega)$) y que la velocidad del viento es conocida y constante a tramos, se tienen dos posibles condiciones de operación.

C.2.1 La primera es cuando se imponen las potencias en la red eléctrica en (20). En este caso, lo que se tiene es una ecuación trascendental que deberá resolverse para la velocidad mecánica deseada para cada velocidad del viento. La naturaleza trascendental de (20) se debe al coeficiente de potencia de la turbina eólica (ver ecuación (5)). Es importante reconocer que en esta condición de operación, la turbina eólica no trabaja en su punto máximo de operación [3].

C.2.2 La segunda condición es cuando se impone que la turbina eólica trabaje en su punto máximo de potencia. En esta condición, se fija la velocidad mecánica a su valor máximo, definida por el valor óptimo de λ (ver ecuación (6)), la cual fija a su vez la potencia activa máxima en la red eléctrica. Para este caso, el par mecánico es máximo y constante a tramos si se fija la potencia reactiva que se quiera despachar a la red eléctrica (Q_{RE}^*). Esta última condición es posible porque la potencia reactiva está desacoplada totalmente de la potencia activa y aparece como un grado de libertad en (20) [24].

III. CONTROLADOR BASADO EN PASIVIDAD

Con base en los resultados reportados en [18] y [19], el controlador pasivo para el control de potencias entre un SGE y la red eléctrica se plantea tomando como base las propiedades de estabilidad del controlador desarrollado en [18] cuando $T_m = cte$, el cual se llamará *sistema nominal*, y se considera la dinámica de la turbina eólica como una perturbación acotada y no desvaneciente en el equilibrio para dicho sistema. Bajo esta condición, se tiene que la derivada a lo largo de la trayectoria del *sistema nominal* queda afectada por un término que depende de la perturbación debida a la dinámica de la turbina eólica.

Por lo tanto, la idea principal es explotar el hecho de que el *sistema nominal* es Global y Exponencialmente Estable (GEE), desde el punto de vista de estabilidad de puntos de equilibrio, y extender el resultado para el caso cuando se está perturbando al *sistema nominal* a través del par mecánico entregado por la turbina eólica.

Para este problema, se presenta el siguiente resultado,

Resultado: Considere el modelo del GIRD (1)-(3) y asuma que se mantienen **A.1-A.4**.

Sea la entrada de control del rotor dado como [18]

$$\begin{aligned} u_r = & (\omega_s - \omega)\mathbf{J}(L_{sr}\dot{i}_s + L_r\dot{i}_r) + R_r\dot{i}_r + \\ & p_s F_{21}(L_s e_s + L_{sr}e_r) + p_r F_{22}(L_{sr}e_s + L_r e_r) + \\ & J p_m F_{23} e_m, \end{aligned} \quad (21)$$

donde

$$\begin{aligned} F_{21} = & -\frac{L_{sr}R_s}{\mu_r p_r} \mathbf{I}_2, \quad F_{22} = -\frac{k_r}{2p_r} \mathbf{I}_2 \quad y \\ F_{23} = & \frac{L_{sr}}{\mu_r} \mathbf{J}^T (L_s \dot{i}_s + L_{sr} \dot{i}_r), \end{aligned}$$

mientras que $k_r > 0$, $p_r > 0$, $p_m > 0$ y

$$p_s > \left(\frac{J L_{sr}^2}{4B\mu_r L_r} \|\Psi_r^*\|^2 \right) p_m$$

Bajo estas condiciones se cumple que

$$\|e\| \geq \frac{p_m J}{\|P_d\| \theta \lambda_{\min}\{P_d[F_d + F_d^T]P_d\}} \underbrace{\|T_m(\omega) - T_m^*(\omega^*)\|}_{\tilde{T}_m}, \quad (22)$$

donde $0 < \theta < 1$, J es el momento de inercia y

$$P_d = \begin{bmatrix} p_s \mathbf{I} & 0 & 0 \\ 0 & p_r \mathbf{I} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

con p_s , p_r y p_m como constantes positivos, donde

$$\mathbf{I} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

con lo cual se asegura que el sistema perturbado es estable fuera de una bola de radio $\|\tilde{T}_m\|$.

Prueba: Sustituyendo la ley de control (21) en el modelo nominal [18], se obtiene

$$\begin{aligned} -\left(\frac{\partial H_d(e)}{\partial e}\right)^T (F_d + F_d^T) \left(\frac{\partial H_d(e)}{\partial e}\right) \leq \\ -\lambda_{\min}\{P_d[F_d + F_d^T]P_d\} \|e\|^2, \end{aligned} \quad (23)$$

Si se define a H_d como

$$H_d = \frac{1}{2} e^T P_d e \quad (24)$$

Con esta afirmación, se tiene que

$$\begin{aligned} \dot{H}_d(e) = & \left[\frac{\partial H_d(e)}{\partial e}\right]^T [F_d - F_d^T] \left[\frac{\partial H_d(e)}{\partial e}\right] + \\ & p_m J_m \left[\frac{\partial H_d(e)}{\partial e}\right]^T \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \tilde{T}_m \end{bmatrix} \\ \leq & -\lambda_{\min}\{P_d[F_d + F_d^T]P_d\} \|e\|^2 + p_m J \|P_d\| \|e\| \|\tilde{T}_m\| \\ = & -(1 - \theta) \lambda_{\min}\{P_d[F_d + F_d^T]P_d\} \|e\|^2 - \\ & \theta \lambda_{\min}\{P_d[F_d + F_d^T]P_d\} \|e\|^2 + p_m J \|P_d\| \|e\| \|\tilde{T}_m\|, \end{aligned}$$

por lo que $\dot{H}_d(e) \leq 0$ si

$$-\theta \lambda_{\min}\{P_d[F_d + F_d^T]P_d\} \|e\|^2 + p_m J \|P_d\| \|e\| \|\tilde{T}_m\| \leq 0,$$

la cual lleva a la siguiente restricción

$$\|e\| \geq \frac{p_m J}{\|P_d\| \theta \lambda_{\min}\{P_d[F_d + F_d^T]P_d\}} \|\tilde{T}_m\|,$$

La prueba finaliza utilizando argumentos estándares para sistemas perturbados [14].

Observación 4: La importancia de este resultado se debe a que prueba formalmente que las propiedades de estabilidad del controlador pasivo reportado en [18] sirven como base para demostrar formalmente que el controlador pasivo puede ser aplicado directamente en el control de flujos de potencia entre un SGE basado en GIRD y la red eléctrica, con la condición de que sólo se puede probar propiedades de estabilidad fuera de una bola de radio \tilde{T}_m (estabilidad práctica).

Observación 5: La implicación de considerar la velocidad del viento constante a tramos en este resultado impacta directamente en la convergencia de los estados del sistema en lazo cerrado, ya que la perturbación bajo esta condición se mantiene constante más tiempo, permitiendo que la acción del controlador sea más eficiente.

IV. EVALUACIÓN DEL CONTROLADOR

Debido a que sólo se pudo probar propiedades de estabilidad práctica con el controlador pasivo en lazo cerrado para la regulación de potencias entre un SGE y la red eléctrica, en esta sección se ilustra mediante una evaluación numérica las características de estabilidad (convergencia) exhibida por la ley de control para esta tarea, donde se observa que el objetivo de control se alcanzan de manera notable, y bajo condiciones seguras de operación para el generador. Se consideran las siguientes potencias de despacho a la red eléctrica: $\mathcal{P}_{RE}^* = -1000W$ y $\mathcal{Q}_{RE}^* = 200VAR$. Los siguientes parámetros del GIRD: $R_s = 4,92\Omega$, $R_r = 4,92\Omega$, $L_s = 0,725H$, $L_r = 0,715H$, $L_{sr} = 0,71H$, $J = 0,00512kg.m^2$ y $B = 0,005 \frac{N.m}{rad}$, voltaje nominal por fase en estator y rotor de $\frac{380}{\sqrt{3}}V$ y $2,66A$ y $2,2A$ por fase en estator y rotor, respectivamente. Para el caso de la turbina eólica, se propuso parametrizarla de tal manera que su operación sea segura para el GIRD: $R = 0,8m$, $\rho = 1,225 \frac{kg}{m^3}$, $A = 2,01m^2$. El perfil de viento se muestra en la figura 2, donde se puede ver que se proponen cambios de magnitud que van de 15 a $25 \frac{m}{s}$ en intervalos de tiempo menores a $2s$, con las cuales se tienen magnitudes de par mecánico seguros para el GIRD.

De acuerdo con el perfil de viento, para despachar las potencias impuestas a la red eléctrica, el SGE va a operar a diferentes ω^* . Para obtenerlas, es necesario resolver la ecuación (20) para cada magnitud de la velocidad de viento. Debido a que es una ecuación trascendental, podrá resolverse únicamente mediante métodos numéricos. Para ello, la función *solve* de MATLAB® resulta ser una herramienta adecuada. Posterior a resolver (20), con las velocidades

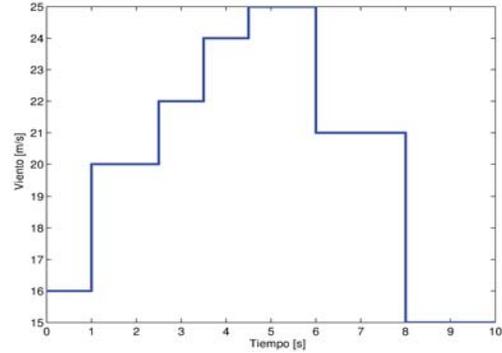


Figura 2. Perfil de la velocidad del viento

mecánicas obtenidas, se puede calcular el par mecánico y las potencias necesarias en el estator y rotor del GIRD.

Antes de definir las condiciones mecánicas y eléctricas derivadas de la solución de (20), es importante hacer notar que existen dos velocidades mecánicas que satisfacen a esta ecuación para cada velocidad de viento. Esta condición se debe a la forma de la curva del coeficiente de potencia de la turbina eólica mostrada en la figura 3, en la cual es claro que si la turbina eólica opera en un punto diferente al máximo, se tienen dos valores para λ , la cual corresponde a dos velocidades mecánicas (ver ecuación (6)), donde una será mucho menor a la otra, si se toma como referencia la velocidad mecánica máxima.

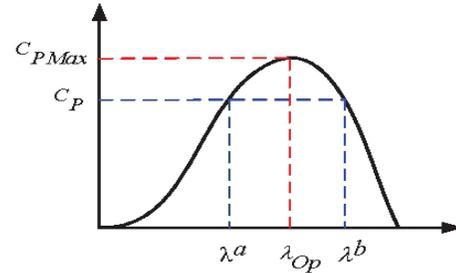


Figura 3. Curva del coeficiente de potencia de una turbina eólica

Debido al fenómeno descrito en la figura 3, es importante definir cuál deberá ser la velocidad mecánica de operación. Para ello, de las ecuaciones que obtuvieron del análisis de resolubilidad, es claro que mientras mayor sea la velocidad mecánica del SGE, menor serán las potencias que se despachen en el estator y rotor del generador. El único inconveniente es que las pérdidas mecánicas incrementarán de manera cuadrática. Pero, si se considera que lo deseable es tener condiciones seguras de operación para el GIRD, la velocidad mecánica a escoger será el que sea mayor de las dos soluciones de (20). Tomando como solución a esta velocidad mecánica, en la Tabla I se resumen las condiciones eléctricas y mecánicas necesarias para alcanzar el objetivo de control.

Para el controlador, se usaron las siguientes ganancias

TABLA I
DIFERENTES CONDICIONES DE OPERACIÓN PARA EL GIRD

Viento [$\frac{m}{s}$]	ω^* [$\frac{rad}{s}$]	C_p	λ [rad]	T_m [N-m]	P_s^* [W]	P_r^* [W]	s
16	240.02	0.195	12.001	4.104	-1308.9	308.9	0.2360
20	314.16	0.120	12.56	3.768	-999.98	-0.020	-0.00002
22	349.74	0.099	12.71	3.716	-898.24	-101.757	-0.1133
24	384.804	0.083	12.86	3.707	-816.41	-183.587	-0.2248
25	402.190	0.077	12.87	3.715	-781.1	-218.878	-0.2796
21	332.037	0.108	12.64	3.735	-946.2	-53.842	-0.0569
15	220.313	0.189	11.75	4.277	-1426.0	426.0	0.2987

de sintonización: $k_s = 1000$, $k_r = 100$ y $k_m = 0,01$, las cuales respetan las restricciones de diseño que asegura la propiedad de estabilidad global y exponencial en lazo cerrado del sistema nominal (sistema no perturbado). En la Figura 4 se muestran las velocidades mecánicas y el par mecánico deseado.

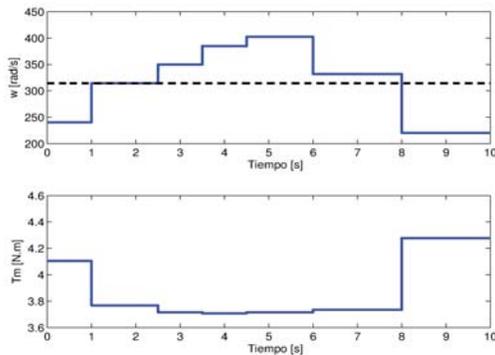


Figura 4. Velocidad mecánica deseada y par mecánico deseado

La línea punteada en la figura 4 corresponde a la velocidad síncrona ($314,16 \frac{rad}{s}$) y la intención de especificarla en la figura es para enfatizar que el SGE requiere de operar, tanto en condiciones *subsíncrona*, como *supersíncrona* para alcanzar las potencias especificadas en la red eléctrica para el perfil de la velocidad viento considerado. En la figura 5 se presentan las potencias en la red eléctrica, donde no se alcanzan a ver los efectos de los cambios de magnitud del viento en la convergencia por el transitorio tan grande que se presenta al momento de arrancar el SGE en lazo cerrado.

Es importante reconocer que el problema del transitorio se debe a la condición tan drástica que se consideró para las condiciones iniciales de las variables de estado del sistema, la cual fue cero. Para el caso de la velocidad mecánica, en la figura 6 se muestra la convergencia se tiene, la cual se puede observar que es aceptable, considerando los intervalos de tiempo que se tienen para el perfil de la velocidad del viento considerado.

En la figura 7 se presentan las potencias que se despachan en el estator del GIRD, donde se puede observar que todo el tiempo se está entregando potencia activa y demandando potencia reactiva a la red eléctrica, ya que estas potencias están fijadas por las potencias impuestas en la red eléctrica.

Por el contrario, se puede apreciar en la figura 8 que

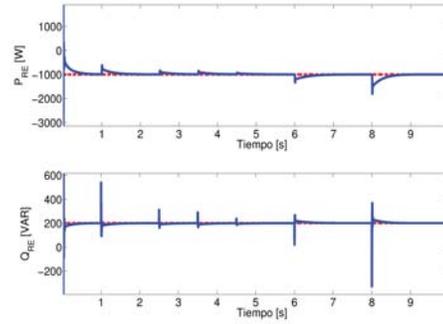


Figura 5. Potencias que se despachan a la red eléctrica

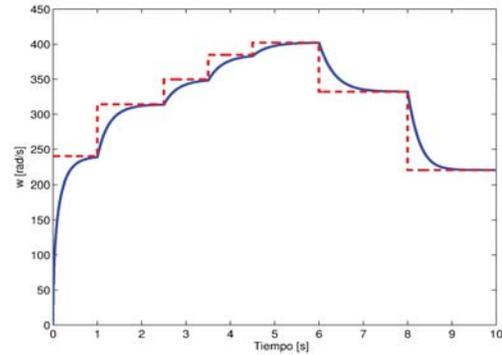


Figura 6. Velocidad mecánica

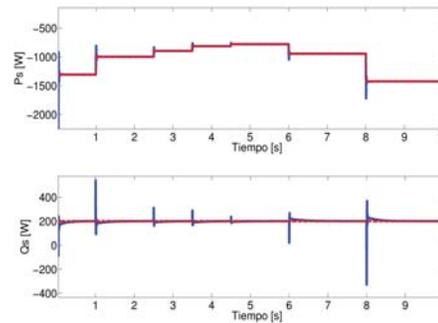


Figura 7. Potencias en el estator del GIRD

la potencia activa y reactiva en el rotor requieren cambiar de signo para alcanzar las potencias impuestas en la red eléctrica. Es importante aclarar que la potencia reactiva que se despacha en el rotor del GIRD no viene de la red eléctrica y que es generada por el convertidor de potencia conectado directamente al rotor. Por lo tanto, desde el rotor sólo se puede despachar potencia activa hacia la red eléctrica.

Respecto a los voltaje y corriente en el estator y rotor del generador, es importante hacer notar que para este experimento no exceden sus valores nominales. Para el voltaje en estator no hay problema porque es fijado por la red eléctrica.

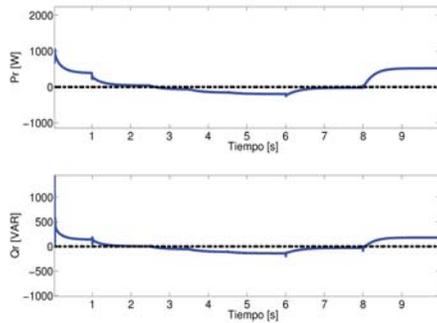


Figura 8. Potencias en el rotor del GIRD

Para el caso del voltaje en el rotor, después del transitorio, el valor máximo que alcanza es de $80V_{rms}$. Para el caso de las corrientes en el estator y rotor después del transitorio, se tuvo como máximo $2,0A_{rms}$, permitiendo inferir que se puede llevar a cabo esta evaluación experimentalmente de una manera segura para el GIRD.

V. CONCLUSIONES

En este trabajo, como primera contribución se presenta una discusión, desde un punto de vista matemático, sobre el balance de potencia que se tiene entre un SGE y la red eléctrica. La idea principal fue establecer las condiciones que se deben tomar en cuenta para resolver los problemas de control cuando estos dos sistemas están conectadas. El resultado más importante fue demostrar el desacople entre la potencia activa y reactiva que se despacha a la red eléctrica. Respecto al objetivo de control planteado en este trabajo, la contribución principal tiene que ver con la demostración formal de que un controlador pasivo, previamente diseñado, puede aplicarse para resolver el problema de regulación de potencia entre un SGE y la red eléctrica, asegurando sólo propiedades de estabilidad alrededor de una vecindad del punto de equilibrio (estabilidad práctica). Sin embargo, a pesar de no poder demostrar teóricamente que el objetivo de control se cumple, la evaluación numérica del controlador muestra que el objetivo de control si se cumple, siendo mejor su convergencia cuando se mantiene constante por más tiempo la velocidad de viento.

REFERENCIAS

- [1] R. Cárdenas, R. Peña and S. Alepuz *Overview of Control Systems for the Operation of DFIGs in wind Energy Applications*. IEEE Transactions on Industrial Electronics. Vol. 60, No. 7, pp. 2776-2796, July 2013
- [2] R. Ramakumar, J. C. Sloopweg and L. Wozniak, *Guest editorial introduction to the special issue on wind power*, IEEE Transactions on Energy Conversion, Vol. 22, No. 1, pp. 1-3, 2007.
- [3] Patel M. R. *Guest Editorial: Wind and solar power systems: design, analysis, and operation*. CRC, 2006.
- [4] Datta, R. and Ranganathan, V. T. *Variable-Speed Wind Power Generation Using Doubly Fed Wound Rotor Induction Machine-A Comparison With Alternative Schemes*. IEEE Transactions on energy conversion, Vol. 17, No.3, pp. 414-421, September 2002.

- [5] Konopinski R., Vijayan P. and Ajarapu V. *Extended Reactive Capability of DFIG Wind Parks for Enhanced System Performance*. IEEE Transactions on power systems, Vol. 24, No.3, pp. 1346-1354, August 2009.
- [6] Engelhardt S., Erlich I., Feltes C., Kretschmann J. and Shewarega F. *Reactive Power Capability of Wind Turbines Based on Doubly Fed Induction Generators*. IEEE Transactions on energy conversion, Vol. 26, No.1, pp. 364-372, March 2011.
- [7] Leonhard, W. *Control of electric drives*. Berlin-Germany: Springer, 1995.
- [8] Pena R., Clare J. and Asher G. *Doubly fed induction generator using back-to-back PWM converters and its application to variable-speed wind-energy generation*. Inst. Elect. Eng. Proc. Elect. Power Appl. Vol. 143, No. 3, pp. 231-241, May 1996.
- [9] Pena R., Cárdenas R., Escobar E., Clare J and Wheeler P. *Control strategy for a doubly-fed induction generator feeding and unbalanced grid or stand-alone load*. Elsevier-Electric Power Systems Research. Vol. 79, pp. 355-364, 2009.
- [10] Hu J. and He Y. *Modeling and enhanced control of DFIG under unbalanced grid voltage conditions*. Elsevier-Electric Power Systems Research. Vol. 79, pp. 273-281, 2009.
- [11] Barros L. S., Mota W. S., and Moura D. F. *Matrix method two linearization and state space representation of power systems containing doubly fed induction machines operating as wind generators*. IEEE/PES Trans. Distrib. Conf. Expo: Latin America, pp. 1-6, August 2006.
- [12] Marinescu B. *A robust coordinated control of the doubly-fed induction machine for wind turbines: A state-space based approach*. In proc. Amer. Control Conf. Vol. 1, pp. 174-179, June 2004.
- [13] Peresada, S., Tili, A., Tonielli, A. *Power control of a doubly fed induction machine via output feedback*. Control Engineering Practice, Vol. 12, No. 1, pp. 41-57, 2004.
- [14] Khalil H. K. *Nonlinear Systems*. Prentice Hall, 2002.
- [15] Monroy A., Alvarez I. L. and Espinosa P. G. *Passivity based control for variable speed constant frequency operation of a DFIG wind turbine*. International Journal of control, Vol. 81, No. 9, pp. 1399-1407, September 2008.
- [16] Song H. and Qu Y. *Energy-based modelling and control of wind energy conversion systems with DFIG*. International Journal of control, Vol. 84, No. 2, pp. 281-292, February 2011.
- [17] Tang C., Guo Y. and Jiang J. *Nonlinear Dual-mode Control of Variable-Speed Wind Turbines With Doubly Fed Induction Generators*. IEEE Transaction on control systems technology, Vol. 19, No. 4, pp. 774-756, 2004, July 2011.
- [18] Battle, C., Doria C. A., Espinosa P. G., and Ortega R. *Simultaneous Interconnection and Damping Assignment Passivity-Based Control: The induction Machine Case Study*. International Journal of control. Vol. 82, pp. 241-255, 2009.
- [19] López-García, I., Espinosa-Pérez, G., Siguerdidjane H., and Dòria-Cerezo A. *On the passivity-based power control of doubly-fed induction machine*. International Journal of Electrical Power and Energy Systems. Vol. 45, pp. 303-312, 2013.
- [20] Krause, C. P., Wasynczuk O., Sudhoff, D. S. *Analysis of electric machinery and drive system*. IEEE Press Power Engineering Series, Second Edition, 2002.
- [21] Heier S. *Grid Integration of Wind Energy Conversion Systems*. Wiley, 1998.
- [22] Kundur P. *Power System Stability and Control* McGraw-Hill, 1994.
- [23] Kazmierkowski, M. P., Krishan, R., and Blaabjerg, F. *Control in power electronics (Selected Problems)*. Academic Press (An Imprint of elsevier Science), 2002.
- [24] López-García I. *Control Basado en Pasividad de Generadores de Inducción con rotor Devanado*. Tesis de Doctorado en Ingeniería Eléctrica. Program de Maestría y Doctorado en Ingeniería de UNAM. 2012.
- [25] Santos-Martin D., Arnaltes S., and Rodriguez-Amenedo J. *Reactive power capability of doubly fed asynchronous generators*. Electric Power Systems Research. Vol. 78, pp. 1837-1840, 2008.