

# Control de Velocidad para el Motor de Reluctancia Conmutada con Par de Carga Desconocido

A. De La Guerra, Alejandro Gutiérrez–Giles, Marco A. Arteaga, P. Maya–Ortiz  
Facultad de Ingeniería-UNAM  
Coyoacán DF 04510, México  
icxiuhguerra@gmail.com.mx  
Teléfono: (52)-55-56223025

**Resumen**—En este artículo se presenta un controlador de velocidad para el Motor de Reluctancia Conmutada (MRC) para el que no se requiere medición de velocidad. Este controlador está basado en los observadores Proporcionales Integrales Generalizados (GPI). Además de reconstruir las variables de fase del sistema, estima y compensa el par de carga sobre la flecha del rotor. Se incluyen simulaciones numéricas del lazo cerrado para seguimiento de velocidad que muestran el buen desempeño del esquema con par de carga variable.

**Palabras clave:** Motor de Reluctancia Conmutada, Control de sistemas electromecánicos, Rechazo activo de perturbaciones.

## I. INTRODUCCIÓN

El MRC es de construcción sencilla sólo tiene devanados en el estator, diseñados para ser eléctrica y magnéticamente independientes entre sí. El estator y el rotor son de polos salientes para maximizar la diferencia entre la inductancia mínima y máxima, lo que hace mayor la producción de par. Otra ventaja importante radica en que no se requiere conmutador mecánico. Estas características lo convierten en una opción económica, altamente confiable y apta para aplicaciones de velocidad variable.

El seguimiento de velocidad del eje de rotor del MRC ha motivado la implementación de gran variedad de técnicas de control. Entre los resultados clásicos se encuentran el control por linealización exacta (Ilic'-Spong *et al.*, 1987), el controlador de estructura variable (Buja *et al.*, 1993), un controlador basado en PWM (Husain y Ehsani, 1996), basado en pasividad (Espinosa-Perez *et al.*, 2000), (Espinosa-Pérez *et al.*, 2004) y control por *backstepping* (Alrifai *et al.*, 2000), entre otros. Sin embargo, estos trabajos no están diseñados para lidiar con cambios drásticos de los parámetros o con par de carga desconocido. En este sentido, en los últimos años se han propuesto esquemas robustos como el control por modos deslizantes de segundo orden (Rain *et al.*, 2010), el control PI de ganancias programadas (Hannoun *et al.*, 2011) (donde se compensa la variación del término de fuerza contraelectromotriz), el control tipo PID (Loria *et al.*, 2012) (donde se asegura

la compensación de par de carga constante a velocidad constante).

En los artículos mencionados se supone que el estado está disponible para su medición suposición que no es realista en la práctica. En el caso de la medición de velocidad una práctica recurrente es usar un diferenciador numérico de la posición medida.

En respuesta a estas demandas se propone un esquema en cascada basado en observadores GPI (Sira-Ramirez *et al.*, 2010). Los observadores GPI se han utilizado recientemente para controlar sistemas no lineales de una forma sencilla y con excelentes resultados (Ramirez-Neria *et al.*, 2012) (Zurita-Bustamante *et al.*, 2011) (Ramírez *et al.*, 2013). En este trabajo se propone utilizar dos lazos de control basados en observadores GPI: en el lazo externo se estiman los términos de fricción, perturbaciones externas y par de carga como una sola señal dependiente del tiempo a la vez que se estima la velocidad angular. En el lazo interno se estiman los términos de fuerza contraelectromotriz y disipación resistiva como otra señal en el tiempo. Este esquema pretende ser robusto ante perturbaciones (fuerza contraelectromotriz, par de carga, etc.), con la ventaja adicional de eliminar el uso de un sensor o un diferenciador numérico para obtener la velocidad angular.

## II. FUNCIONAMIENTO Y MODELO MATEMÁTICO

Para generar movimiento continuo de la flecha del rotor deben conmutarse adecuadamente las fases del estator, dado que el par neto producido en el rotor es la suma de las contribuciones de par debidas a la aplicación de corriente en cada fase. Se debe conocer la posición del eje del rotor para determinar los tiempos de conmutación de las fases.

Se utilizará el modelo matemático de señal pequeña del MRC que se desprende de la siguientes consideraciones (Miller, 2001), (Ramu, 2001):

- C.1 Se desprecian las inductancias mutuas entre devanados del estator i.e., las fases están desacopladas magnética y eléctricamente.
- C.2 Se considera que los encadenamientos de flujo dependen sólo de la posición angular, no de la

corriente (i.e., no se considera la operación en la región de saturación magnética).

C.3 Las inductancias, para cada fase  $j$ , se definen usando la siguiente expresión:

$$L_j(\theta) = l_0 - l_1 \cos\left(N_r \theta - (j-1)\frac{2\pi}{3}\right), \quad (1)$$

donde  $j = 1, 2, 3$ ,  $\theta \in \mathbb{R}$  es la posición angular,  $N_r$  es el número de polos del rotor y  $l_0, l_1$ , con  $l_0 > l_1$ , son constantes positivas.

Tomando en cuenta lo anterior, el modelo matemático en variables de estado para un Motor de Reluctancia Conmutada (MRC) de tres fases, considerando el par de carga es

$$\frac{d\mathbf{i}}{dt} = \mathbf{D}^{-1}(\theta)\mathbf{u} + \mathbf{D}^{-1}(\theta)(-\omega\mathbf{C}(\theta)\mathbf{i} - \mathbf{R}\mathbf{i}) \quad (2)$$

$$\dot{\theta} = \omega \quad (3)$$

$$\dot{\omega} = \frac{1}{2J}\mathbf{i}^T\mathbf{C}(\theta)\mathbf{i} - \frac{d}{J}\omega - \frac{1}{J}\tau_L(t), \quad (4)$$

donde  $\mathbf{i} \in \mathbb{R}^3$  es el vector de corrientes de fase,  $\mathbf{u} \in \mathbb{R}^3$  es el vector de voltajes de entrada,  $\omega \in \mathbb{R}$  es la velocidad angular de la flecha del rotor,  $\mathbf{R} \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$  es la matriz diagonal de resistencias de los devanados del estator,  $\mathbf{D}(\theta) = \text{diag}(L_1(\theta), L_2(\theta), L_3(\theta))$  es la matriz de inductancias de los devanados del estator,  $\tau_L(t) \in \mathbb{R}$  es el par de carga,  $J$  es el momento de inercia de la flecha del rotor y  $d$  es el coeficiente de fricción viscosa. La matriz  $\mathbf{C}(\theta) \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$  está dada por

$$\mathbf{C}(\theta) = \frac{\partial \mathbf{D}(\theta)}{\partial \theta}. \quad (5)$$

### III. ESQUEMA DE CONTROL

La estructura del controlador en cascada se muestra en la Figura 1. El lazo externo se encarga de calcular el par deseado  $\tau_d$  y las funciones de par compartido (Taylor, 1992) son utilizadas para calcular las corrientes deseadas  $i_d$  a partir de  $\tau_d$ . Finalmente la ley de control  $\mathbf{u}$  se calcula a partir de las corrientes deseadas  $i_d$ .

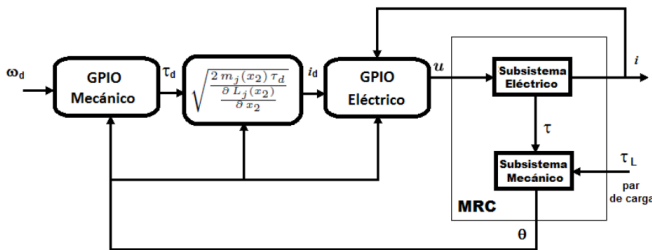


Figura 1: Esquema de control

Si se define el vector de estados

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{i} \\ \theta \\ \omega \end{bmatrix}, \quad (6)$$

entonces las ecuaciones (2)–(4) pueden reescribirse como

$$\dot{x}_1 = \mathbf{D}^{-1}(x_2)\mathbf{u} + \mathbf{D}^{-1}(x_2)(-x_3\mathbf{C}(x_2)\mathbf{x}_1 - \mathbf{R}\mathbf{x}_1) \quad (7)$$

$$\dot{x}_2 = x_3 \quad (8)$$

$$\dot{x}_3 = \frac{1}{2J}\mathbf{x}_1^T\mathbf{C}(x_2)\mathbf{x}_1 - \frac{d}{J}x_3 + \frac{1}{J}\tau_L(t). \quad (9)$$

El error de seguimiento de corrientes se define como  $\mathbf{e}_1 = \mathbf{x}_1 - \mathbf{x}_{1d}$  y utilizando (7) se obtiene la dinámica del error

$$\dot{\mathbf{e}}_1 = \mathbf{D}^{-1}(x_2)\mathbf{u} + \mathbf{w}_1(t), \quad (10)$$

donde

$$\mathbf{w}_1(t) = \mathbf{D}^{-1}(x_2)(-x_3\mathbf{C}(x_2)\mathbf{x}_1 - \mathbf{R}\mathbf{x}_1) - \dot{\mathbf{x}}_{1d}. \quad (11)$$

Se propone un modelo interno de  $\mathbf{w}_1(t)$  como un vector de polinomios de Taylor de grado fijo más un vector de términos residuales (como se estableció por primera vez en (Sira-Ramirez *et al.*, 2010)) para el que se pide satisfacer las siguientes suposiciones:

*Suposición 1:* Las componentes de  $\mathbf{w}_1(t)$  y sus  $q$  primeras derivadas son absoluta y uniformemente acotadas para toda trayectoria del sistema.  $\triangle$

*Suposición 2:*  $\mathbf{w}_1(t)$  puede modelarse mediante un polinomio de Taylor de grado fijo ( $q-1$ ) más un término residual, i.e.,

$$\mathbf{w}_{1j}(t) = \sum_{i=0}^{q-1} \mathbf{a}_i t^i + \mathbf{v}(t) \quad j = 1, 2, 3,$$

con  $\mathbf{a}_i$  vectores de coeficientes constantes.  $\triangle$

Estas suposiciones permiten escribir el modelo

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{w}}_1 &= \mathbf{w}_2 \\ \dot{\mathbf{w}}_2 &= \mathbf{w}_3 \\ &\vdots \\ \dot{\mathbf{w}}_{q-1} &= \mathbf{w}_q \\ \dot{\mathbf{w}}_q &= \mathbf{v}^{(q)}(t). \end{aligned} \quad (12)$$

El objetivo de control del subsistema eléctrico es hacer  $\mathbf{x}_1 \rightarrow \mathbf{x}_{1d}$ . Por lo tanto, se propone el observador

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{\mathbf{e}}}_1 &= \mathbf{D}^{-1}(x_2)\mathbf{u} - \hat{\mathbf{w}}_1 + \lambda_{eq}\tilde{\mathbf{e}}_1 \\ \dot{\hat{\mathbf{w}}}_1 &= \hat{\mathbf{w}}_2 + \lambda_{eq-1}\tilde{\mathbf{e}}_1 \\ \dot{\hat{\mathbf{w}}}_2 &= \hat{\mathbf{w}}_3 + \lambda_{eq-2}\tilde{\mathbf{e}}_1 \\ &\vdots \\ \dot{\hat{\mathbf{w}}}_{q-1} &= \hat{\mathbf{w}}_s + \lambda_{e1}\tilde{\mathbf{e}}_1 \\ \dot{\hat{\mathbf{w}}}_q &= \lambda_{e0}\tilde{\mathbf{e}}_1, \end{aligned} \quad (13)$$

en conjunto con la ley de control

$$\mathbf{u} = \mathbf{D}(x_2) (-\Lambda_e \hat{\mathbf{e}}_1 - \hat{\mathbf{w}}_1), \quad (14)$$

donde  $\tilde{\mathbf{e}}_1 = \mathbf{e}_1 - \hat{\mathbf{e}}_1$ ,  $\Lambda_e \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$  es una matriz diagonal positiva definida y los coeficientes  $\lambda_{e0}, \dots, \lambda_{eq}$  son las matrices de coeficientes correspondientes del vector de polinomios característicos en la variable compleja  $s$ :

$$s^{q+1} + \lambda_{eq}s^q + \dots + \lambda_{e1}s + \lambda_{e0} = 0. \quad (15)$$

Las corrientes deseadas son funciones del par deseado, que actúa como una entrada de control virtual para el subsistema mecánico. Si se define el par mecánico de origen eléctrico como

$$\tau = \frac{1}{2} \mathbf{x}_1^T \mathbf{C}(x_2) \mathbf{x}_1, \quad (16)$$

es posible demostrar que si el error de seguimiento de corrientes  $\mathbf{e}_1$  tiende a cero, entonces el par mecánico  $\tau$  tiende al par deseado  $\tau_d$  (Espinosa-Pérez *et al.*, 2004), si se utiliza la expresión

$$x_{1dj} = \begin{cases} \sqrt{\frac{2m_j(x_2)\tau_d}{\frac{\partial L_j(x_2)}{\partial x_2}}} & \text{si } \frac{\partial L_j(x_2)}{\partial x_2} \neq 0 \\ 0 & \text{de otra forma} \end{cases},$$

donde  $m_j(x_2)$ ,  $j = 1, 2, 3$  son las funciones de par compartido (Taylor, 1992). Dichas funciones están definidas en los conjuntos,

$$\Theta_j^+ = \left\{ x_2 : \frac{\partial L_j(x_2)}{\partial x_2} \geq 0 \right\}$$

$$\Theta_j^- = \left\{ x_2 : \frac{\partial L_j(x_2)}{\partial x_2} < 0 \right\},$$

de tal forma que

$$m_j(x_2) > 0 \quad \forall x_2 \in \Theta_j^+; \quad \sum m_j(x_2)^+ = 1 \quad \forall x_2$$

$$m_j(x_2) > 0 \quad \forall x_2 \in \Theta_j^-; \quad \sum m_j(x_2)^- = 1 \quad \forall x_2.$$

La dinámica del error de seguimiento del subsistema mecánico puede escribirse como

$$\dot{e}_2 = e_3 \quad (17)$$

$$\dot{e}_3 = \frac{1}{J} \tau + z_1(t), \quad (18)$$

donde  $e_2 = x_2 - x_{2d}$ ,  $e_3 = x_3 - x_{3d}$ ,  $x_{3d}$  es la velocidad deseada,  $x_{2d}$  está dada por

$$x_{2d}(t) = \theta_d(t) = \int_0^t \omega_d(\vartheta) d\vartheta, \quad \theta_d(0) = \theta(0) \quad (19)$$

y

$$z_1(t) \triangleq -\frac{d}{J} x_3 + \frac{1}{J} \tau_L(t) - \dot{x}_{3d}. \quad (20)$$

El objetivo de control para el subsistema mecánico es hacer que la velocidad de la flecha del motor siga una

trayectoria deseada, i.e.,  $x_3 \rightarrow x_{3d}$ . Nótese que si se conociera exactamente esta señal  $z_1(t)$  y la inercia del rotor, se podría estabilizar trivialmente el origen del sistema (17)–(18) y el objetivo de control estaría completado. Dada la imposibilidad práctica de conocer *a priori* esta señal, se propone obtener una estimación en línea suficientemente cercana y utilizar esta estimación para compensar dicha señal en la entrada de control  $\tau$ . Para ello, se propone un modelo interno de  $z_1(t)$  análogo a (11), en su versión escalar. Por lo tanto,  $z_1(t)$  satisface

$$\begin{aligned} \dot{z}_1 &= z_2 \\ \dot{z}_2 &= z_3 \\ &\vdots \\ \dot{z}_{p-1} &= z_p \\ \dot{z}_p &= r^{(p)}(t). \end{aligned} \quad (21)$$

Para estimar tanto la velocidad angular como la señal desconocida  $z(t)$ , se utilizará un observador tipo Luenberger, para lo que se definen los errores de estimación de la posición y velocidad angular,  $\tilde{e}_2 = e_2 - \hat{e}_2$ ,  $\tilde{e}_3 = e_3 - \hat{e}_3$ . El observador propuesto es

$$\begin{aligned} \dot{\hat{e}}_2 &= \hat{e}_3 + \lambda_{p+1} \tilde{e}_2 \\ \dot{\hat{e}}_3 &= \frac{1}{J} \tau_d + \hat{z}_1 + \lambda_p \tilde{e}_2 \\ \dot{\hat{z}}_1 &= \hat{z}_2 + \lambda_{p-1} \tilde{e}_2 \\ \dot{\hat{z}}_2 &= \hat{z}_3 + \lambda_{p-2} \tilde{e}_2 \\ &\vdots \\ \dot{\hat{z}}_{p-1} &= \hat{z}_p + \lambda_1 \tilde{e}_2 \\ \dot{\hat{z}}_p &= \lambda_0 \tilde{e}_2. \end{aligned} \quad (22)$$

Para estabilizar el sistema se elige

$$\tau_d = \mathbf{J} (-\Lambda_m \hat{\mathbf{e}}_3 - \hat{\mathbf{z}}_1), \quad (23)$$

donde  $\Lambda_m$  es una constante positiva y  $\lambda_0, \dots, \lambda_{p+1}$  son los coeficientes del polinomio característico correspondiente, análogo a (15)

$$s^{p+2} + \lambda_{p+1}s^{p+1} + \dots + \lambda_1s + \lambda_0 = 0. \quad (24)$$

*Proposición 1:* Los esquemas de control-observador GPI (13)–(14) y (22)–(23), llevan a los errores de seguimiento  $\mathbf{e}_1$ ,  $e_2$  y  $e_3$  y al espacio de errores de estimación  $(\tilde{\mathbf{e}}_1, \tilde{e}_2, \tilde{e}_3, \tilde{\mathbf{w}}_1, \dots, \tilde{\mathbf{w}}_q, \tilde{z}_1, \dots, \tilde{z}_p)$  a una vecindad arbitrariamente cercana del origen si las raíces de los polinomios (15) y (24) se escogen suficientemente alejadas a la izquierda en el semiplano complejo. Aún más, el radio de la vecindad que acota finalmente al espacio de fases  $(\tilde{\mathbf{e}}_1, \tilde{e}_1, \dots, \tilde{e}_1^{(q+1)})$  es inversamente proporcional al valor absoluto de la parte real de la raíz de (15) más cercana al eje imaginario en el plano complejo y el radio

de la vecindad que acota finalmente al espacio de fases  $(\tilde{e}_2, \dot{\tilde{e}}_2, \dots, \tilde{e}_2^{(p+1)})$  es inversamente proporcional al valor absoluto de la parte real de la raíz de (24) más cercana al eje imaginario en el plano complejo.  $\triangle$

La demostración de este teorema es esencialmente la misma que la reportada en (Sira-Ramirez *et al.*, 2010), por lo que sólo se realizará un esbozo.

Combinando la dinámica del error del subsistema eléctrico (10) con el observador (13) y la ley de control (14), puede llegarse a una ecuación diferencial en el dominio del tiempo de la forma

$$\tilde{e}_1^{(q+1)} + \lambda_{e_q} \tilde{e}_1^{(q)} + \dots + \lambda_{e_1} \dot{\tilde{e}}_1 + \lambda_{e_0} \tilde{e}_1 = \mathbf{v}^{(q)}(t). \quad (25)$$

Tomando en cuenta la Suposición 1, si se eligen los coeficientes  $\lambda_{e_0}, \dots, \lambda_{e_p}$  de tal manera que (15) sea un polinomio Hurwitz, entonces (de la teoría de estabilidad entrada-salida) puede concluirse que  $(\tilde{e}_1, \dot{\tilde{e}}_1, \dots, \tilde{e}_1^{(q)})$  están finalmente acotados en una vecindad centrada en el origen. Por lo tanto, sustituyendo la ley de control (14) en la dinámica del error de seguimiento de corrientes (10) se obtiene

$$\dot{e}_1 = -\Lambda_e \hat{e}_1 + \mathbf{w}_1 - \hat{\mathbf{w}}_1, \quad (26)$$

que fácilmente puede reescribirse como

$$\dot{e}_1 + \Lambda_e e_1 = \Lambda_e \tilde{e}_1 + \tilde{\mathbf{w}}_1, \quad (27)$$

que representa un filtro estable (si se elige  $\Lambda_e > 0$ ) con entrada acotada. Por lo tanto,  $e_1$  y  $\dot{e}_1$  están finalmente acotados en una vecindad arbitrariamente pequeña, centrada en el origen.

Para demostrar que el seguimiento de corrientes implica seguimiento de par, considérese la diferencia entre el par mecánico de origen eléctrico y el par deseado dada por

$$\tau - \tau_d = \frac{1}{2} \mathbf{x}_1^T \mathbf{C}(x_2) \mathbf{x}_1 - \frac{1}{2} \mathbf{x}_{1d}^T \mathbf{C}(x_2) \mathbf{x}_{1d}, \quad (28)$$

de donde se puede llegar, después de algunos cálculos sencillos a

$$\|\tau - \tau_d\| \leq \alpha_1 \|\mathbf{e}_1\|^2 + \alpha_2 \|\mathbf{x}_{1d}\| \|\mathbf{e}_1\|, \quad (29)$$

con  $\alpha_1$  y  $\alpha_2$  constantes positivas. En esta última desigualdad puede verse que el seguimiento de corrientes implica seguimiento de par, siempre y cuando las corrientes deseadas  $\mathbf{x}_{1d}$  permanezcan acotadas.

Para probar seguimiento de velocidad considérese la dinámica de los errores de seguimiento (17)–(18), en conjunto con la ley de control (23). La dinámica del error de seguimiento en lazo cerrado está dada por

$$\dot{e}_3 + \Lambda_m e_3 = \frac{1}{J} (\tau - \tau_d) + \Lambda_m \tilde{e}_3 + \tilde{z}_1. \quad (30)$$

Nótese que si se demuestra que el lado derecho de (30) está acotado, entonces se tendrá un seguimiento de velocidad finalmente acotado en una vecindad arbitrariamente pequeña alrededor del origen. Para lograr esto, de (17), (18), (21) y (22) se obtiene la dinámica del error de estimación

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{e}}_2 &= \tilde{e}_3 - \lambda_{p+1} \tilde{e}_2 \\ \dot{\tilde{e}}_3 &= \frac{1}{J} (\tau - \tau_d) + \tilde{z}_1 - \lambda_p \tilde{e}_2 \\ \dot{\tilde{z}}_1 &= \tilde{z}_2 - \lambda_{p-1} \tilde{e}_2 \\ \dot{\tilde{z}}_2 &= \tilde{z}_3 - \lambda_{p-2} \tilde{e}_2 \\ &\vdots \\ \dot{\tilde{z}}_{p-1} &= \tilde{z}_p - \lambda_1 \tilde{e}_2 \\ \dot{\tilde{z}}_p &= r^{(p)} - \lambda_0 \tilde{e}_2, \end{aligned} \quad (31)$$

a partir de la que se puede obtener la ecuación diferencial en el dominio del tiempo

$$\tilde{e}_2^{(p+2)} + \lambda_{p+1} \tilde{e}_2^{(p+1)} + \dots + \lambda_1 \dot{\tilde{e}}_2 + \lambda_0 \tilde{e}_2 = \frac{1}{J} (\tau - \tau_d)^{(p)} + r^{(p)}(t). \quad (32)$$

Por suposición  $r^{(p)}(t)$  está acotada y de (28) puede verse que el término  $\frac{1}{J} (\tau - \tau_d)^{(p)}$  está acotado si la  $p$ -ésima derivada de  $e_1$  está acotada, lo que se puede demostrar derivando  $p-1$  veces (27). Esto impone la condición sobre los grados de los polinomios de Taylor

$$p \leq q + 1.$$

Por lo tanto, el espacio de fases de los errores de estimación  $(\tilde{e}_2, \dot{\tilde{e}}_2, \dots, \tilde{e}_2^{(p+2)})$  está finalmente acotada por un disco arbitrariamente pequeño, centrado en el origen. De (31) es fácil ver que  $(\tilde{e}_3, \dot{\tilde{e}}_3, \dots, \tilde{e}_3^{(p+1)})$  y  $(\tilde{z}_1, \dot{\tilde{z}}_1, \dots, \tilde{z}_1^p)$  también están finalmente acotadas. Por último, de (30) se tiene que  $e_3$  y  $\dot{e}_3$  están acotadas. Por lo tanto, se garantiza finalmente acotado de velocidad.

*Observación 1:* Nótese que para implementar el esquema propuesto (21)–(23) y (13)–(14) nunca es necesario conocer la velocidad, lo que representa una ventaja sobre la práctica común que es utilizar un diferenciador numérico

*Observación 2:* Para que la señal  $\mathbf{w}_1(t)$  pueda cumplir con la Suposición 1, puede observarse de (11) que la derivada temporal de las corrientes deseadas debe de tener  $q$  derivadas temporales acotadas. Esto depende de las funciones de par compartido y en general dichas funciones generan corrientes deseadas que no cumplen con la condición. Para solventar este conflicto, puede filtrarse la salida de las funciones de par compartido y utilizar estas corrientes deseadas filtradas como señal deseada para el subsistema eléctrico, i.e.,

$$\mathbf{x}_{1df} = \frac{\lambda_f}{s + \lambda_f} \mathbf{x}_{1d},$$

donde  $\lambda_f$  es la frecuencia de corte del filtro.

#### IV. RESULTADOS DE SIMULACIÓN

Se utilizaron los datos del MRC obtenidos de (Taylor, 1992) para validar mediante simulación numérica el esquema propuesto, considerando además un coeficiente de fricción viscosa  $d = 0.0015$ .

El orden del polinomio para la parte mecánica fue  $p = 3$  y los coeficientes elegidos fueron  $\lambda_0 = 3.125 \times 10^{13}$ ,  $\lambda_1 = 3.125 \times 10^{11}$ ,  $\lambda_2 = 1.25 \times 10^9$ ,  $\lambda_3 = 2500000$ ,  $\lambda_4 = 2500$ , i.e., los polos se colocaron en  $p_1 = p_2 = p_3 = p_4 = p_5 = -500$ , mientras que  $\Lambda_m = 10000$ . Para el subsistema eléctrico, el orden del polinomio fue  $q = 3$  y las matrices de coeficientes fueron  $\lambda_{e0} = 3.125 \times 10^{18} \mathbf{I}$ ,  $\lambda_{e1} = 3.125 \times 10^{15} \mathbf{I}$ ,  $\lambda_{e2} = 1.25 \times 10^{12} \mathbf{I}$ ,  $\lambda_{e3} = 2.5 \times 10^8 \mathbf{I}$ ,  $\lambda_{e4} = 25000 \mathbf{I}$ , i.e., los polos del observador se colocaron en  $p_1 = p_2 = p_3 = p_4 = p_5 = (-5000, -5000, -5000)$  y  $\Lambda_e = 10000$ . La ganancia del filtro para las corrientes deseadas fue  $\lambda_f = 1000$ .

##### IV-A. Sin par de carga

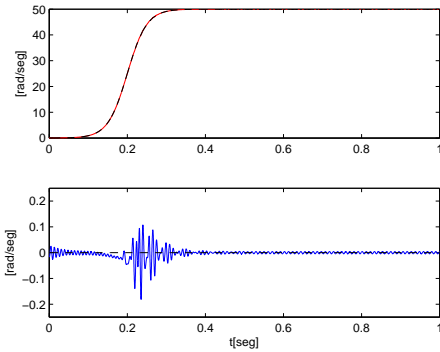


Figura 2: a)  $\omega$  (—),  $\omega_d$  (- -). b)  $e_3$  (—) sin par de carga.

La Figura 2 muestra el seguimiento de un patrón de velocidad dado por

$$\theta_d = 50 \frac{1 + \tanh(20(t - 0.2))}{2} \quad [\text{rad/seg}],$$

donde puede observarse que el error de seguimiento de velocidad fue siempre menor a  $0.2[\text{rad/seg}]$ . En la Figura 3 se muestra el seguimiento de corriente para la primera fase y el error de seguimiento. En la Figura 4 los esfuerzos de control (voltajes de bus) correspondientes.

##### IV-B. Con par de carga desconocido

Para validar la robustez del algoritmo propuesto, se introdujo a partir del tiempo  $t_1 = 0.3[\text{seg}]$  un patrón de par de carga en el subsistema mecánico (el cual se supone desconocido) dado por la función

$$\tau_L = (0.5) \left( \frac{1 + \tanh(20(t - (0.2 + t_1)))}{2} \right) \times (1 + \cos(31(t - t_1))) \cdot \sin(19(t - t_1)),$$

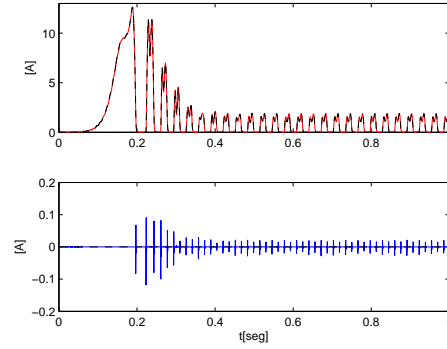


Figura 3: a)  $i_1$  (—),  $i_{1d}$  (- -). b)  $i_1 - i_{1d}$  (—) sin par de carga.

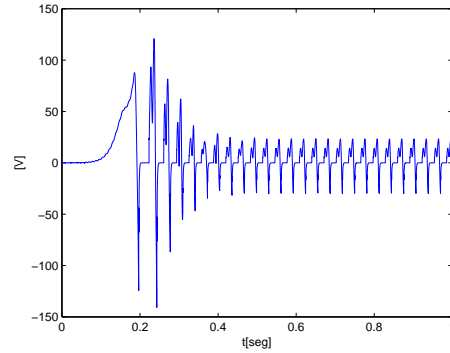


Figura 4: Voltaje de la fase 1 sin par de carga.

cuya evolución temporal se muestra en la Figura 5.

En la Figura 6 se muestra nuevamente el seguimiento de velocidad y el error de seguimiento, esta vez con par de carga, donde puede apreciarse que el seguimiento no se vio afectado prácticamente. Por último, en las Figuras 7 y 8 se muestran el seguimiento de corrientes, el error de seguimiento de corrientes y los voltajes de bus para la fase 1, respectivamente. Puede notarse que los esfuerzos de control aumentaron, así como las corrientes, sin embargo, el error de seguimiento de velocidad aún está acotado de forma similar a la simulación sin par de carga.

#### V. CONCLUSIONES Y TRABAJO FUTURO

En este trabajo se diseñó una estrategia de control para el MRC que: no requiere medición de velocidad, es robusto ante par de carga desconocido y variable, es fácil de sintonizar y no requiere conocer todos los parámetros del modelo. Estas prestaciones son debidas al uso de dos observadores GPI: uno para el subsistema mecánico y otro para el eléctrico. Esta estrategia sólo garantiza acotamiento final de los errores de seguimiento, aunque estos pueden hacerse arbitrariamente pequeños como se apreció en los resultados de simulación.

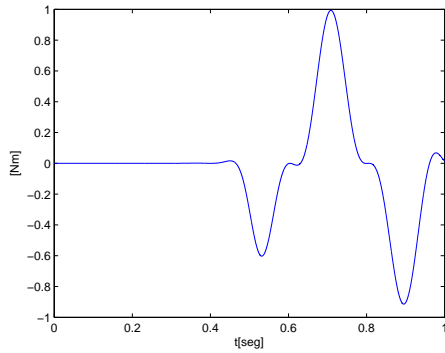


Figura 5: Evolución temporal del par de carga desconocido.

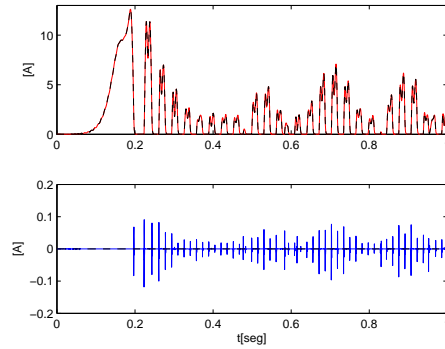


Figura 7: a)  $i_1$  (—),  $i_{1d}$ (- -). b)  $i_1 - i_{1d}$  (—) con par de carga.

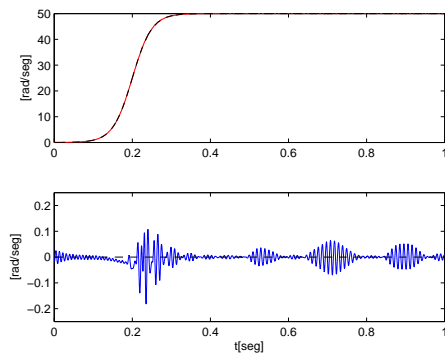


Figura 6: a)  $\omega$  (—),  $\omega_d$ (- -). b)  $e_3$  (—) con par de carga.

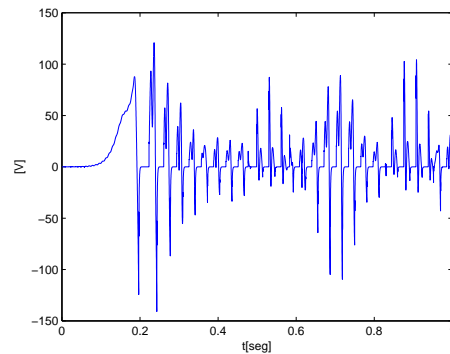


Figura 8: Voltaje de la fase 1 con par de carga.

Como trabajo futuro se realizará la evaluación experimental del esquema presentado en este trabajo y además se plantea la posibilidad de hacer innecesario el conocimiento de la inercia del rotor y de la matriz de inductancias del estator.

#### REFERENCIAS

- Alrifai, Muthana T, Joe H Chow y David A Torrey (2000). Practical application of backstepping nonlinear current control to a switched-reluctance motor. En: *American Control Conference, 2000. Proceedings of the 2000*. Vol. 1. IEEE. pp. 594–599.
- Buja, Giuseppe S, Roberto Menis y Maria I Valla (1993). Variable structure control of an srm drive. *Industrial Electronics, IEEE Transactions on* **40**(1), 56–63.
- Espinosa-Perez, G, P Maya-Ortiz, M Velasco-Villa y H Sira-Ramirez (2000). On the control of switched reluctance motors. En: *Industrial Electronics, 2000. ISIE 2000. Proceedings of the 2000 IEEE International Symposium on*. Vol. 2. IEEE. pp. 413–418.
- Espinosa-Pérez, Gerardo, Paul Maya-Ortiz, Martin Velasco-Villa y Hebertt Sira-Ramirez (2004). Passivity-based control of switched reluctance motors with nonlinear magnetic circuits. *Control Systems Technology, IEEE Transactions on* **12**(3), 439–448.
- Hannoun, Hala, Mickaël Hilairé y Claude Marchand (2011). High performance current control of a switched reluctance machine based on a gain-scheduling pi controller. *Control Engineering Practice* **19**(11), 1377–1386.
- Husain, Iqbal y M Ehsani (1996). Torque ripple minimization in switched reluctance motor drives by pwm current control. *Power Electronics, IEEE Transactions on* **11**(1), 83–88.
- Ilic’-Spong, Marija, Riccardo Marino, Sergei Peresada y David Taylor (1987). Feedback linearizing control of switched reluctance motors. *Automatic Control, IEEE Transactions on* **32**(5), 371–379.

- Loria, Antonio, Gerardo Espinosa-Perez y Erik Chumacero (2012). A novel pid-based control approach for switched-reluctance motors. En: *Decision and Control (CDC), 2012 IEEE 51st Annual Conference on*. IEEE. pp. 7626–7631.
- Miller, Timothy John Eastham (2001). *Electronic control of switched reluctance machines*. Newnes.
- Rain, Xavier, Mickaël Hilairé y Reine Talj (2010). Second order sliding mode current controller for the switched reluctance machine. En: *IECON 2010-36th Annual Conference on IEEE Industrial Electronics Society*. IEEE. pp. 3301–3306.
- Ramírez, Hebertt Sira, Felipe González Montañez, John Cortés Romero y Alberto Luviano-Juárez (2013). State observers for active disturbance rejection in induction motor control. *AC Electric Motors Control: Advanced Design Techniques and Applications* pp. 78–104.
- Ramirez-Neria, M, H Sira-Ramirez, A Rodriguez-Angeles y A Luviano-Juarez (2012). An active disturbance rejection controller for a parallel robot via generalized proportional integral observers. En: *American Control Conference (ACC), 2012*. IEEE. pp. 5478–5483.
- Ramu, Krishnan (2001). *Switched reluctance motor drives: modeling, simulation, analysis, design, and applications*. CRC Press LLC.
- Sira-Ramirez, H, M Ramirez-Neria y A Rodriguez-Angeles (2010). On the linear control of nonlinear mechanical systems. En: *Decision and Control (CDC), 2010 49th IEEE Conference on*. IEEE. pp. 1999–2004.
- Taylor, DG (1992). Pulse-width modulated control of electromechanical systems. *Automatic Control, IEEE Transactions on* **37**(4), 524–528.
- Zurita-Bustamante, Eric William, Jesús Linares-Flores, Enrique Guzmán-Ramírez y Hebertt Sira-Ramirez (2011). A comparison between the gpi and pid controllers for the stabilization of a dc-dc “buck” converter: A field programmable gate array implementation. *Industrial Electronics, IEEE Transactions on* **58**(11), 5251–5262.