

# Control sin medición de velocidad del SRM

P. Maya-Ortiz, A. de la Guerra  
Facultad de Ingeniería-UNAM  
Coyoacán DF 04510, México  
paulm@dctrl.fi-b.unam.mx  
Teléfono: (52)-55-56223125

**Resumen**—En este artículo se estudia el problema de regulación de velocidad de un motor de reluctancia conmutada empleando el método de Inmersión e Invariancia. Por medio de esta técnica se diseña un observador para conocer la velocidad angular del rotor (variable que no se puede medir) y se emplea en conjunto con una ley de control no lineal previamente reportada en la literatura. Se demuestra formalmente la estabilidad del sistema en lazo cerrado y el comportamiento del esquema propuesto se analiza vía simulaciones numéricas.

**Palabras clave:** Motor de reluctancia conmutada, Observador, Operación sin sensores mecánicos.

## I. INTRODUCCIÓN

Los motores de reluctancia conmutada (SRM por sus siglas en inglés) son una clase de máquinas eléctricas que han crecido en popularidad en los últimos años debido a que, como no tienen imanes permanentes o devanados en el rotor, son de fácil construcción y pueden producir un alto par a bajas velocidades, lo que elimina el uso de cajas reductoras y los hace muy buenas alternativas para aplicaciones con transmisiones directas. Por otro lado, su principal limitación es que su control es complicado porque presenta un comportamiento electromagnético altamente no lineal. A pesar de esta desventaja se ha mostrado que este tipo de máquinas es una alternativa muy prometedora, por ejemplo, en aplicaciones de vehículos eléctricos (Takano, 2010), y en sistemas de generación eólicos (Nassereddine, 2008).

Por otro lado, el uso de sensores para medir las variables mecánicas (posición y velocidad angulares) puede conducir a problemas de confiabilidad en ambientes severos y pueden ser una parte importante del costo del esquema de control. Para evitar el uso de sensores para las variables mecánicas en el SRM, en la literatura científica se han presentado diferentes técnicas que las estiman. Algunas de ellas emplean la relación que existe entre el flujo, la posición del rotor y la corriente de fase como en (Panda, 2000), (Gallegos, 1998) y en especial (Ehsani, 2002) donde se hace una relación de estos métodos. Sin embargo, estos enfoques requieren de conocer de manera muy precisa las curvas de magnetización del motor, lo que requiere de mediciones fuera de línea y cálculos complejos.

Se han reportado también observadores de estados que buscan reconstruir las variables mecánicas del motor, entre los cuales se puede destacar el observador presentado

en (Lumsdaine, 1990) que supone conocidos los encañamientos de flujo de las fases de estator, el observador de orden reducido de (Solsona, 1996) que presenta simulaciones con velocidad inicial diferente de cero o el observador por modos deslizantes de (McCann, 2001) que es adecuado para velocidad angular alta.

El método de Inmersión e Invariancia para estabilización de sistemas no lineales, presentado en (Karagiannis, 2002) y que posteriormente fue desarrollado en una serie de artículos recientemente resumidos en (Astolfi, 2008), descansa en las nociones de inmersión de sistemas e invariancia de variedades y, en principio, no requiere del conocimiento de una función de Lyapunov. Con base en ciertas suposiciones el método permite resolver el problema de estabilización por retroalimentación de salida de sistemas no lineales.

En este artículo se estudia el problema de regulación de velocidad de un motor de reluctancia conmutada y se resuelve, de manera parcial, el problema de control sin sensores mecánicos. Para conseguir el objetivo se emplea el método de Inmersión e Invariancia, mediante el cual se diseña un observador para conocer la velocidad angular del rotor (variable que no se puede medir) y se emplea en conjunto con una ley de control no lineal previamente reportada en (Espinosa-Pérez, 2004). Se demuestra formalmente la estabilidad del sistema en lazo cerrado y el comportamiento del esquema propuesto se analiza vía simulaciones numéricas. El artículo está organizado de la siguiente manera. En la Sección II se describe brevemente el motor, la técnica de diseño y se establece el problema de control. En la Sección III-A se establece el resultado principal del artículo y su demostración, junto con algunas observaciones pertinentes. En la Sección IV se muestran los resultados de simulación y, para finalizar, en la Sección V se presentan las conclusiones del trabajo.

## II. PROBLEMA

### II-A. Modelo y propiedades del SRM

A diferencia de los motores estándar, en el SRM el par generado se debe a acciones reluctivas en lugar de acciones de inducción, por lo que el mecanismo de producción de par es similar al observado cuando dos imanes tienden a alinearse. La estructura de este tipo de motores presenta sólo devanados en el estator, mientras que el rotor no tiene devanados ni imanes permanentes, por lo que su construcción es simple, no se tienen escobillas y el par

generado es mayor al observado en otro tipo de máquinas de la misma potencia. Es interesante notar que la principal desventaja de esta máquina proviene, paradójicamente, de esa estructura tan simple. Con el fin de generar par, las corrientes de estator deben ser encendidas y apagadas de acuerdo con la velocidad de rotor.

La representación matemática del SRM que describe su comportamiento dinámico se obtiene considerando que las fases de estator están desacopladas magnéticamente, esto es, la inductancia mutua entre las fases de estator es despreciada. Cabe señalar que esta suposición está justificada experimentalmente y es ampliamente aceptada. Así, las ecuaciones diferenciales que describen el comportamiento del SRM son

$$\dot{\psi}_j + r i_j = u_j; \quad j = 1, 2, 3 \quad (1)$$

$$J\ddot{\theta} = -d\omega + T_e(\theta, i_j) - T_L \quad (2)$$

donde, sin pérdida de generalidad, se considera un motor trifásico. En este modelo  $u_j$  representa el voltaje aplicado a la terminal  $j$  del estator,  $i_j$  es la corriente de estator de la fase  $j$ ,  $\psi_j(\theta, i_j)$  es el flujo de encadenamiento de la fase  $j$ ,  $r$  es la resistencia del devanado de estator,  $\theta$  es la posición angular del rotor,  $T_L$  es el par de carga y  $J$  es la inercia total del rotor y la carga.

El par mecánico de origen eléctrico,  $T_e(\theta, i)$ , depende de la posición angular del rotor y de las corrientes de fase. Además, los encadenamientos de flujo, por fase, son de la forma

$$\psi_j(\theta, i_j) = L_j(\theta) i_j \quad (3)$$

donde las inductancias de fase están dadas por

$$L_j(\theta) = l_0 - l_1 \cos\left(N_r \theta - (j-1) \frac{2\pi}{3}\right) \quad (4)$$

donde  $l_0$  y  $l_1$  son constantes positivas que hacen estrictamente positivas estas funciones y  $N_r$  es el número de polos de rotor.

Bajo estas condiciones, el sistema (1)-(2) es reescrito como

$$L_j(\theta) \frac{di_j}{dt} + K_j(\theta) \dot{\theta} i_j + r i_j = u_j, \quad j = 1, 2, 3 \quad (5)$$

$$-d\omega + T_e(\theta, i_j) - T_L(\theta, \dot{\theta}) = J\ddot{\theta} \quad (6)$$

donde  $K_j(\theta) = \frac{\partial L_j(\theta)}{\partial \theta} = N_r l_1 \sin\left(N_r \theta - (j-1) \frac{2\pi}{3}\right)$  es la variación de la inductancia de fase con respecto a la velocidad angular del rotor.

El par mecánico de origen eléctrico es de la forma

$$T_e(\theta, i) = \sum_{j=1}^3 T_j(\theta, i_j) = \sum_{j=1}^3 \frac{1}{2} K_j(\theta) i_j^2 \quad (7)$$

donde puede observarse que, dado que el par de la fase  $j$  es función del cuadrado de la corriente de ésta, el signo del par generado está determinado por el signo de la función  $K_j(\theta)$ .

## II-B. Esquema de Inmersión e Invariancia

La metodología de diseño por Inmersión de sistemas e Invariancia de variedades fue propuesta primeramente en (Karagiannis, 2002) y se establece de la siguiente manera. Considere un sistema descrito de la forma

$$\begin{aligned} \dot{\eta} &= A(y, u)\eta + B(y, u) \\ \dot{y} &= \phi_0(y, u) + \phi_1(y, u)\eta, \end{aligned} \quad (8)$$

con el estado  $(\eta, y) \in \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^p$ , entrada de control  $u \in \mathbb{R}^m$  y salida  $y$ . En este sistema, como se observa en la referencia antes citada, el subsistema  $\eta$  puede depender de la entrada medible  $u$  y no necesita ser afín a la entrada. También, el sistema no necesariamente es de fase mínima.

El problema que se resuelve puede establecerse como: Considerando el sistema (8) y que las suposiciones

(A1) Existe una ley de control por retroalimentación de estados

$$u^* = \alpha(y, \eta) \quad (9)$$

tal que todas las trayectorias del sistema en lazo cerrado (8)-(9) están acotadas. Más aún, el sistema (8) con

$$u = \alpha(y, \eta + d(t))$$

es globalmente estable entrada-convergente estado-convergente, respecto a la entrada  $d(t)$ .

(A2) Existe un mapeo  $\beta(y)$  tal que el sistema

$$\dot{z} = \left( A(y, u) - \frac{\partial \beta}{\partial y} \psi_1(y, u) \right) z \quad (10)$$

es globalmente estable de manera uniforme para cualquier  $y$  y  $u$ , y  $z(t)$  es tal que, para cualesquiera  $y$  y  $\eta$  constantes,

$$\lim_{t \rightarrow \infty} [\alpha(y, \eta + z(t))] = \alpha(y, \eta) \quad (11)$$

se satisfacen, entonces existe una ley de control dinámica por retroalimentación de salida, descrita por ecuaciones de la forma

$$\begin{aligned} \dot{\hat{\eta}} &= \gamma(\hat{\eta}, y) \\ u &= \alpha(\hat{\eta}, y) \end{aligned} \quad (12)$$

que garantiza que todas trayectorias del sistema en lazo cerrado (8)-(12) están acotadas.

## III. RESULTADO PRINCIPAL

Para establecer el resultado de este artículo es necesario establecer dos resultados preliminares. En primera instancia, obsérvese que el sistema (5)-(6) puede ser escrito de la forma (8) con

$$A(y, u) = -\frac{d}{J} \quad B(y, u) = \frac{1}{J} (y_1^T K(y_2) y_1 - T_L) \quad (13)$$

$$\phi_0(y, u) = \begin{bmatrix} -L(y_2)^{-1} [R y_1 - u] \\ 0 \end{bmatrix} \quad (14)$$

$$\phi_1(y, u) = \begin{bmatrix} -L(y_2)^{-1} [K(y_2)y_1] \\ 1 \end{bmatrix} \quad (15)$$

donde  $y_1 = [i_1, i_2, i_3]^T$  es el vector de corrientes de estator,  $y_2 = \theta$  es la posición angular de rotor, y  $\eta = \omega$  es la velocidad angular del rotor (el estado no medible).

Por otro lado, en (Espinosa-Pérez, 2004) se presenta una ley de control por retroalimentación de estados que satisface la suposición (A1) mencionada líneas arriba. El resultado de ese trabajo es el siguiente (se han sustituido de manera apropiada las variables para claridad en este trabajo). Considere el modelo de un SRM dado por (5)-(6) en lazo cerrado con la ley de control

$$u^* = \alpha(y, \eta) = L(y_2) \frac{dy_{1d}}{dt} + K(y_2)\eta y_{1d} + R y_{1d} - K_v e \quad (16)$$

donde la matriz de ganancias  $K_v = \text{diag}[k_{1v}, k_{2v}, k_{3v}]$  está dada por  $K_v = c_1 |\eta| \mathcal{I}_3$  con  $c_1 > N_r l_1$ ,  $\mathcal{I}_3$  es la matriz identidad y  $e = y_1 - y_{1d}$  es el error de corrientes de estator.

El comportamiento deseado de las corrientes por fase,  $y_{1jd}$ , es

$$y_{1jd} = \begin{cases} \sqrt{2m_j(y_2)T_d K_j^{-1}(y_2)} & \text{si } K_j(y_2) \neq 0 \\ 0 & \text{de otra forma} \end{cases}$$

donde  $T_d$  es el par deseado,  $m_j(y_2)$  se denominan funciones de par compartido, (Taylor, 1992), y están definidas en los conjuntos

$$\Theta_j^+ = \left\{ y_2 : \frac{\partial L_j(y_2)}{\partial y_2} \geq 0 \right\}$$

$$\Theta_j^- = \left\{ y_2 : \frac{\partial L_j(y_2)}{\partial y_2} < 0 \right\},$$

de tal forma que

$$m_j(y_2) > 0 \quad \forall y_2 \in \Theta_j^+; \quad \sum m_j(y_2)^+ = 1 \quad \forall y_2$$

$$m_j(y_2) > 0 \quad \forall y_2 \in \Theta_j^-; \quad \sum m_j(y_2)^- = 1 \quad \forall y_2,$$

Estas funciones permiten escribir al par deseado como una suma ponderada de las contribuciones de par debidas a cada fase del estator.

El par deseado está relacionado con el error de velocidad,  $\dot{s} = \eta - \omega_d$ , por la expresión

$$T_d(z) = J\dot{\omega}_d - z + T_L \quad (17)$$

con el estado del controlador dado por  $\dot{\xi} = -a\xi + b\dot{s}$ .

Bajo estas condiciones, se garantiza el seguimiento asintótico de la velocidad con todas las variables internas acotadas.

### III-A. Resultado

Con base en los resultados preliminares anteriores es posible establecer la siguiente

*Proposición:* Considere un motor de reluctancia conmutada cuya representación matemática está dada por (8), con las definiciones dadas en (13)-(15). Suponga que:

(A3) se miden las corrientes de estator  $y_1$  y la posición angular de la flecha del motor  $y_2$ . Además, el estado no medible es  $\eta$ , la velocidad angular del rotor,

(A4) todos los parámetros y el par de carga son conocidos. Bajo estas suposiciones, la ley de control por retroalimentación de salida

$$u(y, \hat{\eta}) = L(y_2) \frac{dy_{1d}}{dt} + K(y_2) (M \hat{\eta} + \beta(y_2)) y_{1d} + R y_{1d} - K_v e \quad (18)$$

$$M \dot{\hat{\eta}} = - \left( \frac{d}{J} + \lambda \right) (M \hat{\eta} + \beta(y_2)) + B(y, u)$$

con  $M > 0$  y  $\beta(y_2) = \lambda y_2$  donde  $\lambda > 0$ , se garantiza la regulación asintótica de la velocidad angular del rotor con todas las trayectorias del sistema en lazo cerrado acotadas.

*Demostración:* Si se define el error de estimación como  $z = M \hat{\eta} - \eta + \beta(y_2)$ , entonces su dinámica está dada, a partir de la ecuación (10), por

$$\dot{z} = - \left[ \frac{d}{J} + \lambda \right] z$$

que, con la definición de la función  $\beta(\cdot)$ , es globalmente estable de manera uniforme. Así, todas las suposiciones de la proposición de diseño por Inmersión e Invariancia son satisfechas.

Con respecto al resultado anterior es posible hacer las siguientes observaciones:

(R1) La función  $\beta(\cdot)$  propuesta no es única, es posible elegir otras funciones por ejemplo,

$$\beta = 0 \quad \beta(y_2) = \lambda \text{sen}(N_r y_2).$$

Sin embargo no es evidente cómo se verá afectado el desempeño del sistema al elegir una de estas funciones en particular.

(R2) Existe también la posibilidad de definir una salida llamada de desempeño de la forma

$$\rho = h(y, \eta)$$

cualquier cuando se tiene incertidumbre en los parámetros del modelo.

## IV. SIMULACIONES NUMÉRICAS

Para evaluar el desempeño de la ley de control por retroalimentación se hicieron simulaciones numéricas con los siguientes parámetros tomados de (Taylor, 1992):

Parámetro	Valor
$N_r$	4
$r$	5 [ $\Omega$ ]
$l_0$	0.03 [H]
$l_1$	0.02 [H]
$d$	0.0015 [ $Nm/s^2$ ]
$J$	0.01 [ $Kg - m^2$ ]

Las ganancias de control que se usaron en todos los experimentos fueron  $a = 150$ ,  $b = 100$ ,  $K_v = 5$ ,  $M = 50$  y  $\lambda = 0,001$ .

#### IV-A. Referencia Sinusoidal

En este caso la referencia es de la forma,

$$\eta(t)_r = 50 \sin(t).$$

Se puede apreciar en la Figura 1 que la diferencia entre la velocidad y la referencia es menor que para las tareas de regulación no se presenta sobrepaso y el error de estimación de velocidad, Figura 2, se mantiene acotado y es alrededor del %0,1 de la magnitud de la referencia.

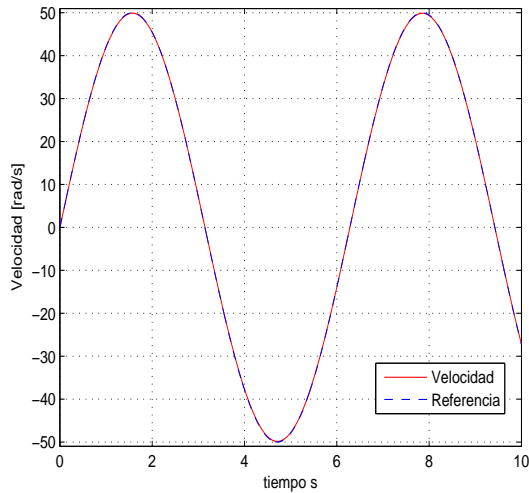


Figura 1. Seguimiento de velocidad referencia sinusoidal

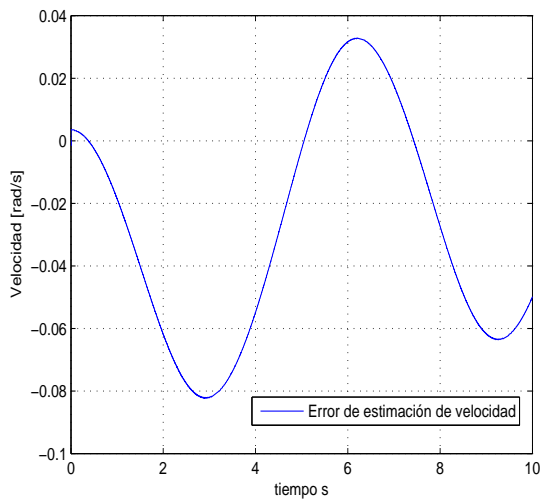


Figura 2. Error de estimación de velocidad referencia sinusoidal

Además se tiene un control cuya magnitud es menor al voltaje de bus, Figura 4, con corrientes menores a la corriente nominal como se muestra en la Figura 3.

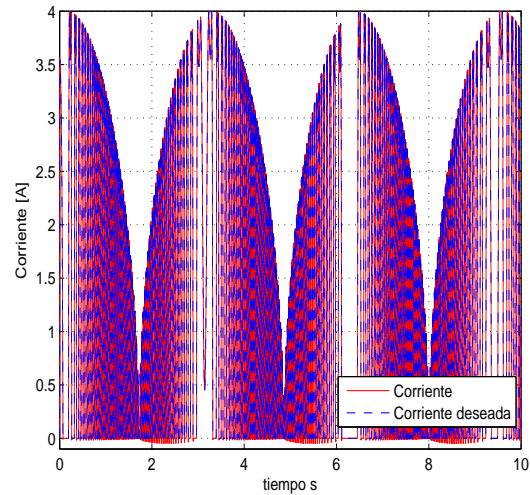


Figura 3. Regulación de corriente para referencia sinusoidal, fase 1

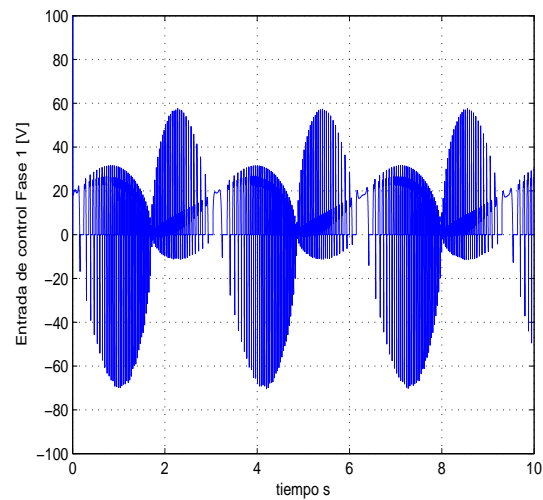


Figura 4. Esfuerzo de control para referencia sinusoidal, fase 1

#### IV-B. Referencia Sinusoidal con variación paramétrica

En este caso se tiene la misma referencia pero con una variación en el parámetro  $J$  de un 50%, donde el seguimiento de velocidad tiene un error de alrededor del %5 de la magnitud de la referencia, Figura 5, aunque aumenta el error de estimación éste se mantiene acotado y no es mayor al %1 de la magnitud de la referencia Figura 6.

Para esta tarea se tiene un esfuerzo de control cuya magnitud se mantiene por debajo del voltaje de bus, Figura 8.

#### V. CONCLUSIONES

Se presentó el diseño de un controlador por retroalimentación de salida que regula la velocidad angular sin necesidad de medirla. Las simulaciones que se incluyen en éste trabajo muestran que se tiene un buen desempeño para tareas de seguimiento, con errores de seguimiento de

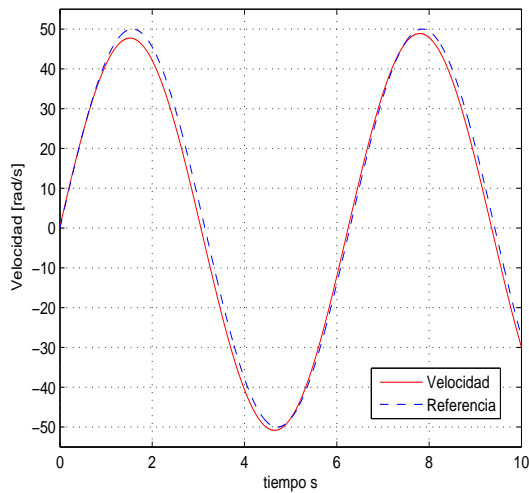


Figura 5. Seguimiento de velocidad referencia sinusoidal

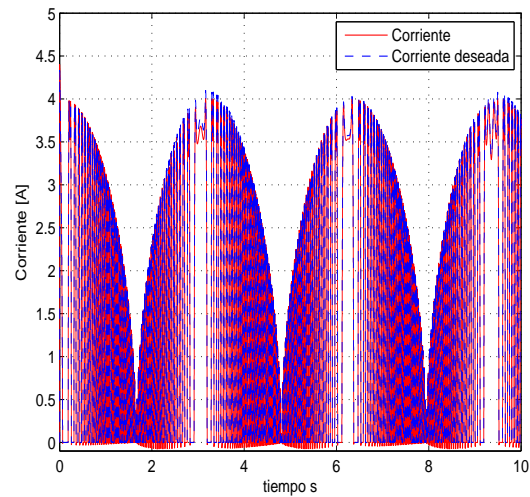


Figura 7. Regulación de corriente para referencia sinusoidal, fase 1

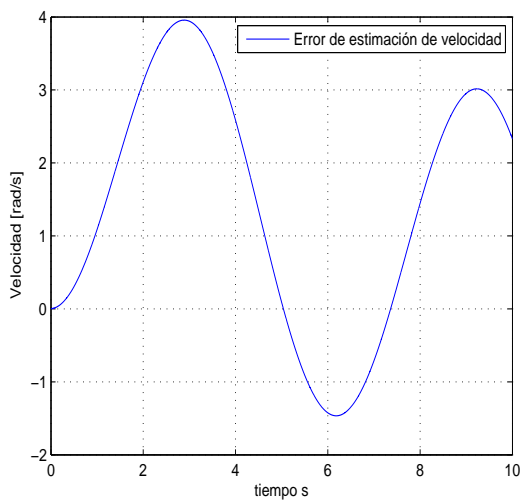


Figura 6. Error de estimación de velocidad referencia sinusoidal

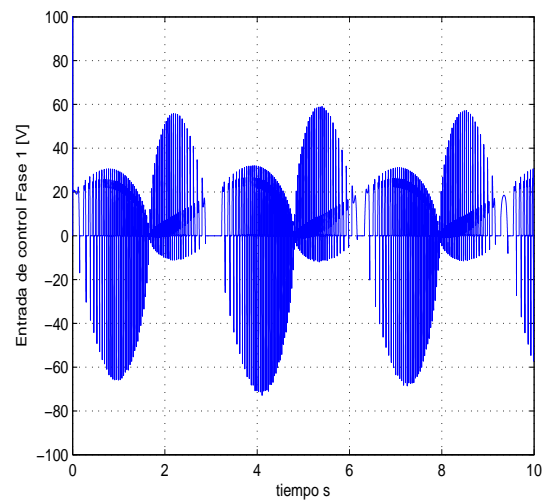


Figura 8. Esfuerzo de control para referencia sinusoidal, fase 1

velocidad menores al %1 de la magnitud de la referencia, no se tiene sobrepaso ni oscilaciones en el transitorio. Asimismo el controlador puede lidiar con variaciones en la magnitud de la inercia de hasta el %50 del valor nominal sin tener un deterioro considerable del desempeño, esto es, el error de seguimiento de velocidad nunca es mayor al %5 de la magnitud de la referencia. Además los esfuerzos de control son mucho menores en todos los casos al voltaje de bus. Sin embargo debido a que se utiliza el modelo de señal pequeña será hasta que se realicen pruebas experimentales que se podrá afirmar en que intervalo de velocidades y bajo que condiciones de operación es mejor el desempeño de este controlador.

Cómo trabajo futuro queda mostrar la repercusión que tiene la elección de la función  $\beta(\cdot)$  en el desempeño del sistema, así como el diseño de una función de desempeño

adecuada para compensar el efecto de la incertidumbre paramétrica.

## REFERENCIAS

- Takano, Y., et al. (2010). Design and analysis of a switched reluctance motor for next generation hybrid vehicle without PM materials. *Proc. Int. Power Electronics Conference*. Sapporo, Japan, June 2010. 1801–1806.
- Nassereddine, M., Rizk, J., y Nagrial, M. (2008). Switched Reluctance Generator for Wind Power Applications. *Proc. World Academy of Science*. **31**, 126–130.
- Astolfi, A., Karagiannis, D. y Ortega, R. (2008). Nonlinear and adaptive control design and applications. London: Springer-Verlag, 2008.
- Espinosa-Pérez, G., Maya-Ortiz, P., Velasco-Villa, M., y Sira-Ramírez, H. (2004). Passivity-Based Control of Switched Reluctance Motors With Nonlinear Magnetics Circuits. *IEEE Trans. Control Syst. Tech.* **12**, 439–448.
- Karagiannis, D., Astolfi, A., Ortega, R. (2002). Adaptive output feedback stabilization of a class of nonlinear systems. *Proc. 41st Conf. on*

- Decision and Control, CDC'2002*. Las Vegas, Nevada, USA, Dec. 2002. 1491–1496.
- Lumsdaine, A. y J. H. Lang (1990). State Observers for Variable-Reluctance Motors. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*.**37** 133–142.
- Solsona, J. and Valla, M.I. and Muravchik, C. (1996). A nonlinear reduced order observer for permanent magnet synchronous motors. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*.**43** 492–497.
- McCann Roy A., Islam Mohammad S., Iqbal Husain (2001). Application of a Sliding-Mode Observer for Position and Speed Estimation in Switched Reluctance Motor Drives. *IEEE Transactions on Industrial Applications*.**37** 51–58.
- Ehsani M. y B. Fahimi (2001). Elimination of position sensors in switched reluctance motor drives: State of the art and future trends. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*.**49** 40–46.
- Panda D. y Ramanarayanan V.(2001). Sensorless control of switched reluctance motor drive with self-measured flux-linkage characteristics. *Power Electronics Specialists Conference, 2000. PESC 00. 2000 IEEE 31st Annual*.**3** 1569–1574.
- Gallegos-Lopez G., Kjaer P. C., Miller T. J. E. (1998). A new sensorless method for switched reluctance motor drives. *IEEE Transactions on Industry Applications*.**3** 832–840.
- Taylor, DG (1992). Pulse-width modulated control of electromechanical systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*.**37** 524–528.