

Procedimiento para la reducción de modelos de edificios

M.A. García-Illescas¹ y L. Alvarez-Icaza²

Instituto de Ingeniería

Universidad Nacional Autónoma de México

Resumen— Se propone un procedimiento para la selección de grados de libertad maestros durante la reducción de modelos de edificios. A partir de los algoritmos de reducción de Guyan, condensación iterativa y mínimos cuadrados se obtienen modelos dinámicos reducidos cuya respuesta es comparada con la del modelo completo.

Se usan parámetros modales y desplazamientos en los grados de libertad seleccionados como base para validar el procedimiento y se propone una norma para los errores de los parámetros modales que los pondera a través de constantes ajustadas por mínimos cuadrados. Estas constantes permiten conocer la relevancia que tienen los errores durante el proceso de condensación y proponer un criterio para la selección de grados de libertad maestros tal que el error entre la dinámica del modelo reducido y la del modelo completo es mínimo.

Palabras clave: Modelos de orden reducido, Guyan, condensación iterativa, mínimos cuadrados, selección de grados de libertad maestros.

I. INTRODUCCIÓN

Los algoritmos de reducción o condensación de modelos dinámicos estructurales sirven para obtener modelos matemáticos de menor dimensión que representan al sistema original con algún grado de precisión. Su objetivo es permitir análisis más rápidos a partir de una cantidad menor de parámetros, por ejemplo, para detección de daños estructurales, estimación paramétrica, diseño estructural y diseño de sistemas de control de vibraciones.

El primer método de reducción estructural corresponde a Guyan (Guyan, 1965) el cual parte de una representación matricial estática del sistema para obtener matrices reducidas. La reducción de Guyan no ofrece un buen resultado porque omite el efecto inercial de la estructura. Posteriormente, surgieron métodos de reducción dinámica que consideran dicho efecto inercial que, sin embargo, dependen de la selección de una frecuencia durante el proceso.

Existen métodos de reducción iterativos (Qu, 2000), (Jung, 2004) que emplean las matrices de masa $M_R^{(i)}$, rigidez $K_R^{(i)}$ y una matriz de condensación $R^{(i)}$, donde el superíndice (i) corresponde a la i -ésima iteración, para obtener las matrices de la siguiente iteración, es decir: $M_R^{(i+1)}$, $K_R^{(i+1)}$ y $R^{(i+1)}$. El criterio de convergencia del método consiste en comparar la variación de los autovalores del sistema en cada iteración, hasta que esta llega a ser menor que un error porcentual.

Los algoritmos de reducción que emplean la representación en variables de estado (Li, 2002) se basan en explotar características como la controlabilidad y observabilidad del sistema, a partir de las cuales se realiza una reducción de grados de libertad de la estructura igualando propiedades como la ubicación de los polos del sistema original y reducido.

La realización balanceada (Friswell, 2000) consiste en descartar los grados de libertad del sistema que son menos controlables u observables. Los gramianos de controlabilidad y observabilidad se igualan a través de una transformación en los estados tal que se obtiene un modelo reducido.

Las técnicas basadas en subespacios de Krilov (Gildin, 2006)-(Schaft, 2010) se basan en igualar los momentos del sistema. Esto es, las funciones de transferencia del sistema original y reducido se expanden en series, por ejemplo de Laurent, y se iguala una cantidad determinada de momentos o coeficientes de dichas series. Por medio de matrices de Hankel, construidas con subespacios de Krilov, y las matrices de controlabilidad y observabilidad del sistema original, se obtiene una matriz de transformación para el modelo reducido.

Estas técnicas son estudiadas, implementadas y comparadas en trabajos como el de (Koutsovasilis, 2008) donde se muestra existe una dependencia en la selección de grados de libertad maestros para la mayoría de los algoritmos de reducción. Esto es, la mayoría de los métodos de reducción eligen un conjunto de grados de libertad del sistema original a los que se denomina grados de libertad maestros (GDLM). Los grados de libertad no elegidos se denominan grados de libertad esclavos (GDLS) pues se supone que se pueden inferir a partir de los GDLM. Los criterios para seleccionar los GDLM son escasos y en general no son cuantitativos. Por ejemplo, a nivel práctico, los primeros y últimos niveles del edificio se seleccionan como GDLM.

Por lo anterior, en este trabajo se propone un método de comparación entre los modelos reducido y completo a partir de parámetros modales y desplazamientos en los GDLM. Los errores son combinados con factores que se ajustan por medio de mínimos cuadrados. Como resultado se obtiene un criterio que correlaciona apropiadamente los errores en los desplazamientos con dichos factores. El criterio se ilustra con un caso de estudio donde se reduce un edificio de seis pisos a un modelo reducido de tres GDLM.

¹illescasmg@gmail.com

²alvar@pumas.ii.unam.mx

II. MODELO DE EDIFICIO

El edificio se modela por medio de parámetros concentrados donde cada piso tiene una masa m_i , rigidez k_i y amortiguamiento c_i , mientras el suelo se somete a una excitación sísmica \ddot{x}_g . La Fig.1 muestra el esquema para una estructura de n pisos.

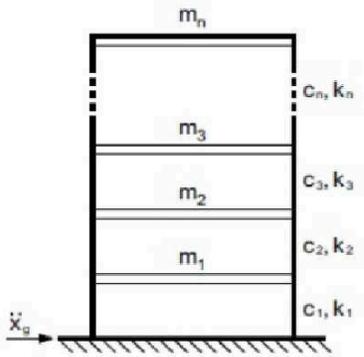


Figura 1. Estructura de n pisos

La ecuación de equilibrio de fuerzas corresponde a:

$$M\ddot{x}_g = M\ddot{x} + C\dot{x} + Kx \quad (1)$$

donde las matrices de masa $M = M^T$, rigidez $K = K^T$ y amortiguamiento $C = C^T$ corresponden a:

$$M_{n \times n} = \begin{bmatrix} m_1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & m_2 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & m_3 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & m_n \end{bmatrix}$$

$$C_{n \times n} = \begin{bmatrix} c_1 + c_2 & -c_2 & 0 & \cdots & 0 \\ -c_2 & c_2 + c_3 & -c_3 & \cdots & 0 \\ 0 & -c_3 & c_3 + c_4 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & c_n \end{bmatrix}$$

$$K_{n \times n} = \begin{bmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 & 0 & \cdots & 0 \\ -k_2 & k_2 + k_3 & -k_3 & \cdots & 0 \\ 0 & -k_3 & k_3 + k_4 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & k_n \end{bmatrix}$$

con $x_{n \times 1}$ y $\dot{x}_{n \times 1}$ las señales de desplazamiento y velocidad en cada uno de los pisos de la estructura.

III. CONDENSACIÓN

Los algoritmos empleados en la reducción del modelo dinámico de la estructura corresponden al algoritmo de Guyan, condensación iterativa (Qu, 2000) y mínimos cuadrados.

III-A. Guyan

El algoritmo de Guyan se basa en la ecuación estática $F = Kx$ donde la matriz de rigidez se ordena con base en la selección de m GDLM y s GDLS:

$$K_{n \times n} = \begin{bmatrix} k_{mm} & k_{ms} \\ k_{sm} & k_{ss} \end{bmatrix}$$

el vector de fuerzas se divide en $F = [F_m \ F_s]^T$ donde F_m es la fuerza aplicada en los GDLM mientras $F_s = 0$ en los GDLS. La ecuación estática adquiere la forma:

$$F = \begin{bmatrix} F_1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{mm} & k_{ms} \\ k_{sm} & k_{ss} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_m \\ x_s \end{bmatrix}$$

donde x_m y x_s son, respectivamente, los desplazamientos en los GDLM y GDLS. Por medio de la siguiente transformación:

$$\begin{bmatrix} x_m \\ x_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I \\ -k_{ss}^{-1}k_{sm} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_m \end{bmatrix} = Tx_m \quad (2)$$

$$T = \begin{bmatrix} I \\ -k_{ss}^{-1}k_{sm} \end{bmatrix} \quad (3)$$

se obtiene un modelo reducido en función del desplazamiento x_m

$$F_1 = [k_{mm} - k_{ms}k_{ss}^{-1}k_{sm}]x_m \quad (4)$$

Las matrices de masa y rigidez reducidas, M_R , K_R , se obtienen al sustituir la matriz de transformación T en las funciones de energía: $E_1 = \frac{1}{2}\dot{x}^T M \dot{x}$ y $E_2 = \frac{1}{2}x^T K x$. La matriz de amortiguamiento C_R se obtiene empleando la función de co-energía $E_3 = \frac{1}{2}\dot{x}^T C x$. Es decir:

$$M_R = T^T M T \quad (5a)$$

$$K_R = T^T K T \quad (5b)$$

$$C_R = T^T C T \quad (5c)$$

III-B. Mínimos cuadrados

La condensación por mínimos cuadrados consiste en expresar la aceleración, como vector de salida del sistema de dimensión $m < n$, en función de un vector de parámetros y un vector regresor que depende de los estados:

$$y_m = U_{m \times 4m-2} \theta_{4m-2} \quad (6)$$

donde $\theta = [\theta_k \ \theta_c]$ y $U = [U_k \ U_c]$ con:

$$\theta_{k_{2m-1}} = \left[\frac{k_1}{m_1} \ \frac{k_2}{m_1} \ \frac{k_2}{m_2} \ \frac{k_3}{m_2} \ \frac{k_3}{m_3} \ \cdots \ \frac{k_m}{m_m} \right]^T$$

$$\theta_{c_{2m-1}} = \left[\frac{c_1}{m_1} \ \frac{c_2}{m_1} \ \frac{c_2}{m_2} \ \frac{c_3}{m_2} \ \frac{c_3}{m_3} \ \cdots \ \frac{c_m}{m_m} \right]^T$$

$$U_k = - \begin{bmatrix} x_1 & x_{1,2} & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & x_{2,1} & x_{2,3} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & x_{3,2} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & x_{m,m-1} \end{bmatrix}$$

$$U_c = - \begin{bmatrix} \dot{x}_1 & \dot{x}_{1,2} & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & \dot{x}_{2,1} & \dot{x}_{2,3} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dot{x}_{3,2} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & \dot{x}_{m,m-1} \end{bmatrix}$$

donde $U_{k_m \times 2m-1}$, $U_{c_m \times 2m-1}$, $x_{i,j} = x_i - x_j$ y $\dot{x}_{i,j} = \dot{x}_i - \dot{x}_j$. Considerando conocidos los estados $\xi_{2m} = [x_1, x_2, \dots, x_m, \dot{x}_1, \dot{x}_2, \dots, \dot{x}_m]'$, se usa el error en la estimación de la señal de salida del sistema para generar una ley de estimación paramétrica:

$$\dot{\hat{\theta}} = \frac{1}{\phi^2} \Gamma U^T \tilde{y}_m \quad (7a)$$

$$\dot{\Gamma} = -\frac{1}{\phi^2} \Gamma U^T U \Gamma \quad (7b)$$

donde $\Gamma = \Gamma^T > 0$ y $\phi > 0$ representan, respectivamente, la matriz de covarianza (dimensión $4m - 2 \times 4m - 2$) de la ley de adaptación y una constante tal que se garantiza que los parámetros estimados permanecen acotados.

Para construir el modelo reducido, la estructura se somete a una excitación externa tal que el error en \tilde{y}_m contribuye en la estimación de los parámetros $\hat{\theta}_{4m-2}$. A partir de dichos parámetros, se generan las matrices reducidas M_R , K_R y C_R de dimensión $m \times m$. La selección de GDLM corresponde a los m pisos de la estructura en los cuales se conocen los estados y aceleraciones.

III-C. Reducción iterativa

La condensación iterativa parte del problema del autovalor donde la estructura no tiene amortiguamiento y el desplazamiento corresponde a la respuesta libre del sistema.

$$K\Phi = M\Phi\Lambda \quad (8a)$$

$$\Phi^T K\Phi = \Lambda \quad (8b)$$

$$\Phi^T M\Phi = I \quad (8c)$$

el problema del autovalor se escribe en función de la selección de GDLM y GDLS como:

$$\begin{bmatrix} \Phi_{mm}^T & \Phi_{sm}^T \\ \Phi_{ms}^T & \Phi_{ss}^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} K_{mm} & K_{sm} \\ K_{ms} & K_{ss} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Phi_{mm} & \Phi_{sm} \\ \Phi_{ms} & \Phi_{ss} \end{bmatrix} \\ = \begin{bmatrix} \Lambda_{mm} & 0 \\ 0 & \Lambda_{ss} \end{bmatrix}$$

se propone una relación entre las formas modales del modelo completo y el modelo reducido: $\Phi_{sm} = R\Phi_{mm}$, tal que:

$$\Phi_{mm}^T (K_{mm} + R^T K_{sm} + K_{ms} R + R^T K_{ss} R) \Phi_{mm} = \Lambda_{mm} \\ \Phi_{mm}^T K_R \Phi_{mm} = \Lambda_{mm}$$

con lo cual se obtiene la matriz reducida de rigidez K_R . Aplicando un proceso similar para la matriz de masas, se

obtienen las siguientes matrices reducidas:

$$K_R = K_{mm} + R^T K_{sm} + K_{ms} R + R^T K_{ss} R \quad (9a)$$

$$M_R = M_{mm} + R^T M_{sm} + M_{ms} R + R^T M_{ss} R \quad (9b)$$

La matriz R se conoce como la matriz de condensación del sistema y su precisión afecta la del modelo reducido. Por medio de un ciclo iterativo, se obtiene una matriz de condensación $R^{(i)}$, de rigidez reducida $K^{(i)}$ y de masa reducida $M^{(i)}$ para cada iteración. Los autovalores del modelo reducido se comparan en cada iteración i con respecto aquellos de la iteración anterior $i - 1$ tal que su variación sea menor que un error ϵ permitido.

$$\left| \frac{\lambda_j^{(i)} - \lambda_j^{(i-1)}}{\lambda_j^{(i)}} \right| \leq \epsilon \quad j = 1, 2, \dots, m \quad (10)$$

IV. COMPARACIÓN DE MODELOS REDUCIDOS

La comparación entre los modelos resultantes de la reducción y el modelo completo se realiza en función de los parámetros modales: formas modales, periodos modales y factores de participación. Se forma una terna de errores (ϵ_ϕ , ϵ_τ , ϵ_{fp}).

Los errores se obtienen comparando los primeros m modos de vibración del modelo real con respecto a los modos de vibración del modelo reducido. El error ϵ_ϕ se obtiene de proyectar cada una de las m formas modales del modelo reducido $\phi_{mr} = [\phi_{r1}, \phi_{r2}, \dots, \phi_{rm}]$ con respecto a las primeras m formas modales del modelo completo $\phi_{mc} = [\phi_{c1}, \phi_{c2}, \dots, \phi_{cm}]$. Esto se aplica de la misma forma para los errores ϵ_τ y ϵ_{fp} . Cabe mencionar que la dimensión ϕ_{mr} no es igual a la de ϕ_{mc} por lo cual se realiza una extrapolación o interpolación de ϕ_{mr} . Como resultado, se generan los errores:

$$\epsilon_\phi = \|\phi_{mr} - \phi_{mc}\| \quad (11)$$

$$\epsilon_\tau = \|\tau_r - \tau_c\| \quad (12)$$

$$\epsilon_{fp} = \|fp_r - fp_c\| \quad (13)$$

para cada una de las C_n^m combinaciones de selección de GDLM durante la reducción.

Las formas modales, completas y reducidas, se encuentran normalizadas con respecto a su primer elemento, lo cual genera factores de participación normalizados. Los periodos se normalizan con respecto al periodo $\tau_0 = 1/f_{mc}^{(0)}$ del modelo completo.

Los errores son ponderados por medio de tres coeficientes α_1 , α_2 y α_3 y se suman para generar una distancia d :

$$d = \alpha_1 \epsilon_\phi + \alpha_2 \epsilon_\tau + \alpha_3 \epsilon_{fp} \quad (14)$$

Los errores de desplazamiento en los m GDLM se obtienen de acuerdo a la siguiente función:

$$\tilde{x}_m = \sum_{i=1}^m \frac{\|x_{mr}^{(i)} - x_{mc}^{(i)}\|}{\|x_{mc}^{(i)}\|} \quad (15)$$

donde i representa cada uno de los m pisos de la estructura de acuerdo a la selección de GDLM. Es decir, se obtiene la norma del error en los desplazamientos y se divide entre la norma del desplazamiento real.

La norma de distancia $|d - \tilde{x}_m|$ se ajusta por medio de mínimos cuadrados para cada una de las combinaciones C_n^m . Esto permite ajustar los coeficientes asociados a los errores en los parámetros modales.

V. SIMULACIÓN NUMÉRICA

Los primeros resultados son entorno a un edificio de seis pisos cuyos datos (Jimenez, 2006) corresponden a:

$$m = [98,3, 98,3, 98,4, 97,4, 92,5, 90,2] \quad [kg]$$

$$c = [120, 120, 127, 118, 125, 118] \quad [Ns/m]$$

$$k = [5,1, 4,48, 5,16, 8,78, 5,89, 5,7] * 10^5 \quad [N/m]$$

La Fig. 3 muestra sus formas modales, la Tab. I las frecuencias en Hz y los factores de participación asociados a cada modo de vibración que se obtienen de aplicar una señal unitaria ci en cada piso y de acuerdo a la siguiente expresión: $fp = (\phi^T M ci) / (\phi^T M \phi)$.

La excitación sísmica corresponde al sismo de la ciudad de Santiago, Chile ocurrido en 1985 con aceleraciones pico de $2[m/s^2]$. La Fig. 2 muestra la aceleración y su espectro frecuencial.

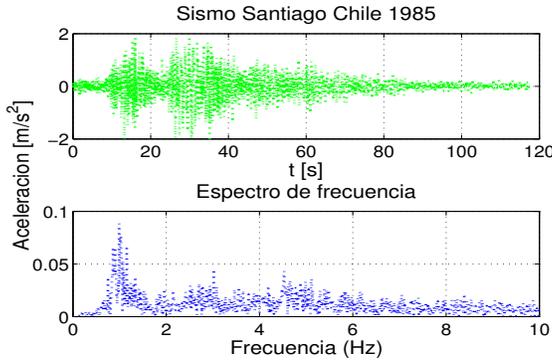


Figura 2. Sismo Santiago, Chile. 1985

La Tab. II muestra los errores en los desplazamientos para las primeras tres combinaciones de GDLM que generan un error menor con respecto a las demás. Se añade al final de cada renglón el error promedio para las C_n^m combinaciones en la selección de GDLM.

Los resultados de los métodos de reducción se ordenan de la siguiente forma: en la Tab. III se muestran los errores promedio en formas modales, periodos y factores de participación. También, se muestran los coeficientes de ponderación después del ajuste por mínimos cuadrados. La Tab. IV muestra las frecuencias promedio recuperadas con cada método y su desviación estándar. La Tab. V corresponde

TABLA I
FRECUENCIAS Hz Y FACTORES DE PARTICIPACIÓN MC

f_1	2,86	fp_1	0,3248
f_2	8,92	fp_2	0,2417
f_3	13,57	fp_3	0,2580
f_4	18,41	fp_4	0,1522
f_5	20,92	fp_5	0,0226
f_6	25,76	fp_6	0,0006

a las frecuencias recuperadas y su error asociado al comparlas con las frecuencias reales, considerando la selección de GDLM que genera un menor error en los desplazamientos.

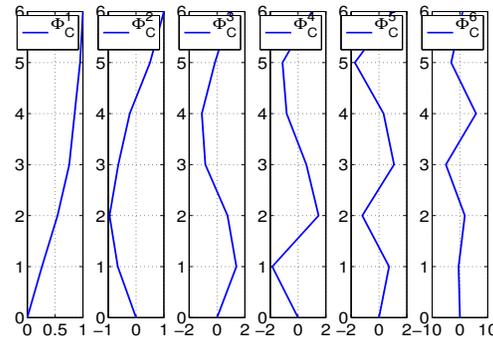


Figura 3. Formas modales del modelo completo

Los resultados muestran una mínima ventaja del método de reducción por mínimos cuadrados el cual puede funcionar en línea y no requiere conocer los parámetros reales de la estructura a diferencia de los otros métodos. La Tab. II muestra un error promedio en los desplazamientos de 7.5 % en comparación a 11.8 % y 67.95 % para, respectivamente, la reducción iterativa y de Guyan. Esto implica que independientemente de la selección de GDLM se espera tener un menor error en los desplazamientos empleando el método de reducción por mínimos cuadrados. Las frecuencias recuperadas con mínimos cuadrados y condensación iterativa corresponden a las tres primeras frecuencias del modelo real, siendo la

TABLA II
COMBINACIONES/ERROR Y ERROR PROMEDIO

Guyan			
1,2,3	1,4,5	1,3,4	\tilde{x}_m
25.5	34.4	36.5	67.95
Iterativa			
2,5,6	1,3,4	3,5,6	\tilde{x}_m
3.1	5.0	5.3	11.88
Mínimos Cuadrados			
1,2,5	1,4,6	2,3,6	\tilde{x}_m
2.7	3.3	5.0	7.59

TABLA III
ERRORES EN ϕ , τ Y f_p

Condensación	$\alpha_1 \phi$	$\alpha_2 \tilde{\tau}$	$\alpha_3 \tilde{f}_p$
Guyan	(0.002) 5.01	(0.83) 0.62	(0.54) 0.34
Iterativa	(0.01) 2.2	(0.99) 0.01	(0.01) 0.32
MC	(0.48) 2.4	(0.60) 0.10	(0.87) 0.23

TABLA IV
FRECUENCIA PROMEDIO Y DESVIACIÓN ESTÁNDAR (\bar{f} , s^2)

Guyan	Iterativa	MC
5,36 - 1,71	2,86 - 0,003	2,85 - 0,007
17,21 - 1,90	9,06 - 0,135	7,79 - 0,66
20,76 - 1,00	13,90 - 0,337	11,27 - 0,96

reducción iterativa más eficiente. La frecuencia fundamental se recupera con un error menor a 0.10 %, altamente aceptable.

TABLA V
FRECUENCIAS/ERRORES

Guyan	Iterativa	MC
3,06 - 7,1	2,86 - 0,01	2,86 - 0,08
12,25 - 37,2	8,93 - 0,09	6,73 - 24,50
19,24 - 41,7	13,6 - 0,26	11,23 - 17,26

Los coeficientes asociados a los errores en los parámetros modales indican que el error en los periodos y factores de participación son los que más peso tienen durante el proceso de reducción.

Las combinaciones C_n^m para la selección de GDLM generan normas de distancia d que presentan un comportamiento lineal con respecto al error en los desplazamientos \tilde{x}_m . La Fig. 4 muestra el caso para la condensación iterativa y la Fig. 5 para el método de mínimos cuadrados, la correlación es 0.8. Cada punto representa un error en los parámetros modales y en los desplazamientos para una combinación de selección de GDLM. Por cuestión de espacio, las primeras tres combinaciones se muestran en la Tab. II.

Las combinaciones en la selección de GDLM que presentan un menor error en los desplazamientos son: (1,2,3), (2,5,6) y (1,2,5) para Guyan, condensación iterativa y mínimos cuadrados. Esto muestra que la selección de GDLM corresponde al caso práctico donde se selecciona un piso bajo de la estructura, uno intermedio y el último. Las figuras 6-10 muestran el desplazamiento en el primer y último piso de acuerdo a las combinaciones que generan un menor error en cada algoritmo de condensación, excepto el piso inferior para la reducción de Guyan. En condensación iterativa, la respuesta es marginalmente estable, al considerar no amortiguada la estructura. En la parte superior se reproduce el desplazamiento del modelo original y en la parte inferior la norma del error $\|\tilde{x}_m\|$.

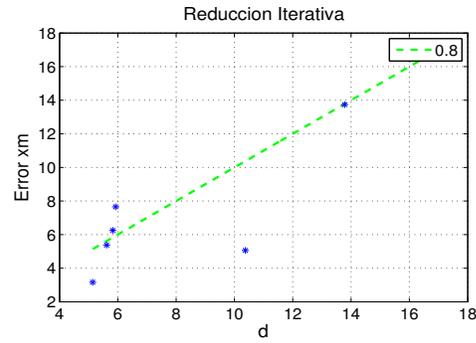


Figura 4. Ajuste de mínimos cuadrados $|d - x_m|$

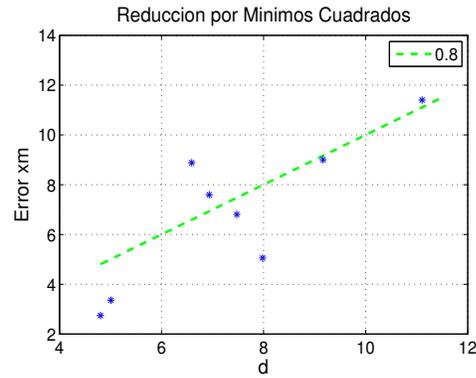


Figura 5. Ajuste de mínimos cuadrados $|d - x_m|$

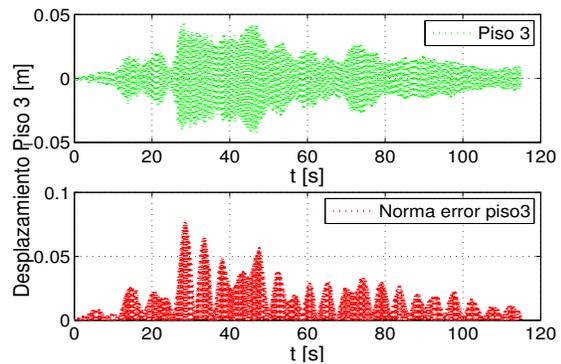


Figura 6. Guyan. Desplazamiento y $\|Error\|$. Piso 3

VI. CONCLUSIONES

Se propone un método sistemático para determinar los grados de libertad maestros en la reducción de modelos de edificios. El método compara una norma que depende de los parámetros modales con los desplazamientos del modelo completo y el reducido en los grados de libertad maestros. Se comparan los métodos de Guyan, condensación iterativa y mínimos cuadrados. Los errores en los desplazamientos y en

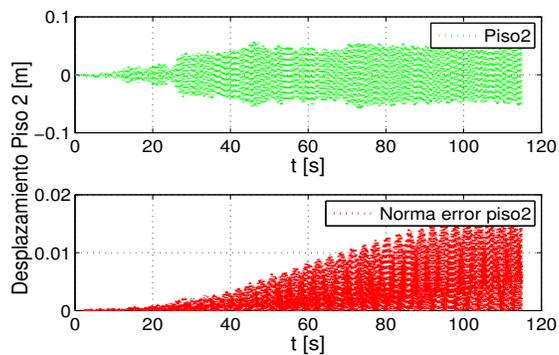


Figura 7. Iterativa. Desplazamiento y $\|Error\|$. Piso 2

la recuperación de la frecuencia fundamental muestran que el método por mínimos cuadrados es tan eficiente como el método de condensación iterativa. La ventaja del algoritmo de mínimos cuadrados es que no requiere conocer con anticipación la información paramétrica de la estructura al tiempo que este es implementable en línea al contrario del método iterativo de condensación. El único ajuste que requiere el algoritmo de mínimos cuadrados es el de la matriz de covarianza lo cual se logra comparando la aceleración real contra la estimada en los GDLM. La forma de comparar los modelos afecta el resultado en cuanto a los errores obtenidos y los coeficientes de ponderación. Sin embargo, el procedimiento mantiene resultados muy similares en cuanto a la selección de GDLM que se sugiere tomar en cuenta para la condensación del modelo de un edificio. El método de mínimos cuadrados necesita que la excitación sea persistente para garantizar la convergencia de los parámetros estimados. Así mismo, se requiere un modelo de referencia para aplicar el algoritmo. El trabajo a futuro corresponde a analizar el caso donde la excitación es ruido ambiental, obteniendo con ello una pre-estimación de parámetros lo cual permitiría aplicar el algoritmo. También, se piensa extrapolar el procedimiento para una estructura donde cada piso tiene tres grados de libertad: dos desplazamientos lineales y uno rotacional.

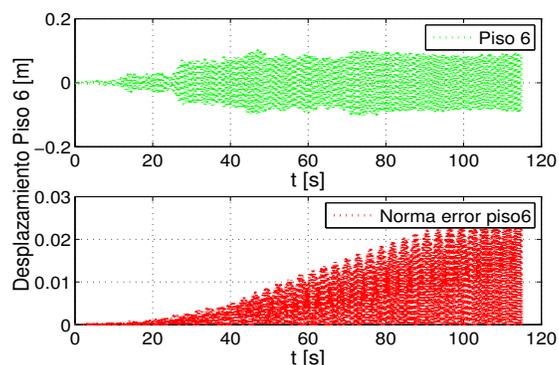


Figura 8. Iterativa. Desplazamiento y $\|Error\|$. Piso 6

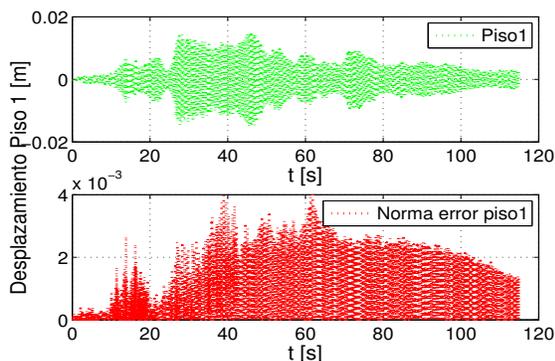


Figura 9. MC. Desplazamiento y $\|Error\|$. Piso 1

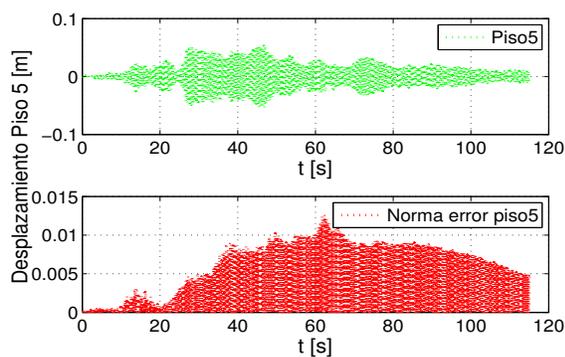


Figura 10. MC. Desplazamiento y $\|Error\|$. Piso 5

REFERENCIAS

- Friswell, M. and Penny, J. and Garvey, S. 2000. Model Reduction For Structures With Damping And Gyroscopic Effects. *Proceedings of the 2000 ISMA25 International Noise and Vibration Engineering Conference*, 1151–1158.
- Gildin, E. 2006. Model and Controller Reduction of Large-Scale Structures Based on Projection Methods. *Tesis de Doctorado en Ingeniería, University of Texas at Austin*.
- Guyan, R.J. 1965. Reduction of Stiffness and Mass Matrices. *AIAA Journal* **3**, 111–128.
- Jiménez R. 2006. Observadores adaptables para edificios con amortiguadores magnetoreológicos. *Tesis de Maestría Universidad Nacional Autónoma de México*.
- Jung, Y.K. and Qu, Z.Q. and Jung, D.S. 2004. Structural Dynamic Condensation Method with an Iterative Scheme. *KSCE Journal of Civil Engineering* **8**, 205–2011.
- Li, L. and Paganini, F. 2002. LMI approach to structured model reduction via coprime factorizations. *Proceedings of the 2002 American Control Conference*, 1174–1179.
- Koutsovasilis, P. and Beitelshmidt, M. 2008. Comparison of model reduction techniques for large mechanical systems. *Multibody System Dynamics*, 111–128.
- Qu, Z. and Fu, Z. 2000. An Iterative Method for Dynamic Condensation of Structural Matrices. *Mechanical systems and Signal Processing* **14**, 667–678.
- Polyuga, R. V. and Van der Schaft, A. 2010. Structure preserving model reduction of port-Hamiltonian systems by moment matching at infinity. *Automatica* **46**, 665–672.