

# Modelado de un Motor de Inducción con su Sistema de Control usando el Método de Elemento Finito

Víctor M. Jiménez-Mondragón, Felipe González-Montañez, Rafael Escarela-Pérez, Eduardo Campero-Littlewood, Irvin López-García, Juan C. Olivares-Galván

**Resumen**—En este trabajo se presenta la simulación numérica acoplada *campo-circuito* por elementos finitos de un motor de inducción jaula de ardilla de 10 Hp con su control de velocidad. El modelo acoplado incorpora el efecto electromagnético del motor en 2D, y considera los aspectos físicos de la máquina y la no linealidad de los materiales magnéticos. La respuesta electromecánica del motor se controla a través de la estrategia conocida como *campo orientado* que permite la regulación de flujo magnético y seguimiento de velocidad. Se considera un análisis transitorio de los campos magnéticos y de las variables electromecánicas desde una condición en vacío hasta una condición de plena carga, con una regulación de flujo constante.

**Palabras claves:** Acoplamiento Débil, Elemento Finito, Motor de Inducción, Control Directo por Campo Orientado.

## I. INTRODUCCIÓN

Durante décadas pasadas, el cálculo numérico de campos magnéticos se ha convertido en un estándar para el diseño y análisis de máquinas eléctricas. Al mismo tiempo, el control de máquinas eléctricas hoy en día es una demanda común para un sin número de aplicaciones industriales. El diseño de controladores y máquinas eléctricas se ha realizado por separado tradicionalmente, pero la demanda en el incremento de la eficiencia de estos sistemas a un bajo costo ha promovido el proceso de diseño combinado [1]-[4], especialmente en controladores para motores de gran capacidad y generadores de velocidad variable. En tal caso, se opta por un ambiente de simulación combinado, donde el análisis de campos magnéticos se acopla con circuitos externos donde se acondicionen las señales de alimentación en las máquinas eléctricas, para realizar las tareas de control de velocidad, y regulación de flujo.

El Método de Elementos Finitos (MEF) se ha convertido en una de las herramientas numéricas más empleadas en la solución de problemas de valor a la frontera [5]. Para motores de inducción, el MEF permite resolver las ecuaciones de Maxwell específicamente formuladas para modelar el comportamiento electromagnético de estas máquinas. Los resultados que se obtienen reflejan condiciones más reales de operación del motor, ya que la solución tiene la ventaja de

considerar la no linealidad de los materiales magnéticos, y básicamente puede representarse cualquier forma geométrica, ya sea en dos o tres dimensiones.

Además del análisis y diseño del motor, el control de velocidad y regulación de flujo en la máquina de inducción es de interés industrial, debido a los múltiples procesos en los que se encuentra embebida. Actualmente se cuenta con diferentes estrategias que permiten realizar el control de las máquinas de inducción: Control Proporcional Integral Derivativo [6], Control Indirecto por Campo Orientado [7], Control Escalar [8], Control Directo de Par [9], Control Basado en Pasividad [10], Control Directo por Campo Orientado [11]. Estos controladores se proponen a partir del modelo *espacio-estado* del motor de inducción que considera suposiciones como: a) saturación despreciable en el material magnético, b) pérdidas por corrientes de remolino y pérdidas por histéresis despreciables y c) las ranuras del estator no impactan en el par que entrega la máquina [7], [12].

El comportamiento del motor de inducción está estrechamente relacionado con la acción combinada del motor y de su sistema de control, ya que están íntimamente acoplados físicamente uno con el otro. Sin embargo, el diseño convencional del motor y de su sistema de control mediante modelos de parámetros concentrados, no trata con rigor todos los efectos físicos entre estos dos sistemas al reducir la realidad electromagnética de la máquina a una aproximación simplista [7]. Por otro lado, en el análisis del motor mediante el MEF clásico, se considera con detalle la geometría y la no linealidad magnética de la máquina, pero no la parte del control. El planteamiento de una simulación acoplada *MEF-circuitos-sistema mecánico*, refleja condiciones de comportamiento práctico del motor de inducción y los resultados permitirían mejorar los procesos industriales.

En este trabajo precisamente se considera un modelo de elementos finitos a detalle de la máquina de inducción, junto con una estrategia de control Directo por Campo Orientado propuesta recientemente [11]. Los resultados de esta estrategia han sido validados experimentalmente en [13]. Con la interfaz de comunicación con las que se conectan los programas de simulación utilizados en este trabajo; Maxwell v15 [14] y Simplorer v10 [15], es posible obtener un modelo acoplado de los sistemas magnético, eléctrico, mecánico y de control, permitiendo realizar estudios de control cuyos resultados son muy cercanos al comportamiento físico del sistema acoplado.

Víctor M. Jiménez-Mondragón, Felipe González-Montañez, Rafael Escarela-Pérez, Eduardo Campero-Littlewood, Irvin López-García, Juan C. Olivares-Galván, trabajan en la UAM-Azcapotzalco, A.P. 02200 México D.F., MEXICO.vmjml1986@gmail.com, fjgm@correo.azc.uam.mx, r.escarela@ieee.org, ecl@correo.azc.uam.mx, irvinlopez@yahoo.com, jolivare\_1999@yahoo.com

## II. MODELO ELECTROMAGNÉTICO DEL MOTOR DE INDUCCIÓN EN 2-D

Sin tener pérdida de generalidad, un dominio en 2-D de un dispositivo electromagnético de baja frecuencia está constituido por regiones no conductoras, así como por un número arbitrario de conductores filamentosos y subdominios de conductores sólidos. Las ecuaciones de Maxwell llevan al siguiente tipo de ecuación de difusión no lineal en este dominio:

$$\nabla \cdot \nu \nabla A = -J_f - J_s = -J_f + \sigma \left( \nabla V + \frac{\partial A}{\partial t} \right) \quad (1)$$

si se desprecia la corriente de desplazamiento y las cargas libres y si la densidad de campo magnético  $\mathbf{B}$  y la intensidad de campo magnético  $\mathbf{H}$  están estrictamente contenidas en un plano.  $A$ ,  $J_f$ ,  $J_s$ ,  $V$ ,  $\nu$  y  $\sigma \in \mathbb{R}$ , son el potencial magnético vectorial (función independiente de la coordenada espacial perpendicular al plano en que está definido  $\mathbf{B}$  y  $\mathbf{H}$ ), la densidad de corriente en regiones con conductores filamentosos (devanados del estator), la densidad de corriente no uniforme en regiones con conductores sólidos (barras de la jaula de ardilla del rotor), el potencial eléctrico a través de los conductores, la reluctividad del material magnético, y la conductividad del material eléctrico, respectivamente. Notesé que, para un dominio en 2-D, el término  $\nabla V$  se reduce a la componente en  $z$   $dV/dz$ ,  $\nabla A = \left( \frac{\partial A}{\partial x} \right) \hat{i} + \left( \frac{\partial A}{\partial y} \right) \hat{j}$  y  $\nabla \cdot \nu \nabla A = \left( \frac{\partial}{\partial x} \right) \nu \left( \frac{\partial A}{\partial x} \right) + \left( \frac{\partial}{\partial y} \right) \nu \left( \frac{\partial A}{\partial y} \right)$ . La ecuación (1) se puede reescribir como [17]

$$\begin{aligned} \nabla \cdot \nu \nabla A &= 0 \quad \text{en } \Omega_{nc} \\ \nabla \cdot \nu \nabla A &= -J_f \quad \text{en } \Omega_{fil} \\ \nabla \cdot \nu \nabla A &= -J_s = \sigma \left( \nabla V + \frac{\partial A}{\partial t} \right) \quad \text{en } \Omega_{sol} \end{aligned} \quad (2)$$

donde,  $\Omega_{nc}$ ,  $\Omega_{fil}$  y  $\Omega_{sol}$  son los dominios de los materiales no conductores, conductores filamentosos y conductores sólidos, respectivamente. Cabe resaltar que en una máquina de inducción hay un gran número de regiones no conductoras, y conductores filamentosos y sólidos desarticuladas. La forma del sistema (2) no es tratable directamente para acoplar con circuitos externos y requiere de una mayor manipulación. El término  $\nabla V$  es un valor constante [16], por lo tanto el potencial eléctrico escalar varía linealmente a lo largo del conductor. De esta forma,  $\nabla V = \left( \frac{dV}{dz} \right) = -\left( \frac{v_s}{d_s} \right)$ , donde  $v_s$  es la diferencia de potencial en un conductor sólido y  $d_s$  es la longitud del conductor sólido. La corriente total  $i_s \in \mathbb{R}$  para toda región en los diferentes conductores sólidos  $\Omega_{sol}^s$  de  $\Omega_{sol}$  se puede obtener de la siguiente ecuación:

$$i_s = v_s \int_{\Omega_{sol}^s} \frac{\sigma}{d_s} d\Omega - \frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega_{sol}^s} \sigma A d\Omega = \frac{v_s}{r_s} - \sigma \frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega_{sol}^s} A d\Omega$$

donde  $1/r_s = \int_{\Omega_{sol}^s} (\sigma/d_s) d\Omega$  es la resistencia en corriente directa del conductor sólido. Notesé que pueden existir varios conductores de diferentes conductividades en  $\Omega_{sol}$ , pero  $\sigma$  se asume constante en cada conductor. Despejando  $v_s$  de la ecuación anterior se obtiene

$$v_s = r_s i_s + d_s \frac{\partial}{\partial t} \frac{\int_{\Omega_{sol}^s} A d\Omega}{S_s}, \quad (3)$$

donde  $S_s \in \mathbb{R}$  es el área de la sección transversal del conductor sólido.

La densidad de corriente  $J_f$  en una cierta región con conductor filamento  $\Omega_{fil}^f$  de  $\Omega_{fil}$  se distribuye de manera uniforme sobre el área  $S_f \in \mathbb{R}$  de esta sección transversal. Si hay  $n_f \in \mathbb{R}$  conductores filamentosos conectados en serie,  $J_f$  se puede calcular con la corriente  $i_f \in \mathbb{R}$  que circula por los conductores como  $J_f = (n_f i_f / S_f)$ . La expresión del voltaje  $v_f \in \mathbb{R}$  para conductores filamentosos se obtiene directamente de la Ley de Faraday, la cual para un sistema de  $n_f$  conductores filamentosos conectados en serie se puede expresar como

$$v_f = r_f i_f + d_f n_f \frac{\partial}{\partial t} \frac{\int_{\Omega_{fil}^f} A d\Omega}{S_f} \quad (4)$$

donde,  $d_f \in \mathbb{R}$  es la longitud del conductor filamento y  $r_f \in \mathbb{R}$  es la resistencia total de los  $n_f$  conductores filamentosos conectados en serie. Si se sustituye (3) y  $J_f = (n_f i_f / S_f)$  en (2) se obtiene:

$$\begin{aligned} \nabla \cdot \nu \nabla A &= 0 \quad \text{en } \Omega_{nc} \\ \nabla \cdot \nu \nabla A &= -\frac{n_f i_f}{S_f} \quad \text{en } \Omega_{fil}^f \\ \nabla \cdot \nu \nabla A &= \sigma \frac{\partial A}{\partial t} - \sigma \frac{\partial}{\partial t} \frac{\int A d\Omega}{S_s} - \frac{i_s}{S_s} \quad \text{en } \Omega_{sol}^s \end{aligned} \quad (5)$$

El modelo de campo electromagnético como se presentó en (1), se conoce usualmente como formulación  $A - V$  en 2-D. Por otra parte, del sistema equivalente dado en (5) se ha eliminado la presencia de  $V$  y esta formulación puede ser referida simplemente como  $A$  en 2-D.

## III. CONTROL DIRECTO DEL MOTOR DE INDUCCIÓN

Considere el siguiente modelo del motor de inducción en un marco de referencia fijo al estator (ver [7] y [18] para más detalles del mapeo de las corrientes y flujos a un marco de referencia bifásico):

$$\begin{aligned}
\frac{d\omega}{dt} &= \frac{n_p L_{sr}}{J_m L_r} (\lambda_a i_b - \lambda_b i_a) - B\omega - \frac{\tau_L}{J_m} \\
\frac{d\lambda_a}{dt} &= -\frac{R_r}{L_r} \lambda_a - n_p \omega \lambda_b + \frac{R_r}{L_r} L_{sr} i_a \\
\frac{d\lambda_b}{dt} &= -\frac{R_r}{L_r} \lambda_b + n_p \omega \lambda_a + \frac{R_r}{L_r} L_{sr} i_b \\
\frac{di_a}{dt} &= \frac{L_{sr} R_r}{\sigma L_s L_r^2} \lambda_a + \frac{n_p L_{sr}}{\sigma L_s L_r} \omega \lambda_b - \gamma i_a + \frac{v_a}{\sigma L_s} \\
\frac{di_b}{dt} &= \frac{L_{sr} R_r}{\sigma L_s L_r^2} \lambda_b - \frac{n_p L_{sr}}{\sigma L_s L_r} \omega \lambda_a - \gamma i_b + \frac{v_b}{\sigma L_s}
\end{aligned} \quad (6)$$

donde  $\omega$  es la velocidad angular del eje,  $i_a$ ,  $i_b$  son las corrientes de estator,  $\lambda_a$ ,  $\lambda_b$  son los encadenamientos de flujo,  $v_a$ ,  $v_b$  son las entradas de voltaje,  $\tau_L$  es el par de carga. También se definen los siguientes constantes auxiliares en términos de los parámetros de la máquina:  $\gamma = \left( \frac{L_{sr}^2 R_r + L_r^2 R_s}{\sigma L_s L_r^2} \right)$  y  $\sigma = 1 - \frac{L_{sr}^2}{L_r L_s}$ .

#### A. Propiedades de Desacoplamiento

El modelo del motor de inducción (6) tiene una propiedad de desacoplamiento a partir de las ecuaciones dinámicas. Si se expresan los encadenamientos de flujo  $\lambda_a$  y  $\lambda_b$  en coordenadas polares:  $\lambda = |\lambda| e^{j\phi}$ , se pueden reescribir las tres primeras ecuaciones del sistema (6) en términos de la magnitud del flujo al cuadrado  $|\lambda|^2$  y del ángulo  $\phi = \arctan\left(\frac{\lambda_b}{\lambda_a}\right)$  de la siguiente manera,

$$\begin{aligned}
J_m \frac{d\omega}{dt} &= \frac{n_p L_{sr}}{L_r} \Im \left( i \bar{\lambda} \right) - B\omega - \tau_L \\
\frac{d}{dt} |\lambda|^2 &= -2 \frac{R_r}{L_r} |\lambda|^2 + 2 \frac{R_r L_{sr}}{L_r} \Re \left( i \bar{\lambda} \right) \\
L_r \frac{d}{dt} \phi &= n_p L_r \omega + \frac{1}{|\lambda|^2} R_r L_{sr} \Im \left( i \bar{\lambda} \right) \\
\frac{di_a}{dt} &= \frac{L_{sr} R_r}{\sigma L_s L_r^2} \lambda_a + \frac{n_p L_{sr}}{\sigma L_s L_r} \omega \lambda_b - \gamma i_a + \frac{v_a}{\sigma L_s} \\
\frac{di_b}{dt} &= \frac{L_{sr} R_r}{\sigma L_s L_r^2} \lambda_b - \frac{n_p L_{sr}}{\sigma L_s L_r} \omega \lambda_a - \gamma i_b + \frac{v_b}{\sigma L_s}
\end{aligned} \quad (7)$$

donde  $i = i_a + j i_b$ ,  $\lambda = \lambda_a + j \lambda_b$  y  $\bar{\lambda}$  es el conjugado de  $\lambda$ . De esta manera se puede ver que las dos primeras ecuaciones del sistema (7) muestran propiedades de desacoplamiento: La parte mecánica del sistema, representada por la ecuación de la velocidad angular, está gobernada por  $\Im(i\bar{\lambda})$ , mientras que la parte electromagnética, representada por la ecuación de la magnitud del flujo al cuadrado, está gobernada por  $\Re(i\bar{\lambda})$ .

En consecuencia si se consideran las corrientes como una entrada de control auxiliar, en principio se puede controlar independientemente cada una de las variables  $\omega$ , y  $|\lambda|^2$ . Este hecho da origen al control indirecto clásico por campo orientado explorado y utilizado en [19] y en [?].

Para descartar la idea tradicional del control por campo orientado de doble lazo, se utiliza una estrategia de control directo, donde el voltaje controla directamente las variables

$\omega$  y  $|\lambda|^2$ , sin tener la necesidad de pasar por un lazo externo de corrientes [11].

Para obtener la estrategia de control de un solo lazo, se derivan las dos primeras ecuaciones del sistema (7) y aparecen los voltajes de entrada de control  $v$  como se muestra en las siguientes ecuaciones:

$$\begin{aligned}
\frac{d^2\omega}{dt^2} &= \frac{n_p L_{sr}}{J_m L_r L_s \sigma} \Im \left( v \bar{\lambda} \right) + \xi(\cdot) \\
\frac{d^2}{dt^2} |\lambda|^2 &= \frac{2 R_r L_{sr}}{L_r L_s \sigma} \Re \left( v \bar{\lambda} \right) + \xi(\cdot, \tau_L)
\end{aligned} \quad (8)$$

donde,

$$\begin{aligned}
\xi_\omega(\cdot) &= \frac{n_p L_{sr}}{L_r} \left[ \left( \frac{R_r}{L_r} - \sigma \right) \Im \left( i \bar{\lambda} \right) \right. \\
&\quad \left. - n_p \omega \Re \left( i \bar{\lambda} \right) - \frac{n_p}{L_s L_r \sigma} \omega |\lambda|^2 \right] - B\dot{\omega} - \dot{\tau}_L \\
\xi_\lambda(\cdot) &= \left( \frac{4 R_r^2}{L_r^2} + \frac{2 R_r^2 L_{sr}^2}{L_s \sigma L_r^3} \right) |\lambda|^2 + \left( \frac{2 R_r^2 L_{sr}^2}{L_r^2} \right) i^2 \\
&\quad + \left( \frac{-6 R_r^2 L_{sr}}{L_r^2} - \frac{2 R_r \gamma L_{sr}}{L_r} \right) \Re \left( i \bar{\lambda} \right) \\
&\quad + \left( \frac{2 R_r L_{sr} n_p}{L_r} \right) \omega \Im \left( i \bar{\lambda} \right)
\end{aligned}$$

Es interesante ver que las ecuaciones del sistema (8) tiene la misma propiedad de desacoplamiento que (7), pero ahora los términos involucrados son los voltajes del estator. De esta manera se puede aplicar el control directo del motor de inducción.

#### B. Control de Voltaje de Estator por Campo Orientado

Utilizando la misma idea del control por campo orientado, de hacer una proyección directa y de cuadratura de un control auxiliar  $u$  de la forma:

$$v = \begin{pmatrix} \lambda \\ |\lambda|^2 \end{pmatrix} u \quad (9)$$

hacia cada componente del flujo, las ecuaciones del sistema (8) se expresan en términos del control auxiliar  $u$

$$\begin{aligned}
\frac{d^2\omega}{dt^2} &= \frac{n_p L_{sr}}{J_m L_r L_s \sigma} u_b + \xi_\omega(\cdot) \\
\frac{d^2}{dt^2} |\lambda|^2 &= \frac{2 R_r L_{sr}}{L_r L_s \sigma} u_a + \xi_\lambda(\cdot)
\end{aligned} \quad (10)$$

El control auxiliar  $u_b$  para el seguimiento de velocidad y el control auxiliar  $u_a$  para la regulación de flujo, se basan en controladores PID (*Proporcional-Integral-Derivativo*) [13]:

$$\begin{aligned}
u_a(t) &= \frac{L_r L_s \sigma}{2 R_r L_{sr}} \left[ -g_p e_\lambda(t) - g_i \int_0^t e_\lambda(t) dt \right. \\
&\quad \left. - g_d \frac{de_\lambda(t)}{dt} + \frac{d^2 |\lambda|^2}{dt^2} \right]
\end{aligned} \quad (11)$$

$$u_b(t) = \frac{JL_r L_s \sigma}{n_p L_{sr}} \left[ -k_p e_\omega(t) - k_i \int_0^t e_\omega(t) dt - k_d \frac{de_\omega(t)}{dt} + \frac{d^2 \omega^*}{dt^2} \right] \quad (12)$$

donde,

$e_\lambda(t) = |\lambda|^2 - |\lambda^*|^2 =$  error en la regulación de flujo

$e_\omega(t) = \omega(t) - \omega^*(t) =$  error en el seguimiento de velocidad

$g_p, g_i, g_d$  ganancia proporcional, integral y derivativa del controlador de flujo, respectivamente.

$k_p, k_i, k_d$  ganancia proporcional, integral y derivativa del controlador de velocidad, respectivamente.

Finalmente, si se sustituyen (11) y (12) en (9) se obtienen los voltajes de estator del motor de inducción

$$v_a = \frac{1}{|\lambda|^2} [|\lambda_a| u_a - |\lambda_b| u_b] \quad (13)$$

$$v_b = \frac{1}{|\lambda|^2} [|\lambda_b| u_a - |\lambda_a| u_b] \quad (14)$$

La convergencia a que se alude implica que el error de seguimiento  $e_\omega$ , y el error de estabilización  $e_\lambda$  convergen asintóticamente a una vecindad tan pequeña como se requiera del origen.

#### IV. MODELO ACOPLADO MOTOR-CONTROLADOR

El análisis del sistema *campo-circuito* se lleva a cabo a través de un *acoplamiento débil* [17], que implica un intercambio de datos entre las ecuaciones de campo del MEF con las ecuaciones de los circuitos externos de alimentación del motor en cada paso de integración. Esto es, del análisis con el MEF se calculan los flujos magnéticos, velocidad y par electromagnético en el motor. Estas son las variables de entrada al sistema de control que hace la tarea de alcanzar los valores deseados. A la salida del controlador se tienen los voltajes de estator del motor que llevan a la máquina a la velocidad de referencia.

Las ecuaciones de acoplamiento entre el sistema *motor-controlador* que se muestra en la figura 1, son la ecuación de campo (5) y la ecuación de voltaje en conductores filamentosos (4). Es decir para llevar a cabo los cálculos con el MEF se deben precisar los voltajes de estator de la máquina, con estos valores se resuelve las dos ecuaciones anteriores de forma simultánea para conocer la densidad de corriente y el valor del potencial magnético vectorial en el dominio solución.

Cabe resaltar que en el modelo acoplado no se necesita un observador para estimar los flujos magnéticos en la máquina, ya que a la salida del modelo de elementos finitos se tienen disponibles estas variables de interés.

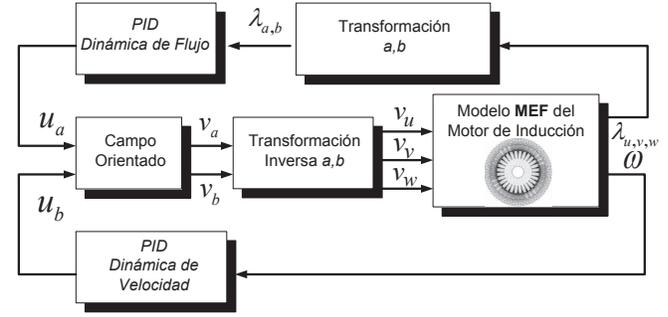


Figura 1. Esquema del modelo acoplado del motor y su sistema de control

Para el análisis transitorio, en el modelo acoplado se debe fijar el paso de integración en el para resolver las ecuaciones de campo del MEF y las ecuaciones algebraicas/diferenciales de los circuitos. En la simulación acoplada, el circuito controla el paso de tiempo a lo largo de toda la simulación, y los resultados del MEF se ajustan con este paso de integración. La precisión de los resultados y el comportamiento del modelo *campo-circuito* dependen de una apropiada elección del paso de integración. Valores más pequeños de paso, arrojan resultados más exactos, pero requieren de un tiempo de procesamiento más largo. Para especificar el paso de tiempo se necesita hacer un balance entre exactitud de los resultados y tiempo de cálculo, para obtener resultados aceptables en un tiempo de procesamiento menor.

#### V. SIMULACIÓN Y ANÁLISIS DE RESULTADOS

El motor de inducción jaula de ardilla que se modela mediante el MEF es una máquina de 2 polos, 7.5 kW, 380 V, motor trifásico conectado en estrella. La máquina tiene 24 ranuras en el estator, y un diámetro interno y externo del núcleo magnético del estator de 120 mm y 212 mm, respectivamente, mientras que el diámetro interno y externo del núcleo magnético del rotor miden 40 mm y 119 mm. El espesor del entrehierro es de 0.5 mm y la profundidad de la máquina es de 125 mm. El estator tiene un devanado de doble capa de 208 vueltas por fase. El rotor tiene una doble jaula de ardilla con 20 barras de aluminio colado. Los núcleos magnéticos del estator y rotor están fabricados de un material ferromagnético no lineal con su punto en el codo de la curva de saturación en 1.61 T con 7000 A/m.

Para las simulaciones se considera que el motor arranca sin carga, y que ésta tiene un incremento suave de 0 a 24.72 N – m, durante un intervalo de 3 s (suave en comparación con la respuesta rápida del controlador para alcanzar los valores deseados que es del orden de ms). El motor no se arranca a plena carga ya que las corrientes serían elevadas. En la práctica se utiliza el método de arranque a voltaje reducido, entre otros, para disminuir la corriente de arranque y no provocar una caída de voltaje súbita en el nodo donde está conectado el motor.

La velocidad angular de referencia,  $\omega^*(t)$ , se define como

una subida suave de 0 a 50  $rad/s$ , durante un intervalo de tiempo de 2  $s$ , seguida de una bajada suave de 50 a 25  $rad/s$ , durante un intervalo de tiempo de 1.8  $s$ . El valor de referencia de la magnitud del flujo se considera como el flujo nominal del motor ( $|\lambda_{max}| = |\lambda|^* = 1.7 \text{ Wb}$ ), con el fin de maximizar el par electromagnético en la máquina a pesar de los requerimientos de trabajar a velocidad variable [?]. Con este valor para la regulación de flujo se asegura que no se rebasen los valores de las corrientes nominales cuando se demanda el par nominal a la máquina.

Las constantes de sintonización asociadas al control PID para la dinámica de la velocidad son:  $k_p = 1.01e4$ ,  $k_i = 5e5$  y  $k_d = 52$ . Y las constantes de sintonización asociadas al control PID para la dinámica de la magnitud del flujo al cuadrado son:  $g_p = 1.002e4$ ,  $g_i = 1e5$  y  $g_d = 12$ .

### A. Respuesta Dinámica del motor

En las Figuras 2 y 3 se muestra el seguimiento de velocidad y la regulación de flujo. Los resultados son aceptables con errores muy bajos (del orden de 0.28  $rad/s$  para el seguimiento de velocidad y 0.007  $Wb$  para la regulación de flujo). En la regulación de flujo en 0.3  $s$ , ya se tiene una convergencia muy cercana del flujo en el motor al flujo de referencia.

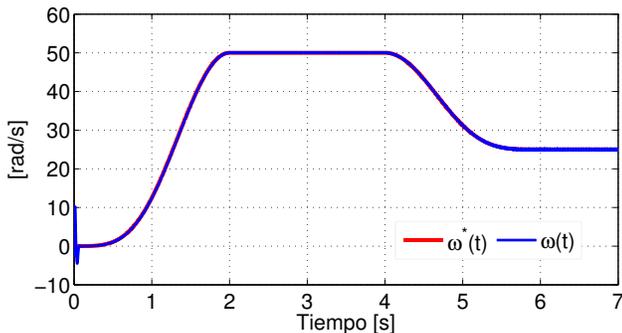


Figura 2. Seguimiento de la trayectoria de la velocidad de referencia

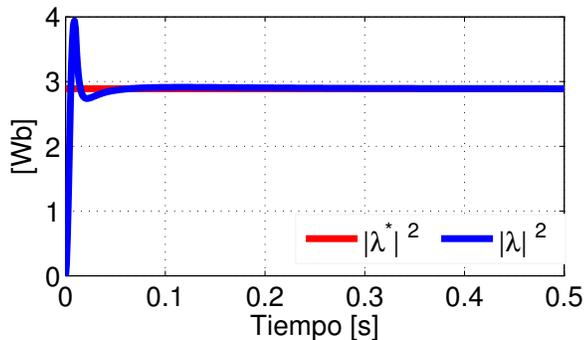


Figura 3. Regulación de la magnitud del flujo al cuadrado

En las Figuras 4 y 5 se muestra el comportamiento de los voltajes y las corrientes de estator, donde se puede

observar que los voltajes se ajustan tanto en magnitud como en frecuencia para poder alcanzar la velocidad de referencia.

En la Figura 5 se observa que conforme aumenta el par de carga aumenta la magnitud de las corrientes en el estator. En el intervalo de tiempo de 2 a 4  $seg$  donde el par de carga es cero, la magnitud pico de las corrientes se mantiene constante en 4.8  $A$ , una vez que la máquina alcanza la operación en estado permanente en este intervalo. De 4 a 7  $s$  el par y el valor pico de las corrientes aumentan hasta alcanzar valores nominales.

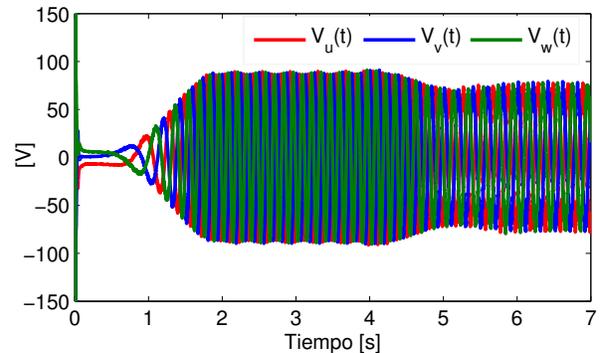


Figura 4. Voltajes de estator en el marco trifásico

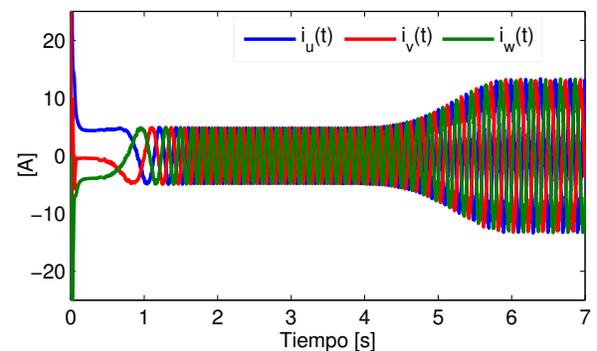


Figura 5. Corrientes de estator en el marco trifásico

En la Figura 6 se muestra el comportamiento del par electromagnético desde que el motor trabaja sin carga hasta que se demanda su carga nominal.

El transitorio del par electromagnético, que tiene una duración de 10  $ms$  y un par máximo  $\tau_{max} = 121 \text{ N} - m$ , se debe al trabajo de control tanto del controlador PID de flujo, como del controlador PID de velocidad, por alcanzar los valores de referencia tan rápido como sea posible.

### B. Campo Magnético Transitorio

En la Figura 7 se muestra la evolución de la penetración del campo magnético en el núcleo magnético del rotor, mediante una serie de gráficos de la densidad de flujo en diferentes instantes de tiempo. De la Figura 7 es importante notar que a pesar de que la máquina opera a su flujo nominal,

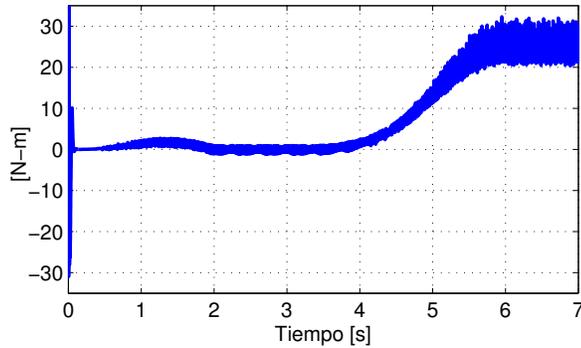


Figura 6. Par electromagnético

cerca de la frontera del núcleo magnético del estator el material magnético no está saturado. El valor máximo de densidad de flujo cerca de la frontera exterior de la máquina que se obtiene del gráfico es  $B_{max} = 1.39 T$  y corresponde al color verde.

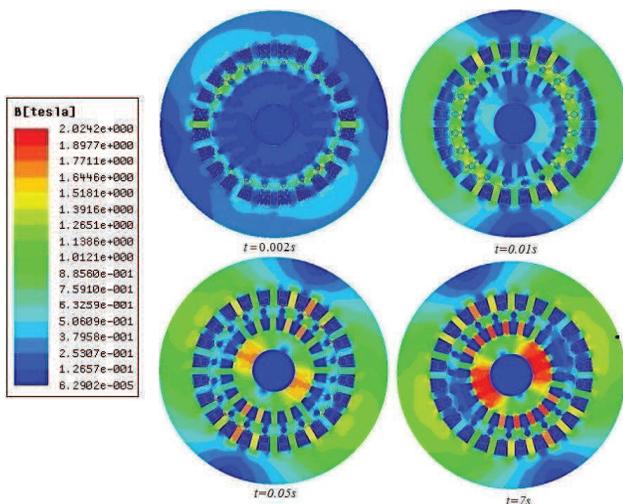


Figura 7. Líneas de campo magnético en diferentes instantes de tiempo

En las Figura 7 se observa que conforme aumenta la magnitud del flujo magnético hasta llegar al flujo de referencia ( $|\lambda^*| = 1.7 Wb$ ), se nota claramente que el campo magnético comienza a penetrar gradualmente el núcleo del rotor (en  $t = 0.002 s$ ) hasta que lo hace por completo (en  $t = 0.3 s$ , tiempo en que se alcanza la referencia de flujo) y a partir de este momento, debido a que la regulación de flujo es constante, se mantiene este comportamiento para todo el tiempo de simulación, independientemente de los requerimientos de velocidad y par de carga variable en el motor.

## VI. CONCLUSIONES

En este artículo se mostró que puede trabajar con un modelo acoplado *campo-circuito* para simular la tarea de control de seguimiento de velocidad y regulación de flujo

con un control directo por campo orientado en un motor de inducción. La simulación se lleva a cabo a través de un acoplamiento débil entre las ecuaciones del MEF que modelan el comportamiento electromagnético de la máquina, y los circuitos de alimentación y control del motor. El modelo acoplado representa un *banco de pruebas virtual* al considerar la física electromagnética de la máquina con el MEF.

Este trabajo ahonda sobre los problemas de control, optimización y diseño de máquinas eléctricas en la práctica moderna, ya que se pueden abordar estos problemas mediante modelos acoplados, y cuando se tienen resultados favorables llevarlos a la práctica para mejorar los requerimientos de los procesos industriales, con la certeza de que van a operar de manera satisfactoria.

## REFERENCIAS

- [1] Ho, S.L., Fu, W. N., Li, H.L., Wong, H.C. and Tan, H. *Performance Analysis of Brushless DC Motors Including Features of the Control Loop in the Finite Element Modeling*. IEEE Transactions on Magnetics, Vol. 37, no. 5, pp. 3370-3374, 2001.
- [2] Bouillant, F. and Marchand, C. *Improvement of servomotors control laws with the help of Finite Element Method*. IEEE Transactions on Magnetics, Vol. 31, no. 3, May 1995.
- [3] Herold, T., Lange, E. and Hameyer, K. *System Simulation of a PMSM Servo Drive Using Field-Circuit Coupling*. IEEE Transactions on Magnetics, Vol. 47, no. 5, pp. 938-941, 2011.
- [4] Seman, S., Niiranen, J., Kanerva, S., Arkkio, A. and Saitz, J. *Performance Study of a Doubly Fed Wind-Power Induction Generator Under Network Disturbances*. IEEE TRANSACTIONS ON ENERGY CONVERSION, Vol. 21, no. 4, pp. 883-890, 2006.
- [5] Bastos, J. P. and Sadowski, N. *Electromagnetics Modelling by Finite Elements Methods*. Marcel Dekker, 2003.
- [6] Åström, K.J. and Häggglund, T. *PID Controllers: Theory, Design, and Tuning*. Instrument society of America, 1995.
- [7] Chiasson, J. *Modeling and High-Performance Control of electric Machines*. Alfaomega, 2005.
- [8] Fitzgerald, A.E., Kingsley, C. and Umans, S. *Máquinas Eléctricas*. McGraw-Hill, Sexta edición, 2004.
- [9] Ponce, P. and Sampé, J. *Máquinas eléctricas y técnicas modernas de control*. Alfaomega, 2008.
- [10] Ortega, R., Loria, A., Niklasson, J. and Sira-Ramírez, H. *Passivity Based Control of Euler-Lagrange Systems*. Springer-Verlag, 1998.
- [11] Sira, H., González, F., Cortés, J. and Luviano, A. *A Robust Linear Field Oriented Voltage Control for the Induction Motor: Experimental Results*. IEEE TRANSACTIONS ON INDUSTRIAL ELECTRONICS, Abril 2012.
- [12] Krause, P.C., Wasynczuk, O., Sudhoff, S.D. and IEEE Power Engineering Society *Analysis of electric machinery and drive systems*. IEEE press Piscataway, NJ, 2002.
- [13] González, F. de J. *Control Directo del Motor de Inducción con Cargas Variables*. Centro de Investigación y Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional, México Df, 2011
- [14] ANSYS CORPORATION *Ansoft Maxwell Field Simulator v15*. 2012.
- [15] ANSYS CORPORATION *Ansoft Simplorer v10*. 2012.
- [16] Bredosian, G. *A new method for coupling finite element field solutions with external circuits and kinematics*. IEEE TRANSACTIONS ON MAGNETICS, Vol. 29, no. 2, pp. 1664-1668, Mar. 1993.
- [17] Escarela, R., Melgoza, E., and Alvarez, J. *Coupling circuit systems and finite element models: a 2-D time-harmonic modified nodal analysis framework*.
- [18] Rouchon, P., and Martin, Ph. *Two simple flux observers for induction motors*. International Journal of Adaptive Control and Signal Processing, Vol. 14, pp. 171-175, 2000.
- [19] Kim, D., Ha, I. and Ko, M. *Control of Induction Motors Via Feedback Linearization with Input-Output Decoupling*. International journal of Control, Vol. 51, no. 4, 1990.