

Reconfiguración del Control Mediante Seguimiento de Trayectoria

E. Alcorta-Garcia, D. San Roman Silva, D. A. Diaz-Romero
Facultad de Ingeniería Mecánica y Eléctrica,
Universidad Autónoma de Nuevo León,
efrain.alcortagr@uanl.edu.mx

Resumen—En este trabajo se presentan dos enfoques diferentes para solucionar el problema de tolerancia de fallas en el control. Dentro de las soluciones consideradas se presenta el seguimiento de trayectoria nominal basado en control óptimo así como una solución no óptima, pero igualmente efectiva. La implementación es realizada de tal forma que el control nominal permanece sin cambio. Las soluciones propuestas son aplicadas al modelo de un helicóptero para ejemplificarlas. © UNAM-AMCA.

Palabras clave: Filtros, sistemas lineales, detección de fallas, observadores.

I. INTRODUCCIÓN

Un área de estudio muy activa dentro del control automático corresponde al estudio de lazos de control con la característica de tolerancia de fallas, como puede ser apreciado en (Blanke *et al.*, 2006), (Isermann, 2006), (Ducard, 2009), (Zhang y Jiang., 2008). La idea principal es la de mantener el proceso en cuestión bajo operación a pesar de la ocurrencia de ciertas fallas. Esto al menos hasta que el mantenimiento pueda ser realizado.

La tolerancia de fallas puede ser lograda en general de dos formas (Blanke *et al.*, 2006). Una primera corresponde al concepto de control tolerante de fallas pasivo y consiste en diseñar el control de tal forma que si se presentan las fallas se garantice un desempeño aceptable. El precio a pagar es en el desempeño global. Robustez frente a fallas implica bajo desempeño en general. Alternativamente existe una segunda opción que corresponde al control activo tolerante de fallas. Esta segunda opción consiste en diseño del control nominal para satisfacer requerimientos de desempeño más una parte de diagnóstico de fallas y una de reconfiguración del control.

Existen en la literatura muchas propuestas de solución al problema de reconfiguración del control en la presencia de fallas, como puede ser apreciado en (Zhang y Jiang., 2008). Dentro de la gama de diferentes enfoques propuestos destaca una familia de métodos alrededor del seguimiento de la trayectoria nominal (Gao y Antsaklis, 1991), (Steffen, 2005), (Staroswiecki *et al.*, 2007). Estos métodos tienen el objetivo común de reconfigurar el control para obtener un sistema cuyo comportamiento sea similar al nominal tanto como sea posible. Este trabajo se enmarca en el concepto de seguimiento de trayectoria nominal.

Los primeros trabajos en el tema son debidos a (Gao y Antsaklis, 1991), en donde la selección de la ley de control

es realizada de tal forma que la matriz del sistema con falla y la nominal sean lo mas parecido posible. Mas tarde, se proponen algunas variantes tendientes a corregir deficiencias. Este tipo de soluciones fueron llamadas métodos de pseudoinversa y un resumen de estos puede ser encontrado en (Steffen, 2005). Un concepto nuevo es introducido, llamado admisibilidad de falla por (Staroswiecki, 2005). Basados en el concepto de admisibilidad de falla, un enfoque de solución interesante fue propuesto en (Staroswiecki *et al.*, 2007), donde se propone una acomodación de la falla progresiva basados en un diseño LQ del control. Mas recientemente, basados en el concepto anterior se propone el objetivo explícito de seguimiento de la trayectoria nominal sobre la base del control óptimo en (Staroswiecki y Cazarang, 2008). La solución propuesta considera un sistema lineal y un problema de regulación al origen. A pesar de lo interesante de la solución antes mencionada hay algunos puntos que pueden ser considerados como tareas pendientes:

- Para la implementación del control reconfigurado, el control nominal requiere ser modificado. Esto es indeseable.
- Sería interesante evaluar la solución para diferentes tipos de señal de referencia, incluyendo señales variantes en el tiempo.
- Incluir el diagnóstico en la implementación del esquema.

El enfoque propuesto considera los dos primeros puntos: se propone una forma novedosa, pero simple de implementar la reconfiguración de tal forma que el control nominal no se vea afectado. Así mismo, se consideran señales de referencia diferentes de cero y variantes en el tiempo. El esquema propuesto es implementado en el modelo reducido de un prototipo de laboratorio que simula a un helicóptero tomado de (Lunze y Steffen, 2006).

Hay ocasiones en los que objetivos de control se contraponen, como es bien conocido por ejemplo al pretender robustez y alto desempeño. En estos casos las acciones de control requeridas para robustez tienen generalmente la acción opuesta a la que se requiere para alto desempeño. De manera semejante, la reconfiguración del control basado en seguimiento de trayectoria nominal pudiera no ser adecuada para todos los casos. Por ejemplo, al ocurrir una falla, e intentar mantener la trayectoria nominal en la salida del

sistema puede implicar riesgos de seguridad, desperdicios fuera de los límites tolerables, e incluso puede llegarse a paros no programados. Las soluciones propuestas en este trabajo no pretenden ser la solución para todos los posibles casos. El trabajo está organizado como sigue: en la siguiente sección se revisa la formulación del problema a ser considerado. En la sección 3 se presenta la solución propuesta, en la sección 4 se describe el modelo utilizado para ejemplificar las soluciones propuestas. En la sección 5 se realiza la aplicación y se discuten los resultados. En la sección 6 se presentan conclusiones del trabajo.

II. FORMULACIÓN DEL PROBLEMA

Este trabajo se enmarca en el contexto de reconfiguración del control para lograr tolerancia frente a fallas. La idea es mostrar el marco en el cual se proponen las soluciones descritas en la introducción. El primer paso es definir falla. Por falla entendemos un cambio en alguno o varios de los parámetros del sistema fuera de los límites de tolerancia aceptados. Note que este tipo de definición de fallas incluye cambios por envejecimiento o bien cambio repentinos debidos a defectos del material entre otras situaciones. Los cambios en los parámetros del sistema producen cambios en los elementos de las matrices que describen al sistema. Para poder representar los cambios consideramos el vector de parámetros del sistema dado por el vector θ . Los parámetros nominales, sin fallas, están representados con un subíndice cero, es decir. θ_0 y el valor actual $\theta = \theta_0 + \Delta\theta$.

Considerar un sistema lineal e invariante en el tiempo

$$\begin{aligned}\dot{x}_n(t) &= A(\theta_0)x_n(t) + B(\theta_0)u_n(t) \\ y_n(t) &= C(\theta_0)x_n(t)\end{aligned}\quad (1)$$

donde $x_n \in \mathbb{R}^n$ es el vector de estado del sistema nominal, $u_n \in \mathbb{R}^p$ es el vector de entradas del sistema nominal, $y_n \in \mathbb{R}^m$ es el vector de salidas del sistema nominal, $A(\theta_0)$, $B(\theta_0)$ y $C(\theta_0)$ son la matriz del sistema nominal, la matriz de entradas nominal y la matriz de salidas nominal del sistema respectivamente y de dimensiones apropiadas.

Cuando ocurre una falla, el sistema nominal cambia al sistema con falla, el cual es representado por

$$\begin{aligned}\dot{x}_f(t) &= A(\theta)x_f(t) + B(\theta)u_f(t) \\ y_f(t) &= C(\theta)x_f(t)\end{aligned}\quad (2)$$

Note que si la ley de control del sistema con falla es una retroalimentación de estado, después de la falla, la ganancia va a ser la misma que en el caso nominal (antes de una reconfiguración del control), pero el estado (o la salida) corresponderá al sistema con falla. Así, $u_n(t)$ puede ser formado como una retroalimentación del estado nominal (o la salida) justo antes de que una falla se presente en el sistema. Después de que se presente una falla y antes de que ocurra la reconfiguración, el control nominal está formado con el estado con fallas (o la salida).

Suponer que el sistema nominal está diseñado para resolver un problema de regulación exacta de la salida

mediante retroalimentación de estado (referencia variante en el tiempo generada mediante un exosistema sin entradas), tal y como es presentado en (Saberi *et al.*, 2000). La ley de control correspondiente está formada por:

$$u_n(t) = Fx_n(t) + Gw(t) \quad (3)$$

donde $w(t)$ es el estado del sistema:

$$\begin{aligned}\dot{w}(t) &= Sw(t) \quad w(0) \in \mathbb{R}^s \\ r(t) &= C_{ew}w(t)\end{aligned}\quad (4)$$

y las matrices F y $G = \Gamma - F\Pi$ satisfacen:

$$\Pi S = A\Pi + B\Gamma \quad (5)$$

$$0 = C\Pi + D\Gamma - C_{ew} \quad (6)$$

con C_{ew} usada por el error de la salida: $y(t) - C_{ew}w(t)$, y S anti-Hurwitz estable.

Cuando una falla ocurre, el desempeño del lazo de control nominal se degrada. Dependiendo del elemento donde se presente la falla y la intensidad, el desempeño resultante puede llegar a ser no aceptable. Una reconfiguración del control se requiere cuando el desempeño está fuera de la banda admisible. Una primera consecuencia es el requerimiento para monitorear el funcionamiento del sistema actual, con la finalidad de poder tomar decisiones acerca de la reconfiguración del control. Un criterio alternativo para decidir cuando aplicar la reconfiguración del control es mediante la intensidad del cambio provocado por la falla en algún elemento determinado. En este caso, el diseño adecuado de un valor de umbral juega un papel muy importante.

El problema considerado es descrito como:

Problema Considerar el sistema (1) y suponer que una falla ocurre en el tiempo t_1 dando como resultado un sistema (2). Determinar una ley de control $u_f(t)$ tal que el índice de desempeño:

$$\begin{aligned}J(u_f) &= h(t_f) + \int_{t_0}^{t_f} g(\tau) d\tau \\ h(t_f) &= \frac{1}{2} [x_f(t_f) - r(t_f)]^T H [x_f(t_f) - r(t_f)] \\ g(\tau) &= \frac{1}{2} [x_f(\tau) - r(\tau)]^T Q [x_f(\tau) - r(\tau)] \\ &\quad + \frac{1}{2} u_f^T(\tau) R u_f(\tau)\end{aligned}\quad (7)$$

es minimizado. Donde $Q = Q^T \geq 0$, $R = R^T > 0$, $H = H^T \geq 0$ y $r(t)$ definido de acuerdo a los requerimientos de desempeño del sistema.

El problema que sirvió de inspiración considera en la formulación del índice de desempeño la ponderación del error de trayectoria así como la diferencia entre la entrada requerida para lograr seguimiento de trayectoria nominal en la presencia de falla y la entrada nominal. Esto trae como consecuencias que se requiera la entrada nominal (y el estado nominal) en la acción de control de reconfiguración. Nuestra propuesta pondera también el error de seguimiento de trayectoria así como la entrada requerida para lograrlo.

Como consecuencia la acción del control de reconfiguración depende del estado del sistema con falla, como se vera más adelante.

III. SOLUCIONES PROPUESTAS

La idea es cumplir el objetivo de control original. En este trabajo se consideran problemas de seguimiento. Con esta base se consideran dos soluciones: una que atiende un criterio óptimo y otra que no lo hace.

III-A. Seguimiento de la referencia

La idea es recalcular la ley de control con miras de satisfacer el seguimiento a la señal de referencia original, sin seguir algún requerimiento óptimo. Un primer paso requerido, y fuera del alcance del presente trabajo, es el de diagnóstico de la falla. Se parte del supuesto de que la información sobre la falla esta disponible para ser utilizada en la reconfiguración del control.

Una vez con la información sobre la falla disponible se procede a diseñar el control para la situación de falla de tal forma que se logre el seguimiento de la trayectoria de referencia. El camino a seguir es semejante al que se siguió para el diseño del control nominal, pero utilizando las matrices actuales (con falla) del sistema. Es decir, $B = B_f, A = A_f$ y se procede a calcular Π_f y Γ_f junto con K_f , donde la ley de control resulta:

$$u_f(t) = -K_f x_f(t) + (\Gamma_f - K_f \Pi_f) w(t) \quad (8)$$

con K_f diseñada tal que la matriz $A_f - B_f K_f$ sea estable.

La implementación debe de considerar que una parte ya esta siendo aplicada mediante el control nominal una vez que ocurre la falla:

$$u_n(t) = -K_n x_f(t) + (\Gamma - K \Pi) w(t) \quad (9)$$

entonces para no tener que modificar el lazo original se propone determinar K_R y G_R , con $G_j = \Gamma_j - K_j \Pi_j$. Para obtener las cantidades con el subíndice R considerar las siguientes ecuaciones:

$$K_R = K_f - K_n \quad (10)$$

$$G_R = G_f - G_n \quad (11)$$

La implementación se puede apreciar en la figura 1.

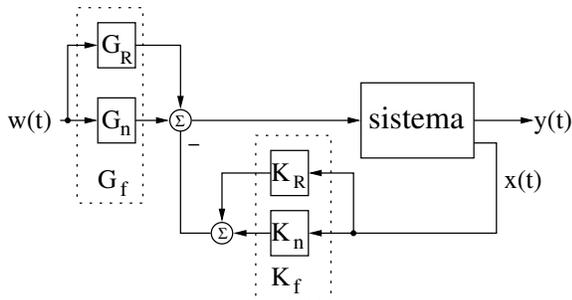


Figura 1. Implementación del primer esquema propuesto.

III-B. Reconfiguración via seguimiento de trayectoria

Esta solución esta fuertemente inspirada en el trabajo de (Staroswiecki y Cazaurang, 2008). Algunas diferencias con respecto a la idea propuesta en el trabajo antes citado son: a diferencia de la propuesta previa, en este trabajo el índice de desempeño es calculado sobre la base del error de seguimiento de trayectoria (semejante al caso anterior) y la ley de control de reconfiguración; el control nominal ejemplificado en trabajo (Staroswiecki y Cazaurang, 2008) es de regulación al origen, mientras que aquí se presenta el caso de seguimiento a una referencia variante en el tiempo (generada por un exosistema sin entradas); La implementación de la ley de control es realizada respetando el control nominal.

Considerar el sistema lineal e invariante en el tiempo con fallas representado por:

$$\begin{aligned} \dot{x}_f(t) &= A(\theta)x_f(t) + B(\theta)u_f(t) \\ y_f(t) &= Cx_f(t), \quad x(0) = x_0 \in \mathbb{R}^n \end{aligned} \quad (12)$$

donde $A(\theta) = A(\theta_0 + \Delta\theta)$, $B(\theta) = B(\theta_0 + \Delta\theta)$. El índice de desempeño esta representado en (7). Definiendo un Hamiltoniano de forma usual, ver por ejemplo (Kirk, 1970):

$$\begin{aligned} \mathcal{H}(x(t), u_f(t), p(t), t) &= \frac{1}{2} \|x(t) - r(t)\|_Q^2 + \\ & p^T(t) [Ax(t) + Bu_f(t)] + \\ & \frac{1}{2} \|u_f(t)\|_R^2 \end{aligned} \quad (13)$$

con $p(t)$ el vector de co-estados. Siguiendo la solución clásica del problema de control óptimo planteado, ver (Kirk, 1970), la solución resulta:

$$\begin{aligned} \dot{p}^*(t) &= -Qx_f^*(t) - A^T p^*(t) + Qr(t) \\ 0 &= Ru_f^*(t) + B^T p^*(t) \\ p^*(t) &= K(t)x_f^*(t) + s(t) \\ \dot{K}(t) &= -K(t)A - A^T K(t) - Q + K(t)BR^{-1}B^T K(t) \\ \dot{s}(t) &= -[A^T - K(t)BR^{-1}B^T] s(t) + Qr(t) \end{aligned}$$

donde $K(t) = K^T(t) > 0$. Las ecuaciones del control resultan:

$$\begin{aligned} u_f^*(t) &= -R^{-1}B^T K(t)x_f^*(t) - R^{-1}B^T s(t) \\ \dot{K}(t) &= -K(t)A - A^T K(t) - Q + K(t)BR^{-1}B^T K(t) \\ \dot{s}(t) &= -[A^T - K(t)BR^{-1}B^T] s(t) + Qr(t) \end{aligned}$$

Las condiciones de frontera quedan:

$$p^*(t_f) = Hx_f^*(t_f) - Hr(t_f) \quad (14)$$

Note que para las ecuaciones $u_f^*(t)$ se cuenta con las condiciones finales y no las iniciales, es decir, $K(t_f) = H$ y $s(t_f) = -Hr(t_f)$. Para la implementación en tiempo real, es necesario utilizar una transformación de la variable de tiempo, como por ejemplo $\tau_1 = t_e - t$, lo que permite que para el sistema transformado la condición de tiempo final se convierta en condición inicial. Se resuelve y después se invierte en el tiempo. Los detalles pueden ser revisados en (Föllinger, 1988).

Así mismo las ganancias Π_n y Γ_n resultan

$$\Pi = \begin{bmatrix} -0.1 & 0.2 \\ -1 & -0.5 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}; \Gamma = [1.5031667 \quad 0.74325]$$

La G_n resultante queda: $G_n = [0.18025 \quad 0.0765833]$

La operación del control puede ser apreciada en la figura 4.

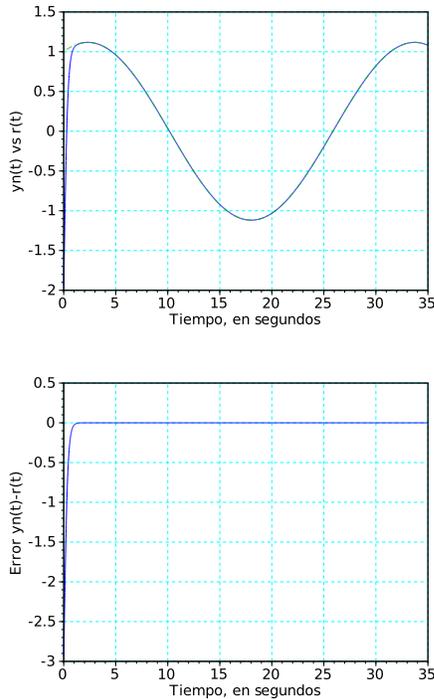


Figura 4. Aplicación del control nominal.

V-B. Escenario de falla considerado

Con la finalidad de probar los algoritmos presentados considerar una falla de actuador. La idea es que una vez detectada la falla en el actuador, entre en funciones el rotor auxiliar, es decir, al ocurrir una falla habrá un cambio de canal por el que se lleva a cabo el control.

La falla se introduce en el segundo 15 de la simulación. El efecto de la falla en el seguimiento de la referencia se puede apreciar en la figura 5.

V-C. Reconfiguración del control via seguimiento de referencia

La reconfiguración de la ley de control nominal requiere primero verificar cuantos estados permanecen controlables. Como el sistema en lazo abierto es estable, y solo estamos considerando fallas en el actuador, la estabilidad no se ve afectada y el sistema resulta al menos estabilizable. Solo un estado resulta controlable. Por lo tanto el subsistema controlable esta dado por:

$$\dot{x}_c(t) = A_c x_c(t) + 1.5u_c \quad (23)$$

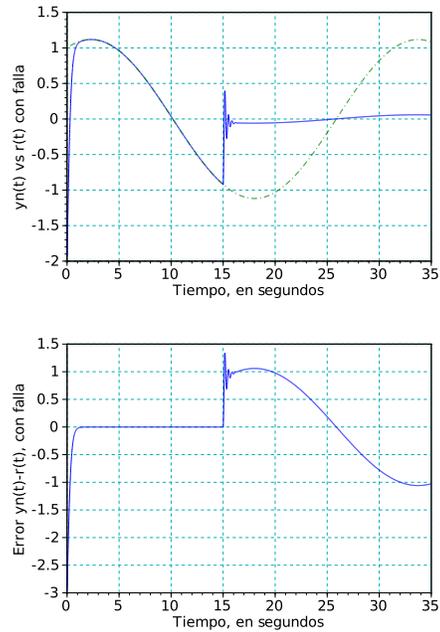


Figura 5. Efecto de la falla en el sistema.

El diseño requiere de dos pasos adicionales: Primero se selecciona K_f para hacer la matriz $A_c - B_f K_f$ estable. Segundo, se resuelven las ecuaciones algebraicas (5) y (6) para obtener Π_f y Γ_f .

Seleccionando K_f para ubicar el modo $\{-5\}$ en -6 . La ganancia del controlador resulta: $K_f = [0 \quad 0 \quad \frac{2}{3}]$. Así mismo las ganancias Π_f y Γ_f resultan

$$\Pi_f = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1 & 0.5 \end{bmatrix}; \Gamma_f = [3.4 \quad 1.5333333]$$

La G_f resultante queda: $G_f = [4.7333333 \quad 2.2]$. La operación del control puede ser apreciada en la figura 6.

V-D. Reconfiguración del control via seguimiento de trayectoria

En este caso se hace necesario dar solución a una ecuación algebraica de Riccati así como a la ecuación auxiliar para determinar $s(t)$. El cálculo de la acción de control requiere mayor esfuerzo computacional que antes. Hay algunas cuestiones importantes que este ejemplo proporciona. La primera es que una vez que ocurre la falla y que cambia el canal de entrada el sistema con falla no es controlable, aunque permanece estabilizable.

El cálculo de la ganancia de retroalimentación del estado debe de ser calculada para la parte del sistema que si es controlable. Por inspección es posible determinar la parte controlable: $\dot{x}_3(t) = -5x_3(t) + 1.5u(t)$. Utilizando estos datos y utilizando la solución positiva de la ecuación algebraica escalar de Riccati queda que la ganancia de retroalimentación de estado a utilizar esta dada por la

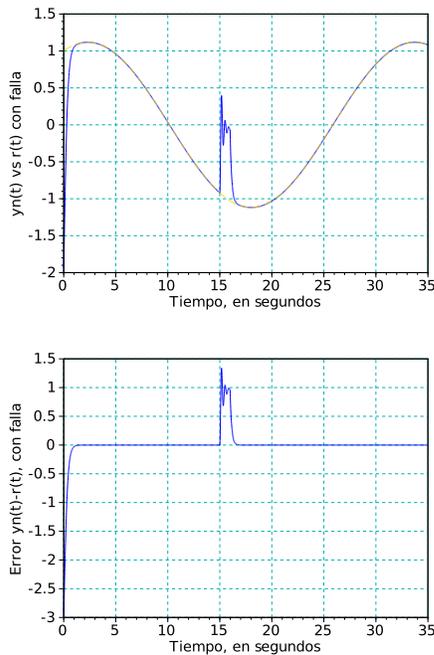


Figura 6. Reconfiguración mediante seguimiento de referencia.

expresión $K_f = [0 \ 0 \ 0.0978459]$ esto debido a que los dos primeros estados no son controlables. La aplicación del control de reconfiguración es realizada un segundo después de que la falla se presenta, simulando también el tiempo que se requiere para el diagnóstico de la falla. Los resultados se pueden apreciar en la figura 7.

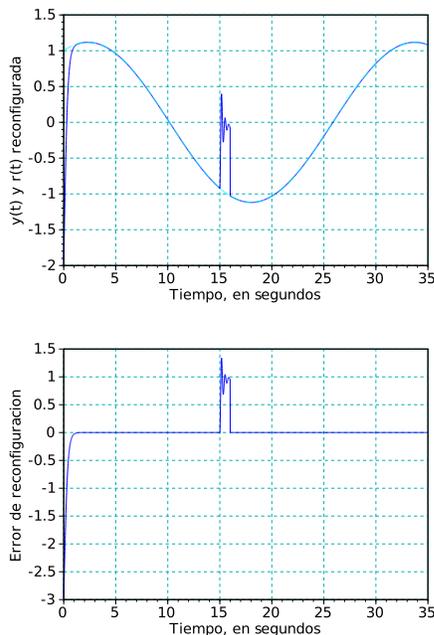


Figura 7. Reconfiguración mediante seguimiento de trayectoria nominal.

VI. DISCUSIÓN

En condiciones de modelo conocido (no incertidumbre) y sin perturbaciones externas, ambos esquemas propuestos resuelven el problema de tolerancia a fallas presentado. En estas condiciones el recálculo del control para seguir la referencia es más sencillo que el control óptimo para seguir la trayectoria nominal.

En general la implementación del control óptimo para seguir la trayectoria nominal requiere de mayor esfuerzo computacional, pues se requiere de resolver una o dos ecuaciones diferenciales en tiempo inverso, lo cual significa que la trayectoria nominal debe de estar disponible desde antes. Este esfuerzo, sin embargo, tiene también algunas ventajas desde el punto de vista de robustez, como es bien conocido dentro del control óptimo (Anderson y Moore, 1990).

VII. CONCLUSIONES

En este trabajo se proponen dos esquemas para el control tolerante de fallas en lazos de control. Se muestra que en condiciones nominales ambos esquemas cumplen bien con la solución planteada. El primer esquema propuesto recalcula el control de seguimiento de referencia. El recalculation es relativamente sencillo, aunque se tiene sensibilidad a variaciones de las matrices del sistema. El segundo esquema basado en el control óptimo representa mayor complejidad en el cálculo para la implementación en tiempo real, pero tiene mejores propiedades desde el punto de vista de robustez. Como trabajo futuro se persigue incluir la parte de diagnóstico para complementar los esquemas propuestos.

REFERENCIAS

- Anderson, B. O. y J. B. Moore (1990). *Optimal Control: Linear Quadratic Methods*. Prentice Hall. New Jersey.
- Blanke, M., M. Kinnaert y J. Lunze M. Staroswiecki (2006). *Diagnosis and fault-tolerant control*. 2nd ed. Springer. Berlin Germany.
- Ducard, G. J. J. (2009). *Fault-tolerant flight control and guidance systems*. Springer.
- Föllinger, O. (1988). *Optimierung dynamischer Systeme*. Oldenburg Verlag.
- Gao, Z. y P. J. Antsaklis (1991). Stability for the pseudo-inverse method for reconfigurable control systems. *International Journal of Control* **53**, 717–729.
- Isermann, R. (2006). *Fault-diagnosis systems: An introduction from fault detection to fault tolerance*. 1 ed. Springer.
- Kirk, D. E. (1970). *Optimal Control Theory, An introduction*. Prentice Hall. New Jersey.
- Lunze, J. y Th. Steffen (2006). Control reconfiguration after actuator failures using disturbance decoupling methods. *IEEE Transactions on Automatic Control* **51**(10), 1590–1601.
- Saberi, A., A. A. Stoorvogel y P. Sannuti (2000). *Control of linear systems with regulation and input constraints*. Springer.
- Staroswiecki, M. (2005). Fault tolerant control: The pseudo-inverse method revisited. En: *IFAC World Congress*. Praga, Czech Republic.
- Staroswiecki, M. y F. Cazaurang (2008). Fault recovery by nominal trajectory tracking. En: *American Control Conference*. Seattle, Washington, USA. pp. 1070–1075.
- Staroswiecki, M., H. Yang y B. Jiang (2007). Progressive accommodation of parametric faults in linear quadratic control. *Automatica* **43**, 2070–2076.
- Steffen, T. (2005). *Control reconfiguration of dynamical systems: linear approaches and structural tests*. Springer. Berlin, Germany.
- Zhang, Y. y J. Jiang. (2008). Bibliographical review on reconfigurable fault-tolerant control systems. *Annual Reviews in Control* **32**(2), 229–252.