

Parametrización Óptima de un Robot Bípedo Pasivo de Una Articulación

C. Morales-Cruz y C. A. Cruz-Villar.

Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del I.P.N.

Departamento de Ingeniería Eléctrica, Sección Mecatrónica

Av. I.P.N. No. 2508, Col. San Pedro Zacatenco 07360, México, D.F., México.

{cmorales,cacruz}@cinvestav.mx

Teléfono: (52)-55-57473800

Resumen—Se ha demostrado que algunas configuraciones de robots bípedos pasivos han caminado con un ciclo límite estable, a lo largo de una pendiente con ángulo de inclinación constante. Y las características del periodo de marcha dependen directamente de la geometría y dinámica del sistema. En este trabajo se presenta el problema de diseño de un robot bípedo pasivo como un problema de optimización para obtener los parámetros que produzcan un ciclo límite estable en el comportamiento de su caminar y que sea capaz de transportar una carga especificada por el diseñador. Entre estos parámetros se encuentran: el dimensionamiento del sistema, la posición y magnitud del centro de masa. Para resolver el problema planteado se hace uso del Algoritmo de Evolución Diferencial. Y finalmente se muestran los resultados obtenidos en simulación, haciendo una comparación con parámetros no óptimos.

Keywords: Caminata Pasiva, Robot bípedo pasivo, Optimización de parámetros, Evolución Diferencial.

I. INTRODUCCIÓN

En la actualidad, la mayor parte de los sistemas hechos por el hombre que requieren trasladarse sobre una superficie tienen a la rueda como elemento principal de su funcionamiento. Sin embargo, la naturaleza ha desarrollado un vasto repertorio de ejemplos con el uso de extremidades, los cuales muestran ventajas significativas sobre la rueda. Algunas muestras de este desarrollo usan decenas de extremidades, como en el caso de los ciempiés, ocho extremidades para la familia de los arácnidos, seis para insectos, cuatro para mamíferos terrestres, hasta el sofisticado sistema de un bípedo, como la avestruz o el caminar humano. Con el fin de tener una noción general acerca de la complejidad de este último sistema, basta con tomar en cuenta que la actividad motora del cuerpo humano es desarrollada por aproximadamente 760 músculos (Vukobratovich and Stokich, 1975). Por esta razón el número de grados de libertad ha sido reducido a límites razonables para su estudio. Pero aún en estos casos simplificados se encuentran algunos fenómenos complejos. Si bien el modelo mecánico es simple, las ecuaciones que rigen su comportamiento son híbridas, ya que se combinan ecuaciones diferenciales ordinarias con condiciones de cambio algebraicas.

Entre algunas de sus ventajas, la acción de caminar en bajas y moderadas velocidades conserva la energía total del sistema, por lo que el efecto de la gravedad es usado para minimizar el trabajo que los músculos realizan para trasladar el centro de masa (Mochon and McMahon, 1980). Más aún, algunos trabajos han mostrado que es posible el caminar de un sistema completamente pasivo cuando este se desplaza a lo largo de un plano inclinado, impulsado únicamente por la acción de la gravedad, la cual es la propiedad principal de un Robot Bípedo Pasivo (RBP) (Goswami et al., 1996), (Coleman et al., 2001), (Tedrake et al., 2004). Esta es una de las razones principales que muestran la importancia de obtener los parámetros óptimos para producir el caminar, resultando en un problema de control pasivo. Donde el ingeniero de diseño debe proponer un conjunto de funciones para cuantificar el desempeño del sistema, así como un conjunto de restricciones que establezcan la región de funcionamiento para realizar una tarea específica.

Por otro lado y debido al crecimiento del poder de cómputo que se ha tenido desde las últimas décadas del siglo pasado, el uso de técnicas heurísticas para obtener la solución de problemas de diseño en ingeniería se ha incrementado. Estas técnicas se dividen en dos grandes grupos: los Algoritmos Evolutivos (AE) y de Inteligencia Colectiva (IC) (Engelbrecht, 2007); los cuales han sido usados de forma recurrente debido a los buenos resultados que producen así como por la sencillez computacional de implementación.

El modelo del sistema de un caminador de piernas rígidas (Compass Gait), ha sido estudiado ampliamente por algunos grupos de investigación, por ejemplo: (Espiau and Goswami, 1993), (Suzuki et al., 2001) y (Asano et al., 2004). En estos trabajos se han escogido un conjunto de parámetros cinemáticos y dinámicos, sin el uso de algún proceso de selección en particular. Este conjunto de parámetros se mantiene constante en simulación y experimentación mientras se expone como objetivo principal el desarrollo de un controlador que logre llevar

al sistema a un ciclo estable. Sin embargo se espera que el controlador resuelva algunos de los problemas ocasionados por las deficiencias o incertidumbres que están directamente relacionadas con los parámetros del sistema.

En el presente trabajo, se propone un problema de optimización dinámica mono-objetivo para llevar a cabo el diseño de un Robot Bípedo Pasivo con dos articulaciones y extremidades rígidas para cumplir una tarea en específico. Así mismo se utiliza el algoritmo de Evolución Diferencial (ED) para resolver el problema de optimización propuesto. Es preciso mencionar que en la solución del problema se considera el modelo dinámico del sistema completo, así como funciones de desempeño y restricciones que permiten obtener un conjunto de soluciones factibles. Algunas de estas consideraciones toman en cuenta la masa de las piernas, la posición del centro de masa, las dimensiones del robot y el comportamiento deseado para cada paso.

Este documento esta organizado de la siguiente forma: La sección II presenta el modelo dinámico y la ecuaciones de transición que rigen el comportamiento del sistema. En la sección III se plantea el problema de optimización, exponiendo los diferentes elementos que componen dicho problema: variables de diseño, índices de desempeño y restricciones del RBP. En la sección IV se presenta el algoritmo de Evolución Diferencial utilizado para resolver el problema de diseño. En la sección V se realiza un análisis de los resultados obtenidos. Finalmente, en la sección VI se presentan las conclusiones.

II. ECUACIONES DEL SISTEMA

En la Fig. 1 se muestra un diagrama esquemático completo del RBP donde: θ_s y θ_{ns} son las orientaciones de cada eslabón medidas desde la vertical para la extremidad soportada o de apoyo y de la no soportada, respectivamente; m y m_h son las masas de los eslabones y de la cadera; a y b son la posición del centro de masa desde el extremo del eslabón y desde la cadera; y finalmente γ es el ángulo de inclinación para la pendiente.

Para el desarrollo y simulación de este sistema se hacen las siguientes consideraciones: todas las masas son consideradas puntuales, los eslabones que representan cada pierna son idénticos, la transición o posición de doble soporte se considera instantánea, las colisiones con el piso se consideran inelásticas.

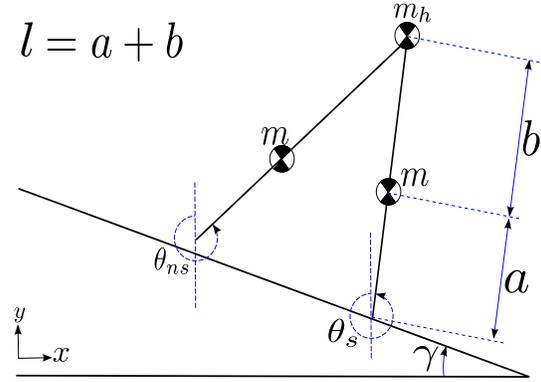


Figura 1. Diagrama del RBP

II-A. Dinámica del estado simplemente apoyado

La dinámica del RBP determinará su comportamiento en todo momento, excepto durante la transición o posición de doble soporte, en la cual el robot cambia de un pie a otro para sostenerse. Esta dinámica tiene la forma mostrada en (1), representada en el espacio articular.

$$M(\theta) + C(\theta, \dot{\theta}) + G(\theta) = 0 \quad (1)$$

donde: $M(\theta)$ es la matriz de inercia; $C(\theta, \dot{\theta})$ es la matriz de fuerzas centrífugas y de coriolis; $G(\theta)$ es el vector de gravedad; el vector de variables es $\theta = [\theta_s \ \theta_{ns}]^T$. Hay que notar que al tratarse de un sistema completamente pasivo, no aparecen términos de control o entradas al sistema. Y los componentes de (1) se muestran en (2).

$$\begin{aligned} M_{11} &= I_{z_1} + I_{z_2} + a^2 m + l^2 m_h + l^2 m \\ M_{12} &= -blm \cos(\theta_s - \theta_{ns}) \\ M_{21} &= -blm \cos(\theta_s - \theta_{ns}) \\ M_{22} &= mb^2 + I_{z_3} \\ C_{11} &= 0 \\ C_{12} &= -blm\dot{\theta}_{ns} \sin(\theta_s - \theta_{ns}) \\ C_{21} &= lmb\dot{\theta}_s \sin(\theta_s - \theta_{ns}) \\ C_{22} &= 0 \\ G_1 &= -(agm + glm_h + glm) \sin \theta_s \\ G_2 &= bgm \sin \theta_{ns} \end{aligned} \quad (2)$$

II-B. Ecuaciones de transición

En el instante en el cual la transición se lleva a cabo, el momento angular del pie libre se conserva respecto al punto de colisión, antes y después de este evento. Como consecuencia de esto, el momento angular del pie que no colisiona, también se conserva. Estas dos condiciones se expresan matemáticamente en (3), y los componentes de esta expresión se muestran en (4) y (5).

$$Q^+(\alpha)\dot{q}^+ = Q^-(\alpha)\dot{q}^- \quad (3)$$

$$\begin{aligned}
Q_{11}^- &= -mab \\
Q_{12}^- &= -mab + (m_h l^2 + 2mal)\cos(2\alpha) \\
Q_{21}^- &= 0 \\
Q_{22}^- &= -mab \\
Q_{11}^+ &= mb(b - l\cos(2\alpha)) \\
Q_{12}^+ &= ml(l - b\cos(2\alpha)) + ma^2 + m_h l^2 \\
Q_{21}^+ &= mb^2 \\
Q_{22}^+ &= -mbl\cos(2\alpha)
\end{aligned} \tag{4}$$

donde:

$$\alpha = \frac{\theta_{ns} - \theta_s}{2} \tag{5}$$

III. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA DE OPTIMIZACIÓN

Como se había mencionado en la sección I, uno de los requerimientos principales para el diseño del RBP es el cumplimiento de una tarea específica. Esta encomienda consiste, para este trabajo, en transportar 15 Kg por una pendiente, con una inclinación de 4 grados cuya longitud, en principio es indefinida, pero el experimento puede ser detenido en cualquier momento. Y se debe usar únicamente la energía proporcionada por la componente del vector de gravedad que actúa sobre el sistema.

De manera general, el problema de diseño del RBP se plantea como un problema de optimización, en donde se desea encontrar las variables de diseño que optimicen la función de desempeño propuesta, y sujeto a restricciones inherentes al sistema. A continuación se mencionan detalladamente las variables de diseño, función de desempeño y restricciones que forman parte del problema de diseño óptimo del RBP.

III-A. Variables de diseño

El comportamiento general del sistema se encuentra ligado a la combinación de parámetros cinemáticos y dinámicos. Por lo que se propone el vector $p \in \mathbb{R}^3$, descrito en (6), para realizar la síntesis del sistema. Donde los componentes de este vector representan físicamente la posición del centro de masa, la dimensión de la masa y la longitud total del pie, con las cuales estarán compuestas cada una de las extremidades. El motivo de la selección de estos parámetros se debe a que forman el conjunto de variables de diseño a las que se tiene acceso para modificar el comportamiento del sistema. Se debe notar que la dinámica completa del caminador depende del conjunto formado por la unión de los parámetros en p y la carga a trasladar, la cual es representada por la magnitud y posición de la masa en la cadera, sin embargo, este parámetro se ha fijado para cumplir con la tarea asignada.

$$\begin{aligned}
p &= [x_1, x_2, x_3]^T \\
&= [a, b, m]^T
\end{aligned} \tag{6}$$

III-B. Función de optimización

Los requerimientos del problema de diseño se ven reflejados como los objetivos o funciones de mérito en el problema de optimización. Para este problema de diseño, se requiere encontrar una configuración cinemática y dinámica que sea capaz de producir un ciclo límite estable, con marcha simétrica y periódica de periodo igual a uno. Por este motivo se propone como función objetivo la expresión mostrada en (7), donde $\Phi \in \mathbb{R}^1$, la cual minimiza la desviación del paso actual respecto al anterior, en una muestra de 10 pasos. En la ecuación (7), la variable θ representa el ángulo formado entre las dos extremidades durante cada paso y T representa el periodo de un paso realizado por una de las piernas.

$$\Phi = \int_0^{10T} [\theta(t-T) - \theta(t)]^2 dt \tag{7}$$

III-C. Restricciones

Las restricciones que se imponen a este problema de optimización son las dimensiones máximas y mínimas de las longitudes que se han tomado en cuenta, así como para la masa de las extremidades. Además, con el fin de garantizar que una extremidad puede soportar la carga completa para el caso crítico, el cual sucede cuando $\theta_s = 0$ y la compresión axial es máxima, se agrega también como restricción la carga crítica para una columna larga (Norton, 2011), una vez que se ha cumplido la relación de esbeltez. Para considerar esta restricción se ha seleccionado un perfil rectangular, cuyos parámetros se muestran en la figura 2, donde: $L = x_1 + x_2$; el ancho del perfil se ha tomado constante $w = 0,05m$; y h , la altura, se calcula a partir de la densidad del material, que para este caso se ha tomado en cuenta al aluminio.

Estas restricciones se encuentran expresadas en forma matemática en (8)-(11).

$$0 < x_i \leq 1[m] \quad i = 1, 2 \tag{8}$$

$$0 < x_3 \leq 10[kg] \tag{9}$$

Para $h > w$

si $\sqrt{\frac{12(x_1+x_2)^2}{w^2}} > 10$ entonces:

$$\frac{\pi^2 E_{al} w^2 x_3}{12 \rho_{al} (x_1 + x_2)^3} < 15g \tag{10}$$

Para $w > h$

si $\sqrt{\frac{12w^2 \rho_{al}^2 (x_1+x_2)^4}{x_3^2}} > 10$ entonces:

$$\frac{\pi^2 E_{al} x_3^3}{12w^2 \rho_{al}^3 (x_1 + x_2)^5} < 15g \tag{11}$$

donde g es la aceleración ocasionada por la gravedad, E_{al} y ρ_{al} es el módulo elástico y densidad del aluminio, respectivamente.

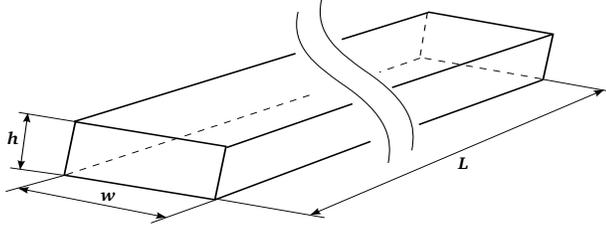


Figura 2. Parámetros del eslabón para cada extremidad

III-D. Consideraciones adicionales para este sistema en particular

Se ha mostrado en algunos trabajos como (Spong, 1999) y (Manchester et al., 2011), que la región de atracción de este sistema para alcanzar y permanecer en un ciclo límite estable, es considerablemente pequeña. Por esta razón se planteó un problema de optimización adicional para proporcionar a cada individuo de la población (Engelbrecht, 2007), las condiciones iniciales que se encontraran dentro del ciclo límite. Esto se hizo con el fin de evaluar justamente a cada individuo de la población y así poder explotar el desempeño de cada uno de ellos. Para este problema de menor nivel, se propuso como función objetivo la misma que el problema de optimización principal. El resultado de este proceso es el conjunto de condiciones iniciales para cada individuo.

III-E. Problema de diseño del RBP como un problema de optimización

Finalmente el problema de diseño del RBP se formula como un problema de optimización en donde se desea encontrar el vector $p^* \in \mathbb{R}^3$ que optimiza al vector $\vec{\Phi} \in \mathbb{R}^1$ en (12), sujeto a las restricciones en (13)-(18), es decir:

$$\vec{\Phi}(p^*) = \min[\Phi_1] \quad (12)$$

Sujeto a:

$$g_i = -x_i < 0 \quad i = 1, \dots, 2 \quad (13)$$

$$g_{i+2} = x_i - 1 \leq 0 \quad i = 1, \dots, 2 \quad (14)$$

$$g_5 = -x_3 < 0 \quad (15)$$

$$g_5 = x_3 \leq 10 \quad (16)$$

Para $h > w$

si $\sqrt{\frac{12(x_1+x_2)^2}{w^2}} > 10$ entonces:

$$g_6 = \frac{\pi^2 E_{al} w^2 x_3}{12 \rho_{al} (x_1 + x_2)^3} - 15g < 0 \quad (17)$$

Para $w > h$

si $\sqrt{\frac{12w^2 \rho_{al}^2 (x_1+x_2)^4}{x_3^2}} > 10$ entonces:

$$g_7 = \frac{\pi^2 E_{al} x_3^3}{12w^2 \rho_{al}^3 (x_1 + x_2)^5} - 15g < 0 \quad (18)$$

Así como al modelo dinámico (1) y (2) y las ecuaciones de transición (3) y (4.)

IV. ALGORITMO DE EVOLUCIÓN DIFERENCIAL

El algoritmo ED forma parte de los Algoritmos Evolutivos, que basan su funcionamiento en el proceso de selección natural propuesto por C. Darwin. Estos algoritmos clasificados como heurísticos, no aseguran obtener un óptimo global, sin embargo producen una solución satisfactoria en un tiempo de cómputo razonable (Engelbrecht, 2007).

Algunas de las ventajas que ofrece los AE son: 1) debido a que este tipo de métodos son poblacionales, una solución mínima global puede ser alcanzada, aunque no en todos los problemas; 2) el inicio de la búsqueda de la solución óptima no necesita información adicional, es decir no es necesario el cálculo de los gradientes, matriz Hessiana o propuesta de un punto inicial, por mencionar algunos; 3) esta metodología permite atacar problemas complejos, como modelos no lineales y discontinuos, con cambios mínimos en comparación con los métodos gradiente.

El algoritmo que se implementó para solucionar el problema de diseño de la TVC se muestra en la Tabla I.

TABLA I
ALGORITMO DE EVOLUCION DIFERENCIAL

```

G = 0
Crear aleatoriamente población inicial  $\vec{x}_G^i \forall i, i = 1, \dots, NP$ 
Encontrar las CI para cada individuo de la población
Evaluar cada  $\vec{x}_G^i$  en cada función objetivo
y en cada restricción  $\forall i, i = 1, \dots, NP$ 
For G = 1 to MAX_GENERATIONS Do
  for i = 1 to NP Do
    Seleccionar aleatoriamente  $r_1 \neq r_2 \neq r_3$ :
     $j_{rand} = randint(1, D)$ 
    for j = 1 to D Do
      if( $rand_j[01] < CR$  or  $j = j_{rand}$ ) Then
         $u_{j,G+1}^i = x_{j,G}^{r_3} + F(x_{j,G}^{r_1} - x_{j,G}^{r_2})$ 
      Else
         $u_{j,G+1}^i = x_{j,G}^i$ 
      End if
    End for
    Encontrar las CI para cada individuo de la población
    Evaluar  $u_{G+1}$  en cada función objetivo y en cada restricción
    If ( $u_{G+1}$  es mejor que  $\vec{x}_{j,G}^i$ 
    (basado en los tres criterios de selección)) Then
       $\vec{x}_{G+1}^i = u_{G+1}^i$ 
    Else
       $\vec{x}_{G+1}^i = \vec{x}_G^i$ 
    End if
  End for
  G = G + 1
End for
End

```

V. RESULTADOS

V-A. Resultados del algoritmo de optimización

Los parámetros para el algoritmo utilizado son: el número máximo de generaciones $MAX_{GEN} = 40$, número de individuos por generación $NP = 30$ y factor de cruce aleatorio $F = 0,7 \in R : (0, 1)$. Como ya se ha mencionado en la sección III, los resultados obtenidos del proceso de optimización, corresponden a la posición del centro de masa, a la dimensión de la masa para las extremidades y la longitud del pie. Para evaluar la ecuación (12), se integró numéricamente la dinámica en (1), tomando en cuenta las condiciones para cambiar de un pie a otro, las cuales se encuentran en (3). Y las variables de la expresión (12) simplemente son almacenadas, de forma ordenada para cada pie, para su evaluación posterior. Los parámetros que se obtuvieron en este proceso de optimización se muestran en (19), el cual resultó ser el mejor individuo de la generación número 40 al evaluar (12).

$$p^* = [0,9564[m] \quad 0,4589[m] \quad 3,0052[kg]]^T \quad (19)$$

con

$$[\theta_s(0), \theta_{ns}(0), \dot{\theta}_s(0), \dot{\theta}_{ns}(0)]^T = [0, 0, 2,317, -0,707]^T \quad (20)$$

V-B. Comportamiento del sistema con los parámetros obtenidos

Con el fin de mostrar la importancia del proceso planteado en este trabajo para la selección de parámetros, se hace una comparación del comportamiento del sistema con los parámetros obtenidos y algunos conjuntos que no cumplen la tarea adecuadamente o incluso no la pueden llevar a cabo.

No todos los conjuntos de parámetros para el sistema en combinación con las condiciones iniciales, permiten el estudio de su comportamiento, ya que muchas de ellos ocasionan que el caminador se caiga. Por esta razón se propuso multiplicar por un factor igual a 0,9 a los valores obtenidos, es decir a los parámetros y Condiciones Iniciales (CI), en lugar de proponerlos de manera aleatoria, y posiblemente ocasionar una caída temprana del sistema, evitando su estudio. En las figuras 3(a)-5(a) se muestra el resultado de cambiar las CI un 10% y las figuras 3(b)-5(b) muestran el comportamiento del sistema una vez que se ha agregado la perturbación en los parámetros obtenidos y después de haber encontrado las CI que le permiten, al menos, iniciar el caminar.

Las distintas líneas utilizadas, continua y punteada, representan cada uno de los eslabones. Y los puntos mostrados con asteriscos en las figuras 3 y 6, representan los momentos cuando ocurre la transición.

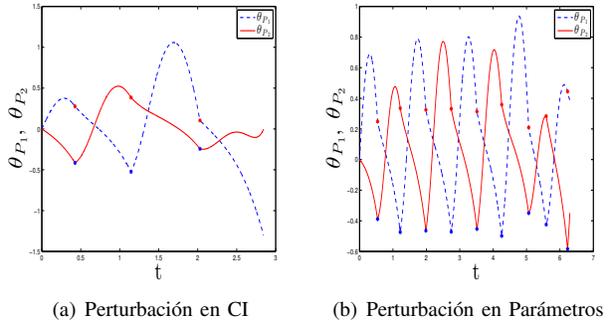


Figura 3. Posición angular para cada una de las extremidades

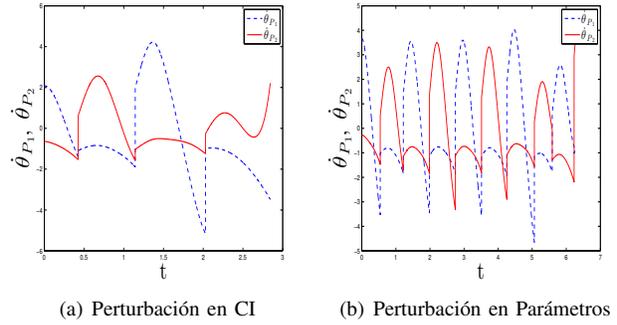


Figura 4. Velocidad angular para cada una de las extremidades

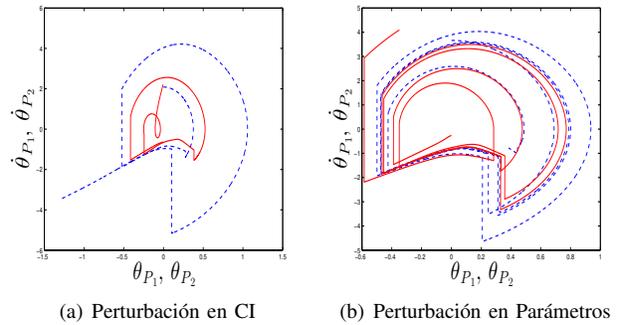


Figura 5. Plano de fase para ambas piernas

Como se puede observar en las figuras 3, 4 y 5, un cambio pequeño en los parámetros o en las CI provocan cambios significativos en el desempeño e incluso ocasionan la interrupción del caminar. En las figuras 3(a)-5(a), se muestra el comportamiento en posición y velocidad de una combinación de parámetros y CI que ocasionaron la caída del bípedo y por la tanto la terminación temprana del experimento. Por otro lado en las figuras 3(b)-5(b), se muestra el comportamiento de una configuración de parámetros que provocan pasos diferentes y por consecuencia no generan un ciclo límite en la figura 5(b). En estas gráficas se aprecia rápidamente la importancia de la selección adecuada de la combinación de parámetros a usar y las CI que requiere para iniciar su desplazamiento.

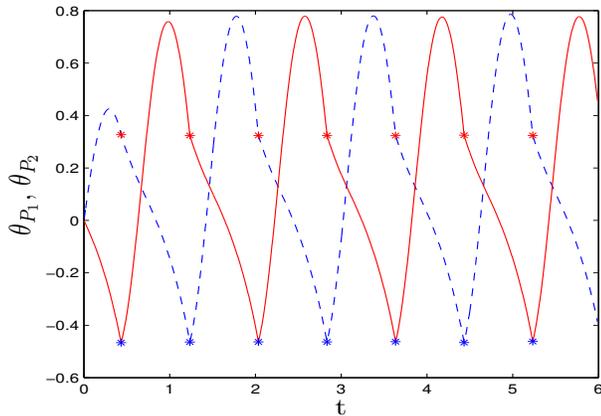


Figura 6. Posición angular para cada una de las extremidades

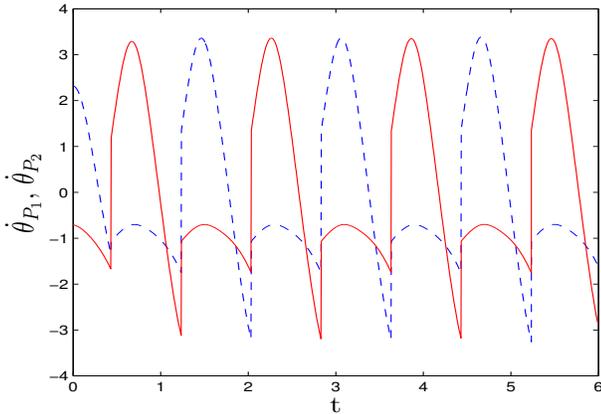


Figura 7. Velocidad angular para cada una de las extremidades

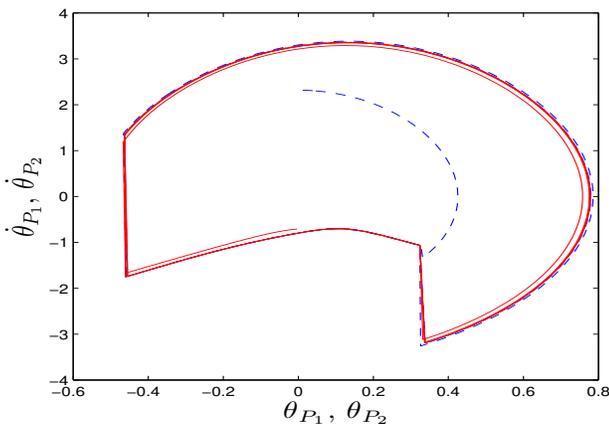


Figura 8. Plano de fase para ambas piernas

Finalmente en las figuras 6, 7, y 8, se muestra el comportamiento del sistema con los parámetros obtenidos, con la posición angular de cada una de las extremidades,

la velocidad y el plano de fase, respectivamente. Se puede observar que se cumplió el objetivo propuesto para realizar la tarea con los requerimientos establecidos. En la figura 6 se observa claramente que los pasos son prácticamente idénticos respecto del anterior y en el plano de fase se puede ver que el comportamiento de una pierna es idéntico a la otra.

VI. CONCLUSIONES

En este trabajo se presentó satisfactoriamente la solución a un problema de diseño con requerimientos establecidos, y de esta manera cumplir una tarea específica. Permitiendo así mostrar la importancia de obtener los parámetros para mostrar las posibles aplicaciones de este sistema más allá de solo caminar.

Este trabajo es un primer paso, muy importante, para controlar al sistema de manera activa, puesto que se reduce de manera significativa los requerimientos del controlador, en costo computacional y de energía. Dejando así, al control, la posibilidad de encargarse únicamente de las perturbaciones externas al sistema para no permitir que salga de su ciclo límite, en el caso de su desplazamiento en el plano inclinado, o de proporcionar la energía necesaria para su funcionamiento en el plano sin inclinación.

REFERENCIAS

- Asano, F., Yamakita, M., Kamamichi, N. and Luo, Z.-W. (2004). A novel gait generation for biped walking robots based on mechanical energy constraint, *Robotics and Automation, IEEE Transactions on* **20**(3): 565–573.
- Coleman, M. J., Garcia, M., Mombaur, K. and Ruina, A. (2001). Prediction of stable walking for a toy that cannot stand, *Physical Review E* **64**(2): 3.
URL: <http://arxiv.org/abs/physics/0104034>
- Engelbrecht, A. P. (2007). *Computational intelligence: an introduction*, wiley.
- Espiau, B. and Goswami, A. (1993). Compass gait revisited, *In Proc. of the IFAC Symposium on Robot Control*, pp. 839–846.
- Goswami, A., Espiau, B. and Keramane, A. (1996). Limit cycles and their stability in a passive bipedal gait, *Robotics and Automation, 1996. Proceedings., 1996 IEEE International Conference on*, Vol. 1, pp. 246–251 vol.1.
- Manchester, I. R., Tobenkin, M. M., Levashov, M. and Tedrake, R. (2011). Regions of attraction for hybrid limit cycles of walking robots, *Proc. of IFAC World Congress, Milano, Italy*.
- Mochon, S. and McMahon, T. A. (1980). Ballistic walking: an improved model, *Mathematical Biosciences* **52**(3-4): 241 – 260.
- Norton, R. L. (2011). *Diseño de maquinas, un enfoque integrado*, Prentice-Hall.
- Spong, M. W. (1999). Passivity based control of the compass gait biped, *Proc. of IFAC World Congress, Beijing, China*.
- Suzuki, S., Furuta, K., Pan, Y. and Hatakeyama, S. (2001). Biped walking robot control with passive walker model by new vsc servo, *American Control Conference, 2001. Proceedings of the 2001*, Vol. 1, pp. 107–112 vol.1.
- Tedrake, R., Zhang, T., fai Fong, M. and Seung, H. (2004). Actuating a simple 3d passive dynamic walker, *Robotics and Automation, 2004. Proceedings. ICRA '04. 2004 IEEE International Conference on*, Vol. 5, pp. 4656 – 4661 Vol.5.
- Vukobratovich, M. and Stokich, D. (1975). Dynamic control of unstable locomotion robots, *Mathematical Biosciences* **24**(Issues 12): 129 – 157.