

Control cinemático en el espacio operacional de un robot bípedo en fase de doble soporte.

Gustavo Báez, Ernesto Olguín-Díaz
Grupo de Robótica y Manufactura Avanzada, CINVESTAV
Saltillo, Coahuila 25903, México

baez.gustavo.cinves@gmail.com, ernesto.olguin@cinvestav.edu.mx

Resumen—Se presenta un control cinemático en el espacio operacional para la definición de trayectorias articulares deseadas durante la fase de doble soporte de un robot bípedo, como función de la trayectoria deseada del torso en el espacio euclidiano. La posición del ZMP y su evolución durante esta fase es estimada en simulación, con el fin de garantizar un movimiento de balanceo estable. Pruebas experimentales en el robot bípedo Bioloid de la marca Robotis[®] muestran exitosamente la factibilidad del método propuesto.

Palabras clave: Robot bípedo, humanoide, control cinemático, espacio operacional, doble soporte.

I. INTRODUCCIÓN

La marcha bípeda es un fenómeno periódico que alterna entre dos fases de soporte: soporte simple, en el que un pie está en contacto con el suelo soportando el peso del cuerpo mientras el otro pie se balancea hacia adelante; y fase de doble soporte, en la que se tienen los dos pies apoyados en el piso, balanceando de manera invertida el resto del cuerpo y haciendo la transición del apoyo para dar el siguiente paso. Algunos autores consideran que la transición del peso entre las piernas para alternar los pasos es instantánea en sus modelos dinámicos (McGeer, 1990; Roussel, 1998); pero la mayoría de estudios sobre humanos sostienen que es alrededor del 20% en una caminata normal (Inman, 1981; McMahon, 1984; Huang, 2011), aunque otras referencias suponen un 10% del ciclo en la fase de doble soporte (Silva, 1999).

Desde el punto de vista puramente mecánico, la marcha se realiza cuando una o las dos extremidades inferiores entran en contacto con una superficie y el sistema permanece sobre ella, creando una restricción de movimiento que limita los Grados De Libertad (*GDL*) del sistema.

Cuando no existe restricción alguna sobre cualquier cuerpo rígido, el sistema se encuentra en una “fase de vuelo”, como en el caso de un robot humanoide en una caída libre infinita o en el caso de una pelota suspendida libremente en el aire. En estos casos además de los grados de libertad internos del sistema, este está dotado de 6 *GDL* adicionales no actuados que definen la pose (posición y orientación) de cualquiera de los cuerpos del sistema, y cuyo referencial es no inercial.

Además de tener una base no inercial, los robots humanoideos se modelan como una cadena cinemática arborescente, debido a que múltiples extremidades comparten a un mismo eslabón antecesor: el torso. Cada pierna de un robot

humanoide debe tener al menos 6 *GDL* para poder realizar la marcha bípeda en 3D (Hirai, 1998).

En este artículo se presenta un control cinemático que logra hacer la transición del peso del pie trasero al delantero en la fase de doble soporte, considerando una restricción de 6 *GDL* sobre cada pie durante el contacto con el suelo. El sistema resultante en doble soporte es un sistema sobreactuado de 6 *GDL* (sin considerar los *GDL* de los brazos). La estrategia de control propuesta involucra los 12 actuadores de ambas piernas y las trayectorias que se usan están definidas en el espacio operacional de la cadera. El trabajo se realiza debido a la relativamente poca cantidad de artículos orientados al estudio de la fase de doble soporte en robots humanoideos y a que los existentes generalmente estudian un modelo reducido de 5 *GDL* en dos dimensiones (Shih, 1992; Mitobe, 1997).

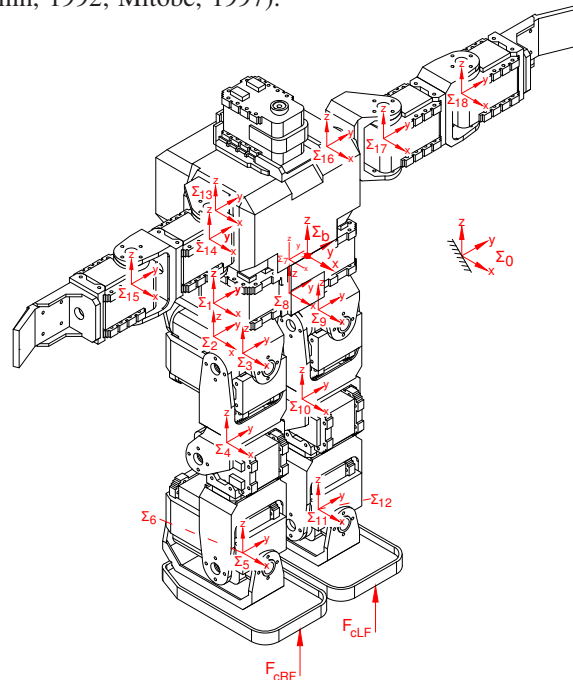


Figura 1. Macros de referencia y fuerzas de contacto.

II. CINEMÁTICA

El robot humanoide Bioloid se modela como una cadena cinemática abierta arborescente de 4 extremidades, con el torso como base común con un referencial no

inercial (representado con 3 *GDL* de rotación y 3 *GDL* de traslación). Cada pierna tiene 6 articulaciones y cada brazo consta de 3. Todas las articulaciones son rotativas y actuadas por servomotores. El sistema resultante es un sistema subactuado de $n = 24$ *GDL*, donde solo 18 son actuados.

Para la colocación y orientación de los marcos de referencia se usó la metodología GRyMA (Grupo de Robótica y Manufactura Avanzada). Esta es una alternativa que supone un cambio de paradigma en cuanto a las convenciones Denavit-Hartenberg y también usa solo 4 parámetros para su definición. Hasta el momento no existe alguna referencia que describa este método, sin embargo, ha sido aplicado en (Jarquín, 2012).

II-A. Asignación de los referenciales: Método GRyMA

El origen del marco de referencia Σ_i se sitúa en el eje de la articulación q_i , al igual que en la convención Denavit-Hartenberg modificada en la versión de (Khalil, 2002).

Para este método la transformación homogénea que relaciona el marco de referencia antecesor con el actual ($A_i : \Sigma_{i-1} \rightarrow \Sigma_i$), se puede expresar como el producto de solamente 2 operaciones:

1. Una transformación homogénea constante $T(\mathbf{d}_i)$ que consiste en una traslación tridimensional $\mathbf{d}_i \in \mathbb{R}^3$ definida en el marco de referencia $i - 1$.
2. Una transformación homogénea variable $T(\boldsymbol{\lambda}_i, q_i(t))$ que depende de la coordenada generalizada q_i y de la dirección, ya sea prismática o rotacional, en la que esta articulación varíe, y que está dada por un director cinemático $\boldsymbol{\lambda}_i(\Theta_i) = (\boldsymbol{\lambda}_{R_i}^T, \boldsymbol{\lambda}_{T_i}^T)^T \in \mathbb{R}^6$

$$A_i = \begin{bmatrix} I_3 & \mathbf{d}_i \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R(\boldsymbol{\lambda}_{R_i}, q_i(t)) & \boldsymbol{\lambda}_{T_i} q_i(t) \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

El director cinemático es un vector unitario que cumple con la condición *screw*, i.e. $\boldsymbol{\lambda}_{R_i} \times \boldsymbol{\lambda}_{T_i} = 0$ y puede ser codificado dado un único parámetro escalar Θ_i :

Θ_i	$\boldsymbol{\lambda}_i$	R_i	$\boldsymbol{\lambda}_{T_i} q_i(t)$
1	$(1, 0, 0, 0, 0, 0)^T$	$R_x(q_i)$	0
2	$(0, 1, 0, 0, 0, 0)^T$	$R_y(q_i)$	0
3	$(0, 0, 1, 0, 0, 0)^T$	$R_z(q_i)$	0
4	$(0, 0, 0, 1, 0, 0)^T$	I_3	$i q_i$
5	$(0, 0, 0, 0, 1, 0)^T$	I_3	$j q_i$
6	$(0, 0, 0, 0, 0, 1)^T$	I_3	$k q_i$

El algoritmo para colocar los marcos de referencia con el método GRyMA es el siguiente:

1. Colocar el marco de referencia inercial Σ_0 con una orientación y posición estratégicamente definida respecto a los ejes de las articulaciones del robot. Es preferible colocarlo sobre el eje de la primer articulación para simplificar los parámetros.
2. Colocar cada uno de los marcos de referencia Σ_i del eslabón i con la misma orientación que el inercial, pero con el origen sobre el eje de la articulación i . Si es posible colocar el origen de tal manera que

interseque algún eje de la articulación anterior, para que alguno de los 3 parámetros de posición sea nulo.

3. Establecer el vector de distancia $\mathbf{d}_i \in \mathbb{R}^3$ apuntando del marco de referencia Σ_{i-1} al marco Σ_i .
4. Definir el parámetro Θ como un escalar que codifique información de la dirección de la articulación.

TABLA I

PARÁMETROS CINEMÁTICOS DEL ROBOT BIOLOID, MÉTODO GRyMA

Eslabón	d_x	d_y	d_z	Θ	Σ Padre
Pierna derecha					
1	-0.041	-0.033	-0.04	3	Σ_b
2	0	0	-0.029	1	Σ_1
3	0.017	0	0	2	Σ_2
4	-0.015	0	-0.0755	2	Σ_3
5	0.015	0	-0.0755	2	Σ_4
6	0	0	0	1	Σ_5
Pierna izquierda					
7	-0.041	0.033	-0.04	3	Σ_b
8	0	0	-0.029	1	Σ_7
9	0.017	0	0	2	Σ_8
10	-0.015	0	-0.0755	2	Σ_9
11	0.015	0	-0.0755	2	Σ_{10}
12	0	0	0	1	Σ_{11}
Brazo derecho					
13	-0.025	-0.053	0.0465	2	Σ_b
14	0.015	-0.023	0	3	Σ_{13}
15	0	-0.068	0	3	Σ_{14}
Brazo izquierdo					
16	-0.025	0.053	0.0465	2	Σ_b
17	0.015	0.023	0	3	Σ_{16}
18	0	0.068	0	3	Σ_{17}

II-B. Sistemas de coordenadas

La derivada de la pose de la base no inercial (\dot{q}_b), que define las coordenadas (Lagrangianas) generalizadas $\mathbf{q} \in \mathbb{R}^n$ no tiene significado físico a nivel velocidad en un cuerpo libre, debido a la necesidad de establecer el orden de rotaciones angulares para la definición de la orientación del eslabón base. En cambio se puede usar el *twist* ($\boldsymbol{\nu}_b$) o velocidad extendida, que consiste en las velocidades angular y lineal del cuerpo libre en coordenadas de su propio referencial, concatenado con la derivada de las coordenadas articulares, generando un vector de coordenadas quasi-Lagrangianas ($\boldsymbol{\xi}$) (Meirovitch, 1970) para realizar el modelo de un robot con base no inercial y poder calcular velocidades físicas directamente.

$$\dot{\mathbf{q}} \triangleq \begin{pmatrix} \dot{q}_b \\ \dot{q}_{pd} \\ \dot{q}_{pi} \\ \dot{q}_{bd} \\ \dot{q}_{bi} \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{24}, \quad \boldsymbol{\xi} \triangleq \begin{pmatrix} \boldsymbol{\nu}_b \\ \dot{q}_{pd} \\ \dot{q}_{pi} \\ \dot{q}_{bd} \\ \dot{q}_{bi} \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{24}$$

Los subíndices se refieren respectivamente a b : base, pd : pierna derecha, pi : pierna izquierda, bd : brazo derecho y bi : brazo izquierdo.

Note que es posible transformar las coordenadas Quasi-Lagrangianas a su equivalente Lagrangiano utilizando las relaciones $\boldsymbol{\xi} = J_\xi(\boldsymbol{\theta})\dot{\mathbf{q}}$ y $\boldsymbol{\nu} = J_\nu(\boldsymbol{\theta})\dot{q}_b$ con los operadores:

$$J_\xi(\boldsymbol{\theta}) = \begin{bmatrix} J_\nu(\boldsymbol{\theta}) & 0 \\ 0 & I_{18} \end{bmatrix}, \quad J_\nu(\boldsymbol{\theta}) = \begin{bmatrix} R_0^{bT} J_\theta & 0 \\ 0 & R_0^{bT} \end{bmatrix}$$

donde $R_0^b \in SO(3)$ es la matriz de rotación que transforma coordenadas de un referencial móvil en la base a coordenadas de un referencial inercial; $J_\theta(\theta) : \dot{\theta} \rightarrow \omega$ es el operador que transforma la expresión analítica de la variación temporal de los parámetros de orientación a la velocidad angular, con coordenadas inerciales; $\mathbf{q}_b = (\theta^T \mathbf{d}^T)^T \in SE(3)$ es el vector de pose de la base no inercial de robot; y $\mathbf{v}_b = (\omega^T \dot{\mathbf{d}}^T)^T \in \mathbb{R}^6$ es el *twist* de la base del robot. En este trabajo, la orientación del torso es definida por la representación *roll-pitch-yaw* y J_θ se define como (Spong, 2004):

$$J_\theta \triangleq \begin{bmatrix} c_\theta c_\psi & -s_\psi & 0 \\ c_\theta s_\psi & c_\psi & 0 \\ -s_\theta & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

donde $c_a = \cos(a)$, $s_b = \sin(b)$ y $(\phi, \theta, \psi)^T$ es el vector de ángulos que define la orientación del torso.

III. MODELO DINÁMICO CON RESTRICCIONES

La ecuación general del sistema incluyendo las fuerzas de restricción cuando ambos pies están en contacto (Romero, 2009) es la siguiente:

$$H_\xi(q)\dot{\xi} + h_\xi(q, \xi) = \tau_\xi + J_c^T F_c \quad (1)$$

donde $\tau_\xi = (0, \tau_{a_{pd}}^T, \tau_{q_{pi}}^T, \tau_{q_{bd}}^T, \tau_{q_{bi}}^T)^T$ es el vector de fuerzas externas que aplicará el control, siendo nulo en sus primeros 6 elementos debido a la subacción de los grados de libertad de la base móvil; $H_\xi(q)$ es la matriz de inercia, simétrica y definida positiva; $h_\xi(q, \xi) = C(q, \xi)\xi + D\xi + g(q)$ es el vector de términos no lineales que contiene las fuerzas de Coriolis $C(q, \xi)\xi$, con los efectos giroscópicos, el vector de pares gravitacionales $g(q)$ y también el modelo de fricción viscosa $D\xi$. La matriz $D > 0$ es diagonal con coeficientes constantes para cada articulación, siendo nulos los primeros 6 elementos de la diagonal principal debido a que no se considera ningún efecto de fricción sobre la base móvil.

La fuerza de contacto extendida de ambos pies $F_c = (F_{pd}^T, F_{pi}^T)^T \in \mathbb{R}^{12}$ consiste en los dos *wrench* (momentos/fuerzas) $F_{pi_c} = (\mathbf{n}_{pi}^T, \mathbf{f}_{pi}^T)^T \in \mathbb{R}^6$ ubicados en los puntos de contacto de cada pie. Cada *wrench* se presenta si la posición de la punta del pie correspondiente se encuentra en contacto con el piso, modelado como una restricción holonómica. La consideración principal es que cuando la punta del pie entra en contacto con la restricción, la fuerza de contacto restringe totalmente el movimiento sobre los 6 ejes del *wrench*. El vector F_c se mapea por el Jacobiano de contacto (Spong, 2004), que en este caso tiene la siguiente forma:

$$J_c(q) = \begin{bmatrix} J_{pd_c}(q_b, q_{pd}) \\ J_{pi_c}(q_b, q_{pi}) \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{12 \times 24}$$

El cálculo de la fuerza extendida de cada punta del pie nos sirve para posteriormente establecer la ubicación del *ZMP*, (Vukobratovic, 2004), a partir del método propuesto

en (Treviño, 2011) y corroborar la estabilidad del balanceo dinámico.

Con el sistema de la ecuación (1), la aceleración $\dot{\mathbf{v}}_c$ en los puntos de contacto queda restringida por la derivada de la ecuación cinemática de restricción $\mathbf{v}_c = J_c(q)\xi = 0$. Debido a la existencia de posibles errores numéricos en el simulador, se incluye un estabilizador numérico (Baumgarte, 1972), que mantiene el punto de contacto en la posición deseada minimizando la *penetración* en la zona de restricción.

$$J_c \dot{\xi} + \dot{J}_c \xi = \mathbf{u}_c \quad (2)$$

En este trabajo definiremos el estabilizador numérico \mathbf{u}_c como una especie de control proporcional-derivativo:

$$\mathbf{u}_c = -K_{dc}\mathbf{v}_c - K_{pc}e_c \quad (3)$$

dónde e_c es el error en la posición deseada del punto de contacto.

Finalmente el sistema restringido (1)-(2)-(3) se puede resolver con la siguiente ecuación:

$$\begin{pmatrix} \dot{\xi} \\ F_c \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} H_\xi & -J_c^T \\ -J_c & 0 \end{bmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} \tau_\xi - h_\xi \\ \dot{J}_c \xi - \mathbf{u}_c \end{pmatrix} \quad (4)$$

El estabilizador numérico \mathbf{u}_c puede ser manipulado para que solo actúe en las direcciones de compensación deseadas. En este trabajo el error e_c de la ecuación (3) se considera nulo para la componente de momento en el eje z y las fuerzas lineales sobre los ejes x y y . La restricción del piso es paralelo al plano x - y , y su posición respecto al marco de referencia inercial es en $z = -0.253$.

IV. TRAYECTORIAS Y CONTROL

Se definen dos tipos de trayectorias en todo el espacio de 3D. Una traslación paulatina y un movimiento de vaivén, ambos con aceleraciones nulas en la frontera.

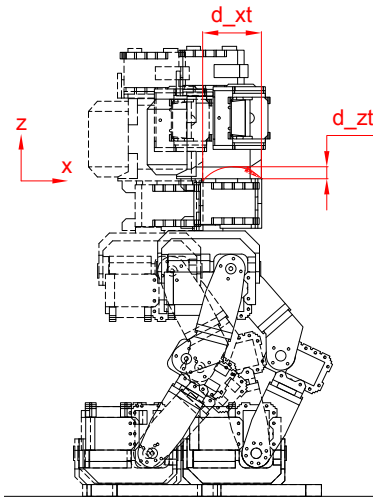


Figura 2. Movimiento en la fase de doble soporte.

En la Figura 2 se muestra un ejemplo de las trayectorias. La distancia d_{xt} es una traslación del torso en el eje

x mientras que la distancia $d_{z,t}$ es la máxima distancia recorrida en el movimiento de vaivén sobre el eje z .

Las funciones que parametrizan las trayectorias deseadas en función del tiempo son ligeras modificaciones de las trayectorias presentadas en (Silva, 1999), y se definen como:

$$x_d = x_0 + p_x \left(t - \frac{\text{sen}(2\pi f t)}{2\pi f} \right) \quad (5a)$$

$$y_d = y_0 + p_y \left(t - \frac{\text{sen}(2\pi f t)}{2\pi f} \right) \quad (5b)$$

$$z_d = z_0 + \frac{d_z}{2} (1 - \cos(2\pi f t)) \quad (5c)$$

donde t es el tiempo, f es la frecuencia de la onda, es decir el inverso del periodo $f = 1/t_f$, x_0 , y_0 y z_0 son las condiciones iniciales, p es un parámetro que se calcula como $p = d/t_f$, d es la distancia de traslación deseada y d_z es la distancia vertical máxima alcanzada en el movimiento de vaivén.

IV-A. Movimiento del torso a través del contacto entre los pies y el suelo

El movimiento del torso se obtiene a través del movimiento de los pies en contacto con el suelo. Suponiendo que las fuerzas de fricción generadas por el contacto entre el pie y el piso son lo suficientemente grandes para impedir cualquier deslizamiento entre ellos, se puede obtener una trayectoria del pie relativa al torso para generar el desplazamiento.

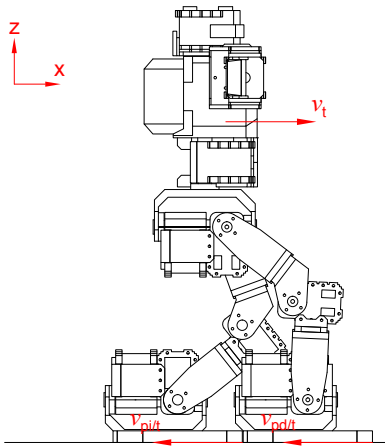


Figura 3. Velocidad del torso y velocidad de los pies respecto al torso.

La velocidad extendida de la punta del pie en contacto es nula y se puede representar como la suma de la velocidad del torso y del pie respecto al torso. Ver Figura 3.

$$\nu_p = 0 = \nu_t + \nu_{p/t} \quad (6)$$

Si queremos que el torso tenga una cierta velocidad relativa al marco de referencia inercial necesitamos controlar cada pierna de tal manera que su velocidad relativa al torso sea la negativa a la deseada: $\nu_{p/t} = -\nu_t$.

Debido a la arborescencia de la cadena cinemática, la estructura de los Jacobianos de contacto (ver ecuación (1))

tiene una forma particular, para la pierna derecha es la siguiente:

$$\begin{aligned} J_{pd_c}(\mathbf{d}_b, \mathbf{q}_{pd}) &= J_{pd}(\mathbf{d}_b, \mathbf{q}_{pd}) J_{\xi}^{-1}(\boldsymbol{\theta}) \\ &= [J_b(\mathbf{d}_b) \quad J_{pd_m}(\mathbf{d}_b, \mathbf{q}_{pd}) \quad 0 \quad 0 \quad 0] \end{aligned} \quad (7)$$

y para la pierna izquierda es:

$$\begin{aligned} J_{pi_c}(\mathbf{d}_b, \mathbf{q}_{pi}) &= J_{pi}(\mathbf{d}_b, \mathbf{q}_{pi}) J_{\xi}^{-1}(\boldsymbol{\theta}) \\ &= [J_b(\mathbf{d}_b) \quad 0 \quad J_{pi_m}(\mathbf{d}_b, \mathbf{q}_{pi}) \quad 0 \quad 0] \end{aligned} \quad (8)$$

donde $J_{pd} : \mathbf{q} \rightarrow \nu_{pd}$, $J_{pi} : \mathbf{q} \rightarrow \nu_{pi}$, $J_b : \nu_b \rightarrow \nu_b^0$, $J_{pd_m} : \mathbf{q}_{pd} \rightarrow \nu_{pd/t}$, $J_{pi_m} : \mathbf{q}_{pi} \rightarrow \nu_{pi/t}$ y ν_b^0 es la velocidad extendida del torso expresada en el marco de referencia inercial. Con la pseudoinversa de los Jacobianos se encuentra la relación entre la velocidad extendida de la base móvil y las coordenadas generalizadas de cada pierna.

$$\dot{\mathbf{q}}_{pd} = J_{pd_m}^{\dagger}(\mathbf{q}) J_b(\mathbf{q}) \nu_b; \quad \dot{\mathbf{q}}_{pi} = J_{pi_m}^{\dagger}(\mathbf{q}) J_b(\mathbf{q}) \nu_b$$

En el caso de la fase doble soporte, se consideran ambos pies sobre el suelo sin movimiento, y se puede llegar a la conclusión de que ambos presentarán la misma velocidad respecto al torso ($\nu_t = -\nu_{pd/t}$ y $\nu_t = -\nu_{pi/t}$), por lo tanto existe una relación lineal entre las velocidades de cada punta del pie.

$$\nu_{pd/t} = \nu_{pi/t} \quad (9)$$

Utilizando los Jacobianos del pie derecho (7) e izquierdo (8) en la ecuación (9) se obtiene la relación lineal entre las coordenadas generalizadas de cada pierna.

$$\dot{\mathbf{q}}_{pd} = J_{pd_m}^{\dagger}(\mathbf{q}) J_{pi_m}(\mathbf{q}) \dot{\mathbf{q}}_{pi}$$

IV-B. Ley de control

Debido a que las trayectorias deseadas se definen en el espacio operacional, es necesario establecer una ley de control que haga el mapeo al espacio articular del robot. Para esto se utiliza el control cinemático a nivel de aceleración en el espacio de tarea (Canudas, 1996):

$$\mathbf{u}_q = J_a^{\dagger}(\mathbf{q}) \left(\mathbf{u}_x - \dot{J}_a(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \dot{\mathbf{q}}_m \right) \quad (10)$$

donde $J_a(\mathbf{q})$ es el Jacobiano analítico que mapea la velocidad de las coordenadas articulares del manipulador a la derivada de la pose de la punta del pie, $J_a : \dot{\mathbf{q}}_m \rightarrow \dot{\mathbf{x}}$, y $\mathbf{u}_x \in \mathbb{R}^6$ es la aceleración que se quiere obtener en el espacio operacional dadas las trayectorias deseadas. La respuesta de control \mathbf{u}_q es la consigna en los actuadores de las piernas correspondientes.

Al igual que los Jacobianos de restricción, los Jacobianos analíticos y sus derivadas se obtuvieron fuera de línea y son evaluados e invertidos en cada iteración. Si el Jacobiano analítico está cerca de alguna singularidad se puede usar el amortiguamiento por mínimos cuadrados, similar al de la pseudoinversa, pero en las trayectorias realizadas y mostradas en este trabajo no se tuvo este problema.

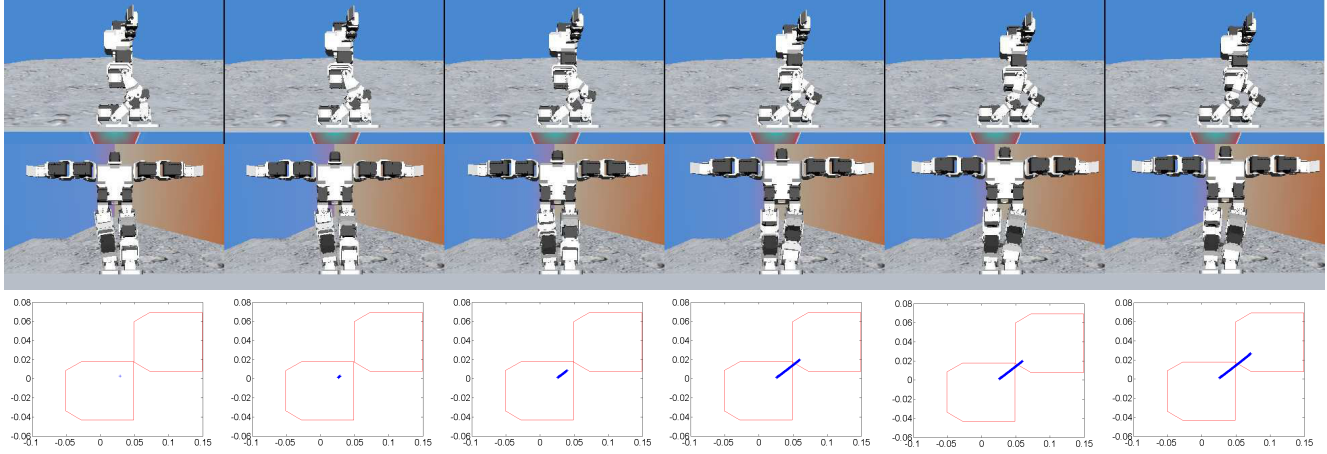


Figura 4. Simulación. Arriba: vista lateral, en medio: vista frontal, abajo: desplazamiento del ZMP durante la ejecución de la trayectoria.

Debido a que el control que se quiere realizar es de seguimiento de trayectoria, se propone una ley de control cinemática diferencial de segundo orden:

$$\mathbf{u}_x = \ddot{\mathbf{x}}_d - K_d \dot{e} - K_p e \quad (11)$$

donde $e = \mathbf{x} - \mathbf{x}_d \in \mathbb{R}^6$ es el error de regulación de la pose relativa del pie respecto al torso \mathbf{x} . El valor deseado \mathbf{x}_d es calculado a partir de las trayectorias deseadas definidas por las ecuaciones (5a)-(5c) para cada de uno de los ejes de posición y orientación, con ganancias $K_p = 900$ y $K_d = 60$.

La pose del pie respecto al torso es calculada dentro del algoritmo CRBA, (Featherstone, 2010); en cada iteración y su derivada se obtiene con el Jacobiano analítico, $\dot{\mathbf{x}} = J_a \dot{\mathbf{q}}_m$.

El vector de pose deseada \mathbf{x}_d contiene 3 elementos nulos para la orientación del torso, que deseamos se mantenga erguido en todo momento, y además 3 elementos para la definición de la posición en los ejes x , y y z , usando las ecuaciones (5a), (5b) y (5c).

Una vez que se calcula la aceleración deseada de un pie con la ecuación (11), y suponiendo que ambos pies están en contacto y sin movimiento respecto al marco de referencia inercial, se puede obtener la aceleración deseada del otro pie usando los operadores de traslación extendida que se detallan en (Featherstone, 2008). Supongamos que obtenemos la aceleración deseada del pie derecho, entonces la del pie izquierdo se calcula con la siguiente relación:

$$\mathbf{u}_{q_{pi}} = \mathcal{J}(\mathbf{x}_{pi})\mathcal{J}(-\mathbf{x}_{pd})\mathbf{u}_{x_{pd}}$$

donde \mathbf{x}_{pi} es la pose del pie izquierdo respecto al torso, $-\mathbf{x}_{pd}$ es la pose del torso respecto al pie derecho y el operador $\mathcal{J} : \mathbb{R}^6 \rightarrow \mathbb{R}^6$ realiza la traslación de un vector de aceleración extendida.

Finalmente el vector de fuerzas externas de la ecuación (1) puede ser incorporado en la integración numérica. La parte correspondiente a los brazos $\mathbf{u}_{q_{bx}}$ es un control PD en el espacio articular para mantener los brazos en su

posición inicial 0. Finalmente las señales de control de todo el sistema quedan

$$\boldsymbol{\tau}_\xi = \hat{H} \left(0, \mathbf{u}_{q_{pd}}^T, \mathbf{u}_{q_{pi}}^T, \mathbf{u}_{q_{bd}}^T, \mathbf{u}_{q_{bi}}^T \right)^T \quad (12)$$

donde \hat{H} es una matriz diagonal cuyos valores corresponden al valor de la matriz de inercia $H_\xi(\mathbf{q})$ en la configuración de “home”.

V. RESULTADOS DE SIMULACIÓN Y EXPERIMENTALES

V-A. Resultados de simulación

Las simulaciones se realizaron con el paquete Simulink© de Matlab© y el tiempo considerado para el reloj del simulador es de 0 a 1 segundo. Se usó un valor de 0.1 en el coeficiente de fricción viscosa y los parámetros iniciales de las coordenadas Lagrangianas se tomaron de (Treviño, 2011) y son los siguientes:

$$\mathbf{q} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0.0550 & 0 & -0.0151 \\ 0 & 0.1498 & -0.3776 & 1.2141 & -0.8364 & -0.1498 \\ 0 & 0.0411 & -0.8148 & 0.7013 & 0.1136 & -0.0411 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}^T$$

Los parámetros de las trayectorias deseada definidas por (5a)-(5c) son $d_x = 0.05$, $d_y = 0.028$ y $d_z = 0.003$. Los valores iniciales x_0 , y_0 y z_0 se obtienen de la pose inicial del pie derecho respecto al torso \mathbf{x}_{pd} .

$$\mathbf{x}_{pd} = (0 \ 0 \ 0 \ -0.0061 \ -0.0125 \ -0.2379)^T$$

El estabilizador PD de Baumgarte fue sintonizado con $K_{pc} = 100$ y $K_{dc} = 20$. Los resultados del mundo virtual se pueden ver en la tira de imágenes de la Figura 4. En la parte inferior se puede observar que la posición del ZMP siempre cae adentro del polígono de soporte. Por lo tanto el trayecto realizado conserva el balance dinámico del robot.

V-B. Resultados Experimentales

Para la comunicación PC-robot se usó el SDK de Dynamixel© que provee una API con múltiples opciones de



Figura 5. Movimiento del torso con doble soporte. Arriba: vista lateral, abajo: vista frontal.

comunicación con los servomotores sin necesidad del procesador central CM-5 que trae el robot (Dynamixel, 2013). La desventaja es la necesidad de un cable en la comunicación.

Se usó una computadora con sistema operativo Ubuntu 10.09 dotado del parche en tiempo real linuxRT (kernel 2.6.31-11-rt), un convertidor de puerto USB a protocolo TTL y una fuente externa de 9 Voltios. La tira con imágenes del video se muestra en la Figura 5.

Es necesario mencionar que no existen sensores para estimar directamente el *ZMP*, este solo se usó en la simulación,

VI. CONCLUSIONES

Se presentó el uso de un control cinemático en el espacio operacional para la definición de trayectorias articulares deseadas en la fase de doble soporte de un robot bípedo. Las simulaciones muestran la posición del *ZMP* y su evolución desde la base de un pie al otro, exponiendo la importancia de esta fase como paso intermedio entre dos fases de soporte simple. Es posible entonces controlar exitosamente la trayectoria del torso en el espacio operacional para seguir trayectorias deseadas en 3D cuando un robot bípedo se encuentra en la fase de doble soporte. Las pruebas experimentales corroboran exitosamente estos resultados.

Como posible trabajo futuro, se desea definir trayectorias de los brazos y/o de la orientación del torso que preserven la estabilidad del balanceo dinámico ya sea al ampliar la dimensión del paso o en presencia de cambios bruscos de la postura.

Adicionalmente se puede afirmar que la metodología GRyMA de asignación de referenciales ofrece una manera alternativa para la colocación de los marcos de referencia de cadenas cinemáticas. Este método tiene, al igual que la convención Denavit-Hartenberg, dependencia de solo 4 parámetros cinemáticos, con la ventaja de no tener parámetros angulares entre referenciales consecutivos. Esta metodología resulta más simple para cadenas cinemáticas de geometría compleja.

VII. AGRADECIMIENTOS

Al CONACYT por financiar el trabajo de tesis de donde deriva este artículo (CVU:369390) y al CINVESTAV por el apoyo académico y económico.

REFERENCIAS

- Baumgarte, J. (1972). *Stabilization of constraints and integrals of motion in dynamical systems*. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, V1, June, pp 1-16.
- Canudas de Wit, C., Siciliano, B. and Bastin, G. (Eds.)(1996). *Theory of Robot Control*. Springer.
- Dynamixel, SDK (2013). <http://support.robotis.com/en/>.
- Featherstone, Roy (2008). *Rigid Body Dynamics Algorithms*. Springer.
- Featherstone, Roy (2010). *A Beginner's Guide to 6-D Vectors (Part 2)*. IEEE Robotics and Automation Magazine.
- Hirai, K., Hirose, M., Haikawa, Y., and Takenaka, T. (1998). *The development of Honda humanoid robot*. IEEE International Conference In Robotics and Automation. Proceedings (Vol. 2): 1321-1326.
- Huang, Qiang, et al. (2001). *Planning walking patterns for a biped robot*. IEEE Transactions on Robotics and Automation, 17.3: 280-289.
- Inman, Verne T., Henry, J. R. and Frank T. (1981). *Human walking*. Williams & Wilkins.
- Jarquín, G., Arechavaleta, G., Olgún-Díaz, E., and Parra-Vega, V. (2012) *Passivity-based Force-Motion Control of Humanoids with Contact and Posture Constraints*. Congreso Internacional de Control Automático AMCA 2012, Cd. del Carmen (México): 490-495
- Khalil, W., and Dombre, E. (2002). *Modeling, Identification and Control of Robots*. MIT Press Taylor Francis.
- McGeer, T. (1990). *Passive walking with knees*. IEEE Transactions on Robotics and Automation, 17.3: 1640-1645.
- McMahon, Thomas A. (1984). *Muscles, reflexes, and locomotion*. Princeton, NJ: Princeton University Press.
- Meirovitch, Leonard. (1970). *Methods of analytical dynamics* Courier Dover Publications.
- Mitobe, K., et al. (1997). *Control of a biped walking robot during the double support phase*. Autonomous Robots 4.3: 287-296.
- Romero Velázquez, José G., Olgún Díaz, Ernesto, Morales Díaz, América. (2009) *Modelo dinámico de un robot bípedo planar de 9 grados de libertad en fase de vuelo y fases de contacto*. Congreso Internacional de Control Automático AMCA 2009, Zacatecas, (México)
- Roussel, L., Canudas-de-Wit, C. and Goswami, A. (1998). *Generation of energy optimal complete gait cycles for biped robots*. IEEE Transactions on Robotics and Automation, 17.3: 2036-2041.
- Shih, C-L., and Gruver, William A. (1992). *Control of a biped robot in the double-support phase*. IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics, 22.4: 729-735.
- Silva, Filipe M., and Machado, J. A. Tenreiro. (1999). *Energy analysis during biped walking*. IEEE International Conference on in Robotics and Automation, (Vol. 1): 59-64.
- Spong, M.W. (2004). *Robot Dynamics And Control*. Wiley India Pvt. Limited.
- Treviño P., Ricardo E. (2011). *Trayectoria reactiva del torso garantizando estabilidad dinámica en balanceo de marcha bípeda*. Tesis de Maestría en Robótica y Manufactura Avanzada CINVESTAV.
- Vukobratovic, M. and Borovac, B. (2004). *Zero-Moment Point - Thirty Five Years of its Life*. International Journal of Humanoid Robotics: 157-173.