

Emulación de Estructuras Mecánicas mediante Sistemas Multi-Agente

J. González-Sierra, J. Santiaguillo-Salinas, E. Aranda-Bricaire

Departamento de Ingeniería Eléctrica, Sección Mecatrónica, CINVESTAV

A.P. 14-740, 07000 México D.F., México

E-mail: jamesgsjr@hotmail.com, jsantiaguillo@cinvestav.mx, earanda@cinvestav.mx

Resumen—Este artículo presenta el desempeño experimental de dos leyes de control para la emulación de estructuras mecánicas utilizando un sistema multi-agente conformado por robots móviles del tipo unicyclo. La unión entre los agentes se realiza de manera virtual utilizando vectores de formación variantes en el tiempo. Se abordan dos casos. El primero consiste en coordinar a un grupo de robots móviles para que se orienten al ángulo de marcha del agente líder; de esta manera el comportamiento de los agentes se asemeja al de una estructura rígida que se desplaza siguiendo una trayectoria. El segundo caso consiste en emular el comportamiento de un n -tráiler general.

Palabras clave: Sistemas Multi-Agente; Formación variante en el tiempo; Estructuras Mecánicas; Visión por Computadora; Tiempo Real.

I. INTRODUCCIÓN

Un agente es un objeto capaz de percibir el ambiente en el que se encuentra, y que tiene la capacidad de actuar en el mismo. Un sistema de robots multi-agente (MARS por sus siglas en inglés) está conformado por varios robots autónomos (UAV's, vehículos terrestres o submarinos) que se comunican, coordinan e interactúan entre sí para resolver tareas trabajando de forma cooperativa, realizando dichas tareas de una forma más confiable, rápida y económica de lo que es posible con robots que trabajan de manera individual (Cao et al., 1997). Una clase de sistemas multi-agente es aquella constituida por grupos de robots móviles los cuales están dotados de movimiento a través de ruedas, patas y/u orugas. Algunas aplicaciones de los MARS se pueden encontrar en la navegación de satélites, transporte y manipulación de objetos, operaciones de exploración y búsqueda, limpieza y vigilancia, entre otras. Estas y otras aplicaciones pueden ser consultadas en (Yamaguchi, 2003), (Suzuki, 1999), (Kumar, 1998), (Arai et al., 2002), (Cao et al., 1997). La coordinación de movimiento es una de las principales áreas de investigación de los MARS. Específicamente se busca mantener una configuración geométrica definida al mismo tiempo que se realiza el seguimiento de alguna trayectoria. Por ejemplo, si se desea que un grupo de dos o más robots móviles desplacen un objeto de un lugar a otro, estos robots deben de mantener una configuración geométrica en relación con la forma del objeto, de tal manera que desplacen el objeto en una dirección deseada. Una forma de abordar este tipo de problemas es a través

del concepto de estructuras mecánicas virtuales. En el movimiento de cuerpo rígido de un objeto físico, todas las partículas que forman al objeto mantienen una relación geométrica fija. Si alguna de las partículas del objeto físico es sometida a una perturbación, ésta será propagada a las demás partículas. Con base a lo anterior, sería deseable que un conjunto de robots móviles no conectados entre sí, se comporte de esta manera. Para el caso de un MARS, es posible emular el comportamiento de este tipo de estructuras mecánicas estableciendo vectores de posición variantes en el tiempo. Este tipo de problemas ha sido poco discutido en la literatura (Krishnaprasad and Justh, 2004), (Peñaloza et al., 2011). En (Tan et al., 1996) introducen la definición de estructuras virtuales y se proponen estrategias de control para forzar a un grupo de robots a comportarse como si fueran partículas de una estructura rígida. Por otra parte en (Peñaloza et al., 2011) y (Rendón-Benítez et al., 2012) se proponen vectores de posición variantes en el tiempo para emular, respectivamente, el comportamiento de un n -tráiler y el comportamiento de una estructura rígida cuando ésta se encuentra en movimiento.

Este artículo presenta el desempeño, mediante experimentos en tiempo real, de leyes de control utilizando vectores de posición variantes en el tiempo que permiten emular el comportamiento de estructuras mecánicas rígidas empleando un conjunto de robots móviles tipo unicyclo. Dos casos son abordados. El primero consiste en emular el comportamiento de una estructura rígida para la transportación de objetos. El segundo caso se enfoca en emular el comportamiento de una estructura tipo tráiler.

El artículo está organizado de la siguiente manera. En la Sección II se presentan los preliminares matemáticos, el modelo cinemático de los robots móviles tipo unicyclo y el planteamiento del problema. La Sección III está dedicada a establecer las estrategias de control que permiten la emulación de estructuras mecánicas. En la Sección IV se presenta la descripción de la plataforma experimental, así como los resultados experimentales obtenidos al aplicar las estrategias de control. Finalmente, se presentan algunas conclusiones en la Sección V.

II. PRELIMINARES Y PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

En esta sección se define el modelo cinemático de los unicyclos y el concepto de gráficas de formación y su aplicación

en el diseño y análisis de estrategias de formación. También se identifican los casos de estudio que serán abordados en este trabajo.

II-A. Gráficas de formación

De acuerdo a (Desai, 2002), las formaciones deseadas para un grupo de agentes puede establecerse a través de una gráfica de formación (basada en la teoría de grafos), la cual se define de la siguiente manera

Definición 1: Una gráfica de formación $G = \{N, E, C\}$ consta de

- Un conjunto de vértices $N = \{R_1, R_2, \dots, R_n\}$ que corresponden a los n agentes móviles.
- Un conjunto de aristas $E = \{(j, i) \in N \times N\}$ con $i \neq j$ que contiene pares de nodos que representan las comunicaciones posibles entre los agentes, por lo tanto si $(j, i) \in E$ entonces $j \in N_i$ donde $N_i \subseteq N$ y corresponde al conjunto de posiciones de agentes móviles detectables para el robot R_i .
- Un conjunto de etiquetas $C = \{c_{ji}\}$ con $(j, i) \in E$ donde $c_{ji} = (h_{ji}, \nu_{ji}) \in \mathbb{R}^2$ es un vector que especifica la posición relativa deseada entre los agentes j e i .

La posición deseada de un agente dada una gráfica de formación, puede definirse como

$$\alpha_i^* = \frac{1}{g_i} \sum_{j \in N_i} (\alpha_j + c_{ji}), \quad i = 1, \dots, n. \quad (1)$$

donde g_i es el número de robots detectados por el agente R_i . La posición deseada de un robot R_i puede interpretarse como el promedio de las posiciones relativas deseadas con respecto a los robots detectables para él. Las gráficas de formación utilizadas en este trabajo corresponden a la gráfica de formación tipo convoy o también conocida como esquema líder-seguidor (Belkhouche and Belkhouche, 2005) y la gráfica de formación directa centrada en el líder.

II-B. Modelo cinemático de los unicyclos

Sea N el conjunto de robots móviles definidos anteriormente que se desplazan en el plano con posiciones

$$z_i = \begin{bmatrix} x_i \\ y_i \end{bmatrix}, \quad i = 1, \dots, n. \quad (2)$$

El modelo cinemático de cada agente o robot R_i de acuerdo a la Fig. 1 está dado por

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_i \\ \dot{y}_i \\ \dot{\theta}_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta_i & 0 \\ \sin \theta_i & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_i \\ w_i \end{bmatrix}, \quad i = 1, \dots, n, \quad (3)$$

donde v_i es la velocidad lineal del punto medio del eje de las ruedas, w_i es la velocidad angular y θ_i es el ángulo de orientación del i -ésimo agente con respecto al eje X . Es conocido que el sistema (3) con las salidas definidas en (2) no puede ser estabilizado por una ley de control continua e invariante en el tiempo. Debido a esto, se estudia la dinámica del punto $\alpha_i = [p_i, q_i]^T$ diferente al punto

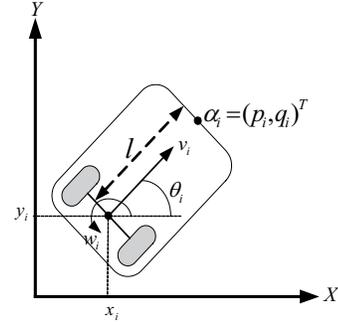


Figura 1: Modelo cinemático de los unicyclos

medio del eje de las ruedas. Las coordenadas del punto α_i están dadas por

$$\alpha_i = \begin{bmatrix} p_i \\ q_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_i + l \cos(\theta_i) \\ y_i + l \sin(\theta_i) \end{bmatrix} \quad (4)$$

La dinámica de éstas coordenadas es

$$\dot{\alpha}_i = A_i(\theta_i) \begin{bmatrix} v_i \\ w_i \end{bmatrix} \quad (5)$$

donde

$$A_i(\theta_i) = \begin{bmatrix} \cos \theta_i & -l \sin \theta_i \\ \sin \theta_i & l \cos \theta_i \end{bmatrix}$$

es la matriz de desacoplamiento para cada robot R_i , la cual es no singular ya que $\det(A_i(\theta_i)) = l$. Entonces es posible establecer una estrategia para controlar la posición del punto $[p_i, q_i]^T$.

II-C. Planteamiento del problema

El objetivo consiste en definir una ley de control

$$\begin{bmatrix} v_i \\ w_i \end{bmatrix} = f_i(\alpha_i(t), \alpha_i^*(t)), \quad i = 1, \dots, n-1$$

$$\begin{bmatrix} v_n \\ w_n \end{bmatrix} = f_n(\alpha_n(t), m(t))$$

tal que

- $\lim_{t \rightarrow \infty} (\alpha_i(t) - \alpha_i^*(t)) = 0$ (Convergencia a la formación deseada). Cada uno de los agentes convergen a un patrón de formación definido mediante vectores de posición c_{ji} . Para emular el comportamiento de estructuras mecánicas se supondrá que los vectores de posición c_{ji} son variantes en el tiempo, es decir, $c_{ji}(t)$.
- $\lim_{t \rightarrow \infty} (\alpha_n(t) - m(t)) = 0$ (Control de marcha). Los agentes alcanzan una formación deseada mientras siguen una trayectoria predefinida continuamente diferenciable $m(t) = [x_d(t), y_d(t)]^T$ para el robot líder R_n .

III. ESTRATEGIAS DE CONTROL

En esta sección se definen las estrategias de control para emular el comportamiento de estructuras mecánicas a través de un sistema multi-agente compuesto de robots móviles del tipo unicyclo. Se utilizan vectores de formación variantes en el tiempo para lograr dichas configuraciones.

III-A. Orientación al ángulo de marcha del líder

El objetivo de esta estrategia de control consiste en orientar a un grupo de agentes, denominados seguidores, al ángulo de marcha de un agente conocido como líder. Esto se logra a partir de una matriz de rotación $R(\theta_n)$, la cual generará un vector de posición variante en el tiempo. La gráfica de formación utilizada en esta estrategia de control corresponde a la gráfica de formación directa centrada en el líder, donde la posición deseada de cada agente, con base en (1) se define como

$$\alpha_i^* = \alpha_n + c_{ni}(t) \quad i = 1, \dots, n-1 \quad (6)$$

El vector de posición variante en el tiempo deseado entre el agente R_i y R_n está definido por

$$c_{ni}(t) = R(\theta_n) C_{ni} \quad (7)$$

donde C_{ni} es un vector de posición estático que se obtiene a partir de la formación deseada. La matriz de rotación está dada por

$$R(\theta_n) = \begin{bmatrix} \cos \theta_n & -\sin \theta_n \\ \sin \theta_n & \cos \theta_n \end{bmatrix}$$

Con base a lo anterior se establece la siguiente ley de control

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} v_i \\ w_i \end{bmatrix} = A_i^{-1}(\theta_i) [\dot{m} + \dot{c}_{ni} - k(\alpha_i - \alpha_i^*)] \\ i = 1, \dots, n-1 \\ \begin{bmatrix} v_n \\ w_n \end{bmatrix} = A_n^{-1}(\theta_n) [\dot{m} - k_m(\alpha_n - m)] \end{cases} \quad (8)$$

donde k y k_m son los parámetros de diseño, y

$$\begin{aligned} \dot{c}_{ni}(t) &= \dot{R}(\theta_n) C_{ni} \\ \dot{R}(\theta_n) &= \dot{\theta}_n \begin{bmatrix} -\sin \theta_n & -\cos \theta_n \\ \cos \theta_n & -\sin \theta_n \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

Proposición 1: (González-Sierra y Aranda-Bricaire, 2012), (Rendón-Benítez et al., 2012). Considere el sistema (3) y la ley de control (8), con $k > 0$ y $k_m > 0$, entonces en el sistema en lazo cerrado (3)-(8) los agentes R_i convergen a la formación deseada i.e. $\lim_{t \rightarrow \infty} (\alpha_i(t) - \alpha_i^*(t)) = 0$, $i = 1, \dots, (n-1)$ mientras que el agente líder R_n converge a la trayectoria de marcha i.e. $\lim_{t \rightarrow \infty} (\alpha_n(t) - m(t)) = 0$.

Prueba 1: Definiendo las coordenadas del error como

$$\begin{aligned} e_i &= \alpha_i - \alpha_i^* = \alpha_i - \alpha_n - c_{ni} \\ e_n &= \alpha_n - m \end{aligned} \quad (9)$$

De forma matricial se tiene

$$e = (D \otimes I_2) \alpha - \tilde{c}$$

donde I_2 es la matriz identidad de 2×2 y \otimes representa el producto Kronecker,

$$D = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & & 0 & -1 \\ \vdots & & & & \ddots & & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 1 \end{bmatrix}, \tilde{c} = \begin{bmatrix} c_{n1} \\ c_{n2} \\ \vdots \\ c_{n(n-1)} \\ m \end{bmatrix}.$$

La dinámica del sistema en lazo cerrado en las coordenadas del error está dada por

$$\dot{e} = (\tilde{D} \otimes I_2) e$$

donde

$$\tilde{D} = \begin{bmatrix} -k & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & -k & 0 & & 0 \\ \vdots & & & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & -k & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & -k_m \end{bmatrix}$$

La matriz \tilde{D} es Hurwitz y los errores convergen a cero. \square

III-B. Configuración del n -tráiler general

El objetivo de esta estrategia de control consiste en emular el comportamiento de un tráiler general. La gráfica de formación utilizada es la de líder-seguidor o de tipo convoy, donde la posición deseada, con base en (1), se define como

$$\alpha_i^* = \alpha_{i+1} + c_{(i+1)i}(t) \quad i = 1, \dots, n-1. \quad (10)$$

El vector de posición deseado entre el agente R_i y R_{i+1} está definido por

$$c_{(i+1)i}(t) = -C_{(i+1)i} \begin{bmatrix} \cos(\theta_{i+1}) \\ \sin(\theta_{i+1}) \end{bmatrix} \quad (11)$$

donde, en este caso, $C_{(i+1)i}$ es una constante que corresponde a la distancia que debe de existir entre el punto frontal del agente R_{i+1} y el punto frontal del agente R_i . Con base a lo anterior se define la siguiente estrategia de control

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} v_i \\ w_i \end{bmatrix} = A_i^{-1}(\theta_i) \left[\dot{m} + \sum_{j=i}^{n-1} \dot{c}_{(j+1)j} - k(\alpha_i - \alpha_i^*) \right] \\ i = 1, \dots, n-1 \\ \begin{bmatrix} v_n \\ w_n \end{bmatrix} = A_n^{-1}(\theta_n) [\dot{m} - k_m(\alpha_n - m)] \end{cases} \quad (12)$$

donde k y k_m son los parámetros de diseño, y

$$\dot{c}_{(i+1)i} = \begin{bmatrix} C_{(i+1)i} w_{i+1} \sin(\theta_{i+1}) \\ -C_{(i+1)i} w_{i+1} \cos(\theta_{i+1}) \end{bmatrix}$$

Proposición 2: (Peñaloza et al., 2011), (González-Sierra y Aranda-Bricaire, 2012). Considere el sistema (3) y la ley de control (12), con $k > 0$ y $k_m > 0$, entonces en el sistema en lazo cerrado (3)-(12) los agentes R_i convergen a la formación deseada i.e. $\lim_{t \rightarrow \infty} (\alpha_i(t) - \alpha_i^*(t)) = 0$, $i =$

1, ..., (n - 1) mientras que el agente líder R_n converge a la trayectoria de marcha i. e. $\lim_{t \rightarrow \infty} (\alpha_n(t) - m(t)) = 0$

Prueba 2: La prueba es similiar a la presentada en la Prueba 1. □

IV. RESULTADOS EXPERIMENTALES

Los experimentos en tiempo real se llevaron a cabo en una plataforma compuesta por tres robots móviles del tipo unicycle modelo AmigoBot (Fig. 2) manufacturados por la empresa MobileRobots Inc. Cada uno de ellos presentan en la parte superior una serie de marcadores infrarrojos, los cuales forman una figura no simétrica de tal manera que el centroide de esta figura coincide con el punto medio del eje de las ruedas de cada robot. La posición y orientación de cada uno de los robots es obtenida a través de un sistema de visión conformado por 8 cámaras modelo Flex 13 repartidas en un área de 2.5×6 metros a una altura de 3 metros. Éstas cámaras cuentan con una resolución de 1280×1024 a una velocidad de 120 cuadros por segundo. Por especificaciones técnicas para que un objeto sea detectado, el objeto debe de tener un mínimo de 3 marcadores y al menos 3 cámaras deben de localizar al objeto dentro de su rango de visión. Una vez que las cámaras calculan la posición y orientación de cada robot, esta información es enviada a una computadora y es desplegada en pantalla a través del software propio de las cámaras llamado Motive. Las leyes de control son calculadas en Visual C++ usando las librerías Aria las cuales son utilizadas para comunicarse con los AmigoBot. Para realizar la comunicación entre el software Motive y Visual C++ se utiliza el protocolo de comunicación VRPN. Por último, las velocidades de cada rueda son enviadas a los robots por medio de comunicación Wi-Fi a través de la siguiente transformación

$$\begin{bmatrix} v_{r_i} \\ v_{\ell_i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \frac{d}{2} \\ 1 & -\frac{d}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_i \\ w_i \end{bmatrix}, \quad i = 1, \dots, n,$$

donde v_{r_i} y v_{ℓ_i} es la velocidad lineal de la rueda derecha e izquierda, respectivamente y $d = 28$ cm es la longitud del eje de las ruedas. La Fig. 3 muestra el comportamiento



Figura 2: Robot móviles del tipo AmigoBot

en el plano del sistema en lazo cerrado (3)-(8). La trayectoria deseada es una Lemniscata de Geronno dada por $m(t) = [0.5 \sin(2\omega t), 1.5 \cos(\omega t)]^T$ donde $\omega = \frac{2\pi}{60}$. La distancia del punto medio del eje de las ruedas al punto

frontal es $\ell = 0.1$ metros y las ganancias se establecieron en $k = 1$, $k_m = 2.5$. Las condiciones iniciales son, para el robot líder $[p_3, q_3, \theta_3]^T = [0.033, 1.59, 0.032]^T$ y para los seguidores $[p_2, q_2, \theta_2]^T = [-0.275, 1.24, 0.715]^T$, $[p_1, q_1, \theta_1]^T = [-0.429, 1.84, 0.524]^T$. La posición de los puntos frontales de los robots forman un triángulo de 0.5 metros por lado generando un vector de posición estático de la siguiente forma

$$C_{31} = \begin{bmatrix} -0.5 \cos\left(\frac{\pi}{6}\right) \\ 0.5 \sin\left(\frac{\pi}{6}\right) \end{bmatrix} \quad C_{32} = \begin{bmatrix} -0.5 \cos\left(\frac{\pi}{6}\right) \\ -0.5 \sin\left(\frac{\pi}{6}\right) \end{bmatrix}$$

Como se puede apreciar, en la Fig. 4(a), y Fig. 4(b) los tres robots mantienen la formación tipo triángulo mientras el líder sigue la trayectoria deseada. De esta manera los agentes se comportan como si fueran una estructura rígida.

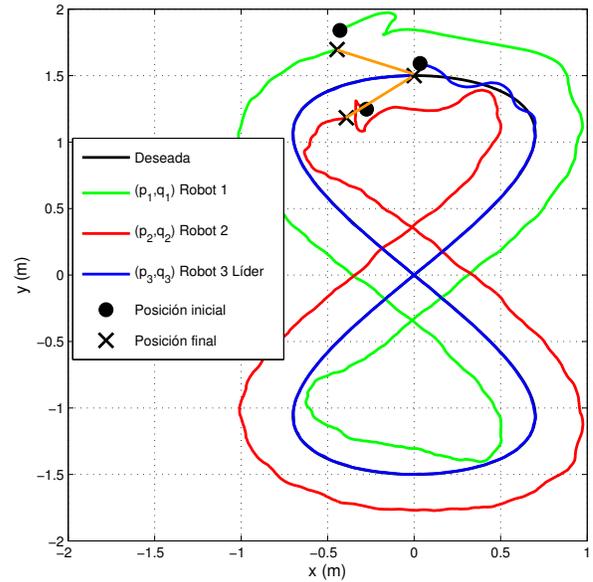
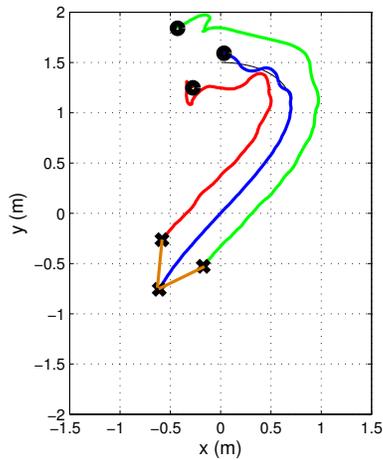


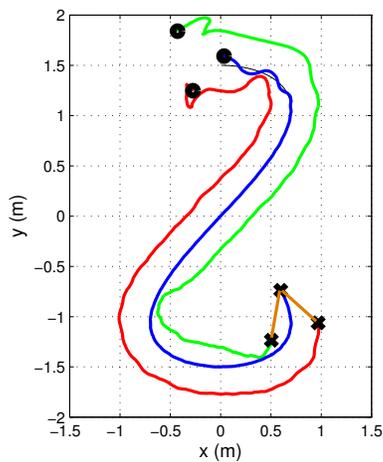
Figura 3: Movimiento en el plano de los agentes. Trayectoria cuando $t = 60$ segundos.

La Fig. 5, presenta los errores de posición para el robot 1 y el robot 2, los cuales se mantienen oscilando alrededor de cero. La razón de éstas oscilaciones se debe a inevitables errores de medición al colocar los marcadores infrarrojos, originando que el centroide de la figura formada por los marcadores no coincida exactamente con el punto medio del eje de las ruedas.

La Fig. 6 muestra el comportamiento en el plano del sistema en lazo cerrado (3)-(12), emulando el comportamiento de un n -tráiler general. La trayectoria de marcha deseada para el líder es un rectángulo cuyas esquinas están redondeadas con un radio de 0.2 metros. Este tipo de trayectoria se eligió para visualizar los efectos de subviraje presentes en el tráiler real y que son reproducidos por



(a)



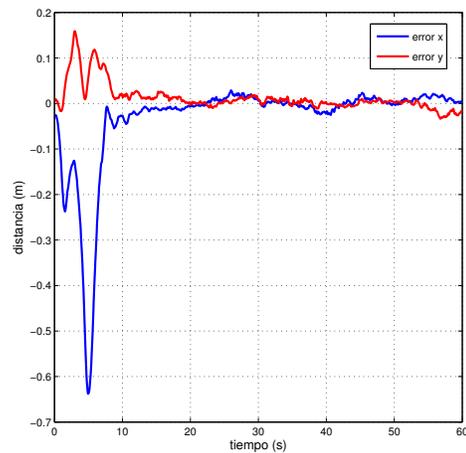
(b)

Figura 4: Movimiento en el plano de los agentes. (a) Trayectoria cuando $t = 20$ segundos. (b) Trayectoria cuando $t = 40$ segundos.

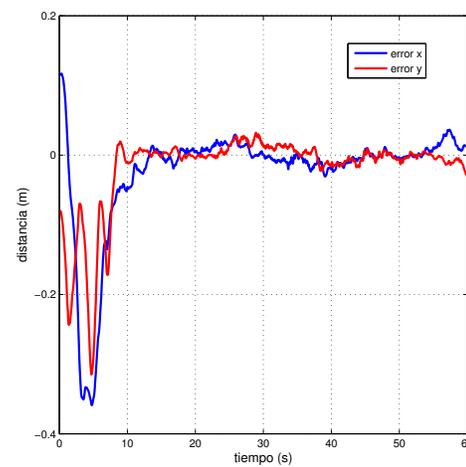
los agentes. Las condiciones iniciales son, para el robot líder $[p_3, q_3, \theta_3]^T = [0, 1.177, -0.026]^T$ y para los seguidores $[p_2, q_2, \theta_2]^T = [-0.1783, 0.839, 0]^T$, $[p_1, q_1, \theta_1]^T = [-0.60474, 1.185, -0.026]^T$. Las ganancias se establecieron en $k = 1$ y $k_m = 2$ y las distancias entre los puntos frontales de los robots como $C_{21} = 0.52$, $C_{32} = 0.27$ metros. El punto frontal para el líder está dado por $\ell_3 = 0.1$ metros y para el robot 2 y el robot 1 $\ell_2 = \ell_1 = 0.4$ metros. En la Fig. 7 se presentan los errores de posición entre los robots seguidores y el robot líder, los cuales se mantienen alrededor de cero.

V. CONCLUSIONES

Las estrategias de control (8) y (12) son evaluadas y validadas a través de una plataforma experimental que consiste de tres robots del tipo unicycle AmigoBot y un



(a)



(b)

Figura 5: Error de posición de los agentes. (a) Error de posición robot 1. (b) Error de posición robot 2.

sistema de visión compuesto de ocho cámaras tipo Flex 13. Estas estrategias de control (8), (12) y los resultados experimentales expuestos en este artículo son similares a los presentados en (Peñaloza et al., 2011) y (Rendón-Benítez et al., 2012). La principal diferencia radica en que las leyes de control definidas en este artículo poseen un grado de descentralización menor, es decir, los agentes seguidores tienen un mayor conocimiento de la trayectoria de marcha. La elección adecuada de las leyes presentadas, dependerá de la capacidad de comunicación del líder con los otros agentes. Por último, en términos de desempeño, las estrategias de control (8) y (12) son equivalentes a las presentadas en (Peñaloza et al., 2011) y (Rendón-Benítez et al., 2012), debido a que en lazo cerrado se obtienen ecuaciones similares.

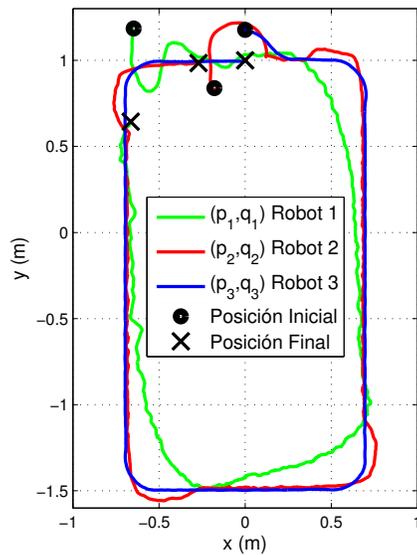


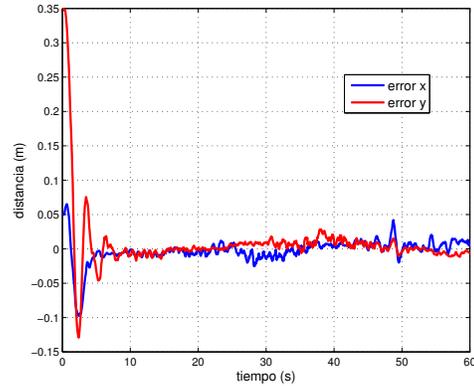
Figura 6: Movimiento en el plano de los agentes

AGRADECIMIENTOS

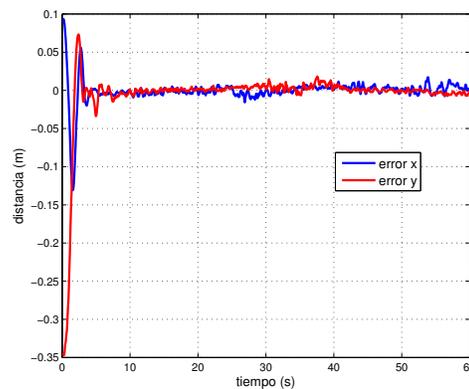
Este trabajo fue parcialmente financiado por CONACYT mediante las becas No. 219257 y 243226.

REFERENCIAS

- Arai T., Pagello E., Parker L. E. (2002). *Guest editorial advances in multirobot systems*, IEEE Transactions on Robotics and Automation, 18, 655-661, 2002.
- Belkhouche F. and Belkhouche B. *Modelling and controlling a robotic convoy using guidance laws strategies*. IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics, Part B, 35(4), 813-825, 2005.
- Cao Y. U., Fukunaga A. S., Kahng A. B. (1997). *Cooperative mobile robotics: antecedents and directions*. Proc. Autonomous Robots, 4, 226-234, 1997.
- González-Sierra J., Aranda-Bricaire E. (2012). *Avance en formación variante en el tiempo para sistemas multiagente*. Memorias del XIV Congreso Mexicano de Robótica COMROB 2012, Puebla, México, 2012.
- Desai J. P. (2002). *A graph theoretic approach for modeling mobile robot team formations*. Journal of Robotic Systems, 19(11): 511-525, 2002.
- Krishnaprasad P. S., Justh E.W. (2004). *Equilibria and steering laws for planar formations*. Systems and Control Letters, vol. 52, 25-38, 2004.
- Kumar V., Desai J. P., Ostrowski J. P. (1998). *Controlling formations of multiple mobile robots*. In International Conference on Robotics and Automation, IEEE, 2864-2869, 1998.
- Peñaloza-Mendoza G. R., Hernández-Mendoza D. E., Aranda-Bricaire E. (2011). *Time-Varying Formation Control for Multi-Agent Systems Applied to n-Trailer Configuration*. Proc. 18th International Conference on Electrical Engineering, Computing Science and Automatic Control, CCE, Mérida, Yucatán, México, 2011.
- Rendón-Benítez F., Santiaguillo-Salinas J., González-Sierra J., Aranda-Bricaire E. (2012). *Control de Marcha de Sistemas Multi-Agente con Orientación al Ángulo de Marcha del Líder*. Memorias del XV Congreso latinoamericano de Control Automático CLCA 2012, Lima, Perú, 2012.
- Suzuki I., Asahiro Y., Asama H., Yamashita M. (1999). *Improvement of distributed control algorithms for robots carrying an object*. Proc. of the 1999 IEEE International Conference on Systems, Man, and Cybernetics, 608-613, Tokio, Japón, 1999.
- Tan K. H., Anthony-Lewis M. (1996). *Virtual structures for high-precision cooperative mobile robotic control*. Proc. International Conference on Intelligent Robots and Systems vol. 1, 132-139, 1996.



(a)



(b)

Figura 7: Error de posición de los agentes. (a) Error de posición robot 1. (b) Error de posición robot 2.

- Yamaguchi H. (2003). *A distributed motion coordination strategy for multiple nonholonomic mobile robots in cooperative hunting operations*. Robotics and Autonomous Systems, vol. 43(1), 257-282, 2003.