

# Sincronización de Cuadrirotos en Forma Coordinada

E. Sumano\*, R. Castro\*, R. Lozano\*\*

\*CINVESTAV - Departamento de Ingeniería Eléctrica - Sección de Mecatrónica

\*\*CINVESTAV - LAFMIA UMI

\*{esumano, rcastro}@cinvestav.mx, \*\*rlozano@hds.utc.fr

Teléfono: +52 (55) 57473791

**Resumen**—Se presenta un esquema de control con base en el concepto de sincronización. El esquema propuesto permite conducir cada cuadrirotor a lo largo de una trayectoria deseada sincronizando su movimiento con el de los dos cuadrirotos más cercanos. Se muestran resultados obtenidos en simulación numérica considerando tres cuadrirotos que se mueven en un plano paralelo al piso a una altura  $z$  constante e igual para todos.

**Palabras clave:** Cuadrirotor, Sincronización, Formación, Seguimiento de trayectoria.

## I. INTRODUCCIÓN

Gracias a su enorme potencial como herramientas de exploración, vigilancia, supervisión, búsqueda y rescate, el estudio de vehículos aéreos no tripulados ha cobrado gran relevancia en los últimos años. En particular, los cuadrirotos se han convertido en uno de los tipos de vehículos aéreos más populares para su estudio y control ya que son adecuados para realizar despegue y aterrizaje vertical, así como para permanecer en vuelo estacionario, permitiendo maniobrar en espacios reducidos, por ejemplo el interior de un edificio. Al combinar las características del cuadrirotor con sistemas multiagentes, la capacidad del sistema aumenta de forma considerable al proporcionar una mayor cobertura en tareas de exploración y vigilancia. En (García L. et al., 2012) se presenta la formación de tres cuadrirotos utilizando evasión de colisiones y campos potenciales, mientras que en (Guerrero J.A. et al., 2012) y (Guerrero y Lozano R., 2010) se presenta una formación para tres cuadrirotos bajo la estructura líder/seguidor y seguimiento de trayectoria utilizando el centroide del sub-sistema de control y en (Haider A. F. Almurib et al., 2011) se utilizan funciones potenciales virtuales y seguimiento de curvas para una formación de cuatro cuadrirotos. En (Davidi A. et al., 2011) se muestra seguimiento de trayectoria y formación para tres cuadrirotos utilizando un líder virtual y la posición deseada y actual de dos vecinos.

El concepto de sincronización ha sido utilizado principalmente en robots móviles tipo (2,0) (Sun D. et al., 2009), (Castro R. et al., 2010) y (Rosales F. et al., 2012). En este trabajo se presenta un esquema de control utilizando el concepto de sincronización. El control de sincronización

consta de dos partes, una de ellas es conducir cada cuadrirotor a lo largo de una trayectoria deseada y la otra es sincronizar el movimiento de cada cuadrirotor con el de los dos cuadrirotos más cercanos; dichas acciones de control poseen pesos con los cuales se logra regular el sistema entre formación y seguimiento. Para controlar el vuelo de cada cuadrirotor se utiliza un control en cascada considerando que el control de orientación es más rápido que el traslacional. Para el control de la orientación se utiliza una acción de control proporcional-derivativa (PD) y para la sincronización un control por linealización exacta. Se muestran los resultados obtenidos en simulación numérica considerando tres cuadrirotos que se mueven en un plano paralelo al piso a una altura  $z$  constante e igual para todos los cuadrirotos, también se considera la perturbación generada cuando a uno de ellos no le llega la señal de control de sincronización.

En la sección II se explica brevemente el concepto de sincronización, en la sección III se presenta el modelo dinámico del cuadrirotor, y en la sección IV se describen las estrategias de control utilizadas. En la sección V se presentan algunos resultados obtenidos en simulación numérica. Finalmente en sección VI se dan las conclusiones del trabajo.

## II. SINCRONIZACIÓN

La idea principal de control por sincronización es regular los movimientos de cada elemento de un grupo de vehículos para seguir una trayectoria deseada mientras se sincronizan sus movimientos con los de otros vehículos para mantener relaciones cinemáticas relativas, como es requerido en una formación (Sun D. et al., 2009).

Para lograr el control de seguimiento en  $\mathbb{R}^2$  se define el error de posición como

$$\mathbf{e}_i = \mathbf{q}_i^d - \mathbf{q}_i \quad (1)$$

tal que  $\mathbf{e}_i$ ,  $\mathbf{q}_i$  y  $\mathbf{q}_i^d \in \mathbb{R}^{2 \times 1}$  y representan el vector del error de posición, el vector de coordenadas de la posición actual y el vector de coordenadas de la posición deseada para el  $i$ -ésimo vehículo en un instante de tiempo dado, respectivamente.

Para medir los efectos de sincronización se utiliza el error de sincronización definido como

$$\varepsilon_i = c_i \mathbf{e}_i - c_{i+1} \mathbf{e}_{i+1} \quad (2)$$

donde  $\varepsilon_i \in \mathbb{R}^{2 \times 1}$  denota el error de sincronización,  $\mathbf{e}_i$  es el error de posición del  $i$ -ésimo vehículo,  $\mathbf{e}_{i+1}$  es el error de posición de uno de sus vecinos,  $c_i$  y  $c_{i+1} \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$  son matrices diagonales positivas. En este esquema, cuando  $i = n$  se denota a  $n + 1$  como 1.

Para hacer que el error de posición  $\mathbf{e}_i$  y el error de sincronización  $\varepsilon_i$  tiendan a cero, se define un error de acoplamiento  $\mathbf{E}_i$  que relaciona estos dos errores por medio de

$$\mathbf{E}_i = c_i \mathbf{e}_i + \beta \int_0^t (\varepsilon_i - \varepsilon_{i-1}) d\zeta \quad (3)$$

donde  $\beta \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$  es una matriz diagonal de ganancias positivas. El error de acoplamiento para el  $i$ -ésimo vehículo retroalimenta la información de dos vehículos vecinos,  $i - 1$  e  $i + 1$ . De igual manera cuando  $i = 1$ , se denota  $i - 1$  como  $n$ .

Al tener  $\mathbf{E}_i$  la descripción dada por (3) es posible modular la importancia de los errores de posición con respecto a la trayectoria deseada (mediante la matriz  $c_i$ ) o la sincronización de uno de los vehículos con respecto a sus vecinos (con la matriz de ganancias  $\beta$ ). La estrategia de control debe estar en términos del error de acoplamiento ya que es donde se combinan los errores de posición y sincronización.

### III. MODELO DINÁMICO DEL CUADRIROTOR

Se representa el cuadrirotor como un cuerpo rígido evolucionando en tres dimensiones, con masa  $m$ , una matriz de inercia  $J$  y sujeto a la fuerza gravitacional, una fuerza principal y tres momentos o pares. La dinámica de los cuatro motores es relativamente rápida por lo tanto se despreciará al igual que la flexibilidad de las hélices.

Considérese un marco de coordenadas inercial  $\mathbf{I} = \{E_x \ E_y \ E_z\}$  y un marco de coordenadas fijo al cuerpo  $\mathbf{B} = \{e_x \ e_y \ e_z\}$  (véase la fig. 1). Por lo tanto las coordenadas generalizadas del cuadrirotor pueden escribirse como

$$\xi = [x \ y \ z]^T \quad (4)$$

$$\Phi = [\phi \ \theta \ \psi]^T \quad (5)$$

donde (4) denota la posición del centro de masa del helicóptero y (5) los tres ángulos de Euler: *alabeo*, *cabeceo* y *guiñada*, respectivamente.

Las ecuaciones de movimiento dadas por las ecuaciones de Newton-Euler están dadas por (Kendoul F. et. al, 2006)

$$m\ddot{\xi} = T\mathbf{Re}_z - mg\mathbf{E}_z \quad (6)$$

$$J\dot{\Omega} = -\Omega_x J\Omega + \Gamma \quad (7)$$

donde  $T$  es el empuje total de los cuatro rotores en coordenadas cuerpo y actúa en la dirección  $\mathbf{e}_z$ , el peso del

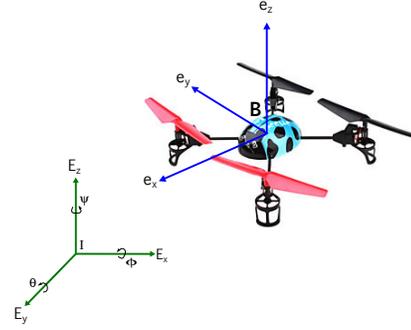


Figura 1. Marcos de referencia para el cuadrirotor

cuadrirotor se encuentra en dirección  $\mathbf{E}_z$ .  $\Gamma = [\tau_\phi \ \tau_\theta \ \tau_\psi]$  es el torque de control definido en coordenadas cuerpo  $\mathbf{B}$  mientras que

$$\Omega = [p \ q \ r]^T \quad (8)$$

representa la velocidad angular en los ejes cuerpo  $\mathbf{B}$ .  $\Omega_x$  representa la matriz anti-simétrica tal que  $\Omega_x \mathbf{v} = \Omega \times \mathbf{v}$ , es decir, el producto cruz entre dos vectores.  $R$  es la matriz de rotación que representa la orientación del cuadrirotor, esta matriz se utiliza para expresar el empuje en el marco de referencia inercial y está dada por

$$R = \begin{bmatrix} c\theta c\psi & c\psi s\theta s\phi - s\psi c\phi & c\psi s\theta c\phi + s\psi s\phi \\ s\psi c\theta & s\psi s\theta s\phi + c\psi c\phi & s\psi s\theta c\phi - c\psi s\phi \\ -s\theta & c\theta s\phi & c\theta c\phi \end{bmatrix} \quad (9)$$

donde  $s\theta$  denota  $\sin \theta$  y  $c\theta$  denota  $\cos \theta$ .

El vector de la velocidad angular  $\Omega$  se relaciona con las velocidades generalizadas  $\dot{\Phi}$  (en la región donde los ángulos de Euler son válidos) utilizando una relación estándar cinemática

$$\dot{\Phi} = W_\eta^{-1} \Omega \quad (10)$$

donde

$$W_\eta = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\sin \theta \\ 0 & \cos \phi & \cos \theta \sin \phi \\ 0 & -\sin \phi & \cos \theta \cos \phi \end{bmatrix} \quad (11)$$

### IV. ESTRATEGIA DE CONTROL

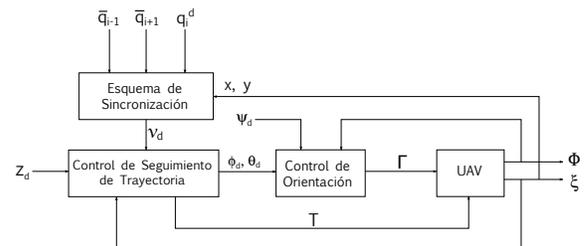


Figura 2. Estrategia de Control

Asumiendo que la dinámica de rotación en lazo cerrado converge mucho más rápido que la translacional, es posible separar el modelo en dos subsistemas independientes (Bertrand S. et. al., 2011). La estrategia, como se muestra en la figura 2, consiste en diseñar un control para la dinámica translacional tal que garantice el seguimiento de una trayectoria, de tal manera que proporcione como salida la orientación deseada a ser alimentada al control de orientación. Una tercera ley de control es utilizada para el esquema de sincronización en el plano X-Y.

Se hace entonces la asignación  $\mathbf{q}_i = [x_i \ y_i]^T$ ,  $\bar{\mathbf{q}}_{i+1} = \mathbf{e}_{i+1}$  y  $\bar{\mathbf{q}}_{i-1} = \mathbf{e}_{i-1}$ .

#### IV-A. Sincronización

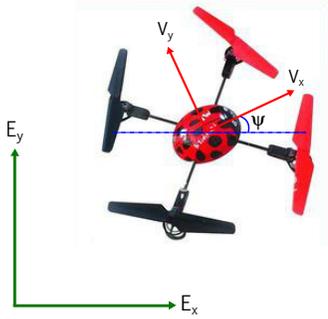


Figura 3. Cuadrirotor en el plano X-Y

La dinámica de traslación del  $i$ -ésimo cuadrirotor en el plano X-Y puede describirse como

$$\begin{aligned}\dot{x}_i &= v_{xi} \cos(\psi_i) - v_{yi} \sin(\psi_i) \\ \dot{y}_i &= v_{xi} \sin(\psi_i) + v_{yi} \cos(\psi_i) \\ \dot{\psi}_i &= \omega_i\end{aligned}\quad (12)$$

donde  $v_{xi}$  y  $v_{yi}$  son las velocidades en las componentes  $x_i$  e  $y_i$  en el marco de coordenadas fijo al cuerpo ( $\mathbf{B}$ ) del  $i$ -ésimo cuadrirotor y  $\omega_i$  es la velocidad angular de la guiñada. Como se mencionó antes, se supone que la dinámica de  $\psi_i$  evoluciona mucho más rápido que la de  $x_i$  e  $y_i$  hacia un valor deseado (por ejemplo, por medio de un control proporcional); de hecho, la dinámica de  $\psi_i$  está desacoplada de las dinámicas de  $x_i$  y  $y_i$  en (12).

La dinámica del error de acoplamiento se obtiene entonces al derivar la ecuación (3) con respecto al tiempo, es decir

$$\dot{\mathbf{E}}_i = c_i \dot{\mathbf{e}}_i + \beta(\varepsilon_i - \varepsilon_{i-1})\quad (13)$$

A partir de la ecuación (1) se puede ver que

$$\dot{\mathbf{e}}_i = \dot{\mathbf{q}}_i^d - \dot{\mathbf{q}}_i\quad (14)$$

Sustituyendo (14) y (12) en (13) se obtiene

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{E}}_i &= c_i \begin{bmatrix} \dot{x}_i^d \\ \dot{y}_i^d \end{bmatrix} - c_i \underbrace{\begin{bmatrix} \cos(\psi_i) & -\sin(\psi_i) \\ \sin(\psi_i) & \cos(\psi_i) \end{bmatrix}}_{M(\psi_i)} \begin{bmatrix} v_{xi} \\ v_{yi} \end{bmatrix} \\ &+ \beta(\varepsilon_i - \varepsilon_{i-1})\end{aligned}\quad (15)$$

A partir de la dinámica del error de acoplamiento (15) se desea diseñar un control que garantice que dicho error tienda a cero. Para esto se toma el vector de velocidades  $[v_{xi} \ v_{yi}]^T$  como entrada de control y lo renombraremos como  $[v_{xi}^d \ v_{yi}^d]^T$ . Se observa que la matriz  $M(\psi)$  es siempre de rango completo, entonces la ley de control linealizante toma la forma

$$\begin{bmatrix} v_{xi}^d \\ v_{yi}^d \end{bmatrix} = M^{-1}(\psi_i) c_i^{-1} \left( c_i \begin{bmatrix} \dot{x}_i^d \\ \dot{y}_i^d \end{bmatrix} + \beta(\varepsilon_i - \varepsilon_{i-1}) + \nu_2 \right)\quad (16)$$

Sustituyendo (16) en (15) se tiene que

$$\dot{\mathbf{E}}_i = -\nu_2$$

y la nueva entrada de control  $\nu_2$  puede elegirse como

$$\nu_2 = k_f \mathbf{E}_i$$

la cual asegura que, para una matriz  $k_f$  adecuada, el sistema

$$\dot{\mathbf{E}}_i = -k_f \mathbf{E}_i$$

converge asintóticamente a cero.

#### IV-B. Control de seguimiento de trayectoria

La salida del esquema de sincronización es una velocidad deseada para el cuadrirotor en  $x$  e  $y$ , por lo tanto, se debe realizar una regulación de velocidad en el plano X-Y. Definiendo el error de velocidad en la coordenada  $x$  como  $\bar{v}_x = \dot{x} - v_x^d$ , y para la coordenada  $y$  como  $\bar{v}_y = \dot{y} - v_y^d$  y el error de posición en la coordenada  $z$  como  $\bar{z} = z - z^d$ , se tiene que la dinámica de estos errores se puede expresar como

$$\begin{bmatrix} \dot{\bar{v}}_x \\ \dot{\bar{v}}_y \\ \dot{\bar{z}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \ddot{x} - \dot{v}_x^d \\ \ddot{y} - \dot{v}_y^d \\ \ddot{z} - \dot{z}^d \end{bmatrix}\quad (17)$$

Sustituyendo (17) en (6) se tiene

$$m \begin{bmatrix} \dot{\bar{v}}_x \\ \dot{\bar{v}}_y \\ \dot{\bar{z}} \end{bmatrix} = T \mathbf{R} \mathbf{e}_z - mg \mathbf{E}_z - m \begin{bmatrix} \dot{v}_x^d \\ \dot{v}_y^d \\ \dot{z}^d \end{bmatrix}\quad (18)$$

Tomando la orientación  $T \mathbf{R} \mathbf{e}_z$  como entrada de control y renombrándola como  $(T \mathbf{R} \mathbf{e}_z)_d$ , se emplea una linealización exacta como ley de control y se define  $\nu_1$  como una nueva entrada de control

$$(T \mathbf{R} \mathbf{e}_z)_d = m(g \mathbf{E}_z + \begin{bmatrix} \dot{v}_x^d \\ \dot{v}_y^d \\ \dot{z}^d \end{bmatrix} + \nu_1)\quad (19)$$

Se define ahora

$$R_d \mathbf{e}_z = \begin{bmatrix} R_{dx} \\ R_{dy} \\ R_{dz} \end{bmatrix} = \frac{(T \mathbf{R} \mathbf{e}_z)_d}{T_d}\quad (20)$$

con  $T_d = \|(TRe_z)_d\|$ . Sustituyendo (19) en (18) se obtiene

$$\begin{bmatrix} \dot{\bar{v}}_x \\ \dot{\bar{v}}_y \\ \dot{\bar{z}} \end{bmatrix} = \nu_1$$

Al seleccionar

$$\nu_1 = \begin{bmatrix} \nu_x \\ \nu_y \\ \nu_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -k_{dx}\bar{v}_x \\ -k_{dy}\bar{v}_y \\ -k_{dt}\dot{\bar{z}} - k_{pt}\bar{z} \end{bmatrix}$$

se tiene que

$$\begin{bmatrix} \dot{\bar{v}}_x \\ \dot{\bar{v}}_y \\ \dot{\bar{z}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -k_{dx}\bar{v}_x \\ -k_{dy}\bar{v}_y \\ -k_{dt}\dot{\bar{z}} - k_{pt}\bar{z} \end{bmatrix} \quad (21)$$

Y es suficiente que  $k_{dx}, k_{dy}, k_{dt}$  y  $k_{pt} \in \mathbb{R}^+$  para hacer que la dinámica del error (21) sea asintóticamente estable.

A partir de (20) se tiene que

$$\begin{bmatrix} R_{dx} \\ R_{dy} \\ R_{dz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s\psi_d s\phi_d + c\psi_d s\theta_d c\phi_d \\ -c\psi_d s\phi_d + s\psi_d s\theta_d c\phi_d \\ c\theta_d c\phi_d \end{bmatrix}$$

con  $\psi_d$  constante, y es posible resolver para  $\phi_d$  y  $\theta_d$ , obteniéndose

$$\phi_d = \arcsin\left(-\frac{R_{dy} - R_{dx} \tan(\psi_d)}{\sin(\psi_d) \tan(\psi_d) + \cos(\psi_d)}\right) \quad (22)$$

$$\theta_d = \arcsin\left(\frac{R_{dx} - \sin(\phi_d) \sin(\psi_d)}{\cos(\phi_d) \cos(\psi_d)}\right) \quad (23)$$

donde  $[R_{dx} \ R_{dy} \ R_{dz}]^T$  se obtiene al sustituir la ecuación (19) en (20). Es fácil notar que se pueden presentar singularidades en las ecuaciones (22) y (23) ante maniobras que requieran valores de  $\theta_d \approx \pi/2$ . Sin embargo, el alcance de este trabajo no contempla este tipo de maniobras, por lo que se asume que los ángulos  $\phi_d$  y  $\theta_d$  se mantienen en valores pequeños, evitando las singularidades.

Para el control de orientación del cuadrirotor se utiliza un control lineal tipo PD, de tal forma que, definiendo el error de orientación como

$$\bar{\Phi} = \Phi - \Phi_d$$

se tiene que la entrada de control  $\Gamma$  está dada por

$$\Gamma = -k_{do}\dot{\bar{\Phi}} - k_{po}\bar{\Phi} \quad (24)$$

con  $k_{do}$  y  $k_{po} \in \mathbb{R}^+$  siendo  $\Phi_d$  la orientación deseada.

## V. SIMULACIONES

A continuación se muestra el desempeño de las estrategias de control antes descritas mediante simulaciones numéricas realizadas en MATLAB. La trayectoria deseada para el  $i$ -ésimo cuadrirotor se genera a partir de

$$\begin{bmatrix} x_i^d \\ y_i^d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_i \\ b_i \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \quad (25)$$

donde  $a_i, b_i$  es la posición inicial del  $i$ -ésimo cuadrirotor,  $x$  y  $y$  representan la trayectoria deseada para el grupo de vehículos. En este caso se seguirá una circunferencia cuya función paramétrica está descrita por

$$\begin{aligned} x &= r \cos(\omega t) - r \\ y &= r \sin(\omega t) \end{aligned}$$

donde  $r$  es el radio de la circunferencia, y  $\omega$  es la velocidad angular. En este caso se utilizó  $r = 0.6 \text{ m}$  y  $\omega = 0,314 \text{ rad/s}$  (que es equivalente a un periodo  $T = 20 \text{ s}$ ). La posición inicial se situó sobre el perímetro de un círculo  $R = 2 \text{ m}$  centrado en el origen y los vehículos se encuentran a  $0^\circ, 30^\circ$  y  $60^\circ$  respecto al eje  $x$ . Dicha formación se muestra en la figura 4, donde los puntos representan la posición inicial para cada cuadrirotor en el plano X-Y.

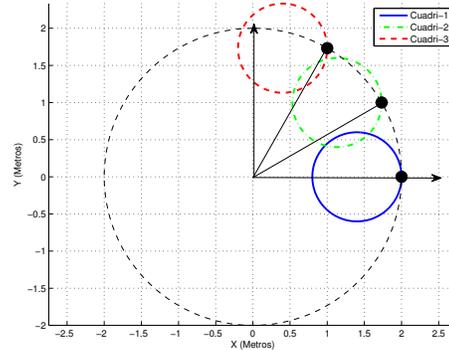


Figura 4. Formación y trayectoria deseada

Se considera que los cuadrirotos tienen una masa  $m = 0,45 \text{ Kg}$  y la siguiente matriz de inercia:

$$J = \begin{bmatrix} 0,004 & -0,001 & 0,177e-3 \\ -0,001 & 0,005 & -0,222e-3 \\ 0,177e-3 & -0,222e-3 & 0,003 \end{bmatrix}$$

Las ganancias utilizadas para los controladores se muestran en la tabla I.

TABLA I  
GANANCIAS DE LOS CONTROLADORES

$k_{pt}$	$k_{dt}$	$k_{po}$	$k_{do}$	$diag \ c$	$diag \ \beta$	$diag \ k_f$
0	8					
0	8	6	1,2	0,6	0,9	0,55
0,8	1,5					

Tanto la altura  $z$  como el ángulo  $\psi$  tendrán una referencia constante e igual para los tres cuadrirotos ( $z^d = 1 \text{ m}$  y  $\psi^d = 0^\circ$ ), las condiciones iniciales para cada cuadrirotor se muestran en la tabla II.

La simulación se realizó durante 55 segundos, los primeros 15 segundos son utilizados para que los cuadrirotos alcancen la altura y orientación deseadas (con  $\phi^d = 0^\circ$  y  $\theta^d = 0^\circ$ ), transcurrido este tiempo se pone en marcha el control de sincronización. Para observar el comportamiento

TABLA II  
CONDICIONES INICIALES

	$x$ (m)	$y$ (m)	$z$ (m)	$\phi = \theta$	$\psi$
1	$R \cos(0^\circ) + 0,03$	$R \sin(0^\circ) - 0,04$	0	$0^\circ$	$15^\circ$
2	$R \cos(30^\circ) + 0,05$	$R \sin(30^\circ) - 0,06$	0	$0^\circ$	$-15^\circ$
3	$R \cos(60^\circ)$	$R \sin(60^\circ)$	0	$0^\circ$	$40^\circ$

de los cuadrirotos cuando alguno de los ellos no puede seguir la trayectoria deseada se consideró que el cuadrirotor 1 pierde la señal de control de formación de  $t = 29$  s a  $t = 31$  s.

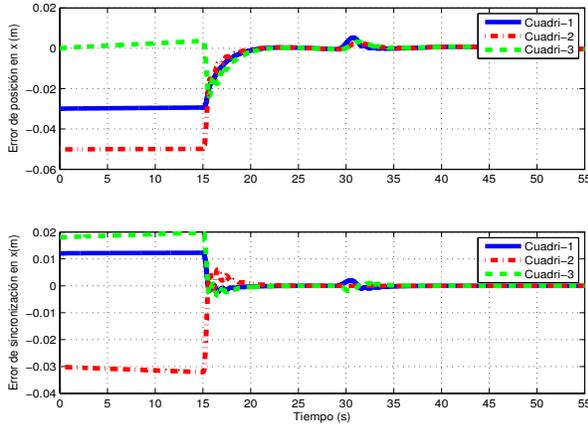


Figura 5. Errores en x

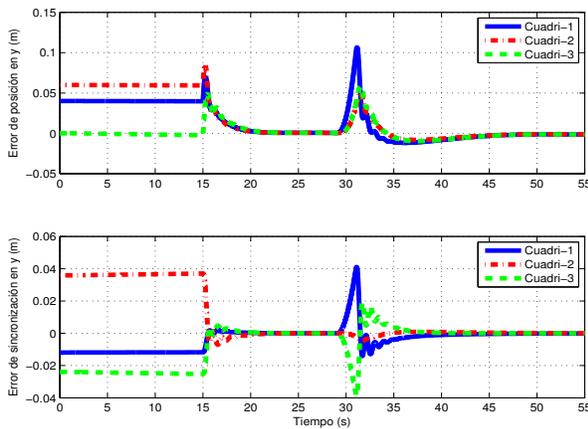


Figura 6. Errores en y

Dado que las condiciones iniciales de todos los cuadrirotos se encuentran alejadas de la trayectoria deseada, al iniciar la simulación existe error de seguimiento de trayectoria y como este error no es el mismo para todos los vehículos, también se tiene error de sincronización. Al quitar el control de sincronización al cuadrirotor 1, el error de seguimiento de trayectoria aumenta en la coordenada  $y$  hasta aproximadamente  $11$  cm. Como consecuencia, los otros dos cuadrirotos procuran mantener la formación (aunque existe un compromiso entre el seguimiento de la trayectoria y la formación) la cual tiene un error máximo

de  $4$  cm. En la coordenada  $x$  el error de posición es muy pequeño aún quitando el control, esto se debe a que la dinámica que tiene el cuadrirotor provoca el movimiento en esta dirección.

En las figuras 5 y 6 se muestran los errores de posición y sincronización en  $x$  e  $y$  respectivamente. En la figura 7 se observan los errores de acoplamiento en  $x$  e  $y$  para los tres cuadrirotos.

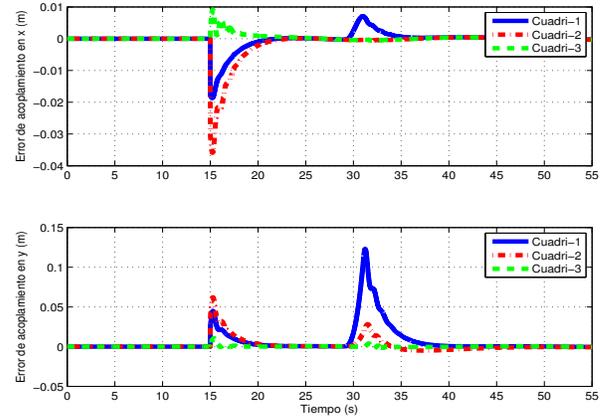


Figura 7. Errores de acoplamiento en x e y

De las figuras 8, 9 y 10 se puede observar que los ángulos deseados se mantienen en un rango de valores pequeños que no exceden los  $0.2$  rad. Los cuadrirotos alcanzan la altura deseada en aproximadamente 8 segundos (figura 11) y estás se mantiene constante durante toda la simulación.

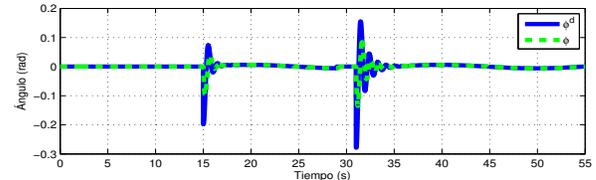


Figura 8. Ángulo  $\phi$  deseado y real del cuadrirotor 1

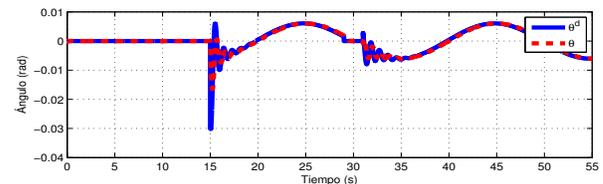


Figura 9. Ángulo  $\theta$  deseado y real del cuadrirotor 1

Como era de esperarse, la entrada de control  $\tau_\psi = 0$  ya que el ángulo  $\psi$  no varía en todo el trayecto (figura 12). El empuje total se muestra en la figura 13 y la evolución de los tres cuadrirotos en el plano X-Y se puede apreciar en la figura 14.

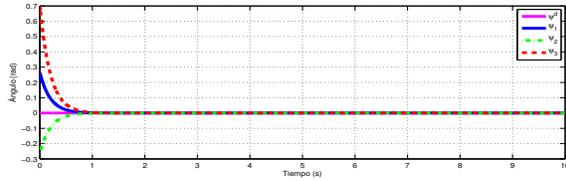


Figura 10. Ángulo  $\psi$  deseado y real

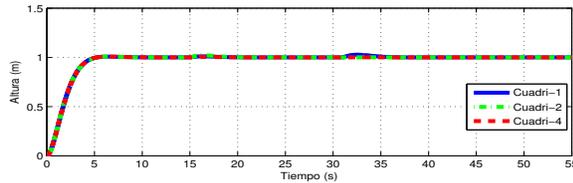


Figura 11. Altura  $z$

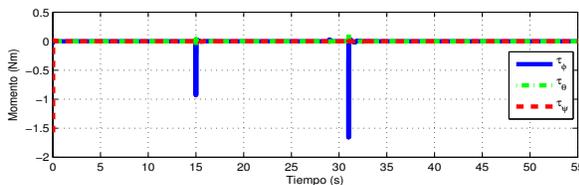


Figura 12. Señal de control  $\Gamma$  para el cuadrirotor 1

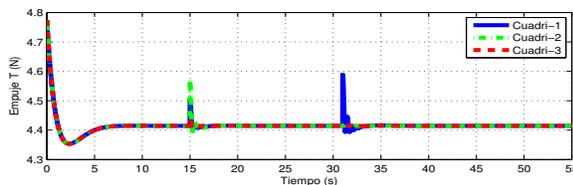


Figura 13. Señal de control  $T$

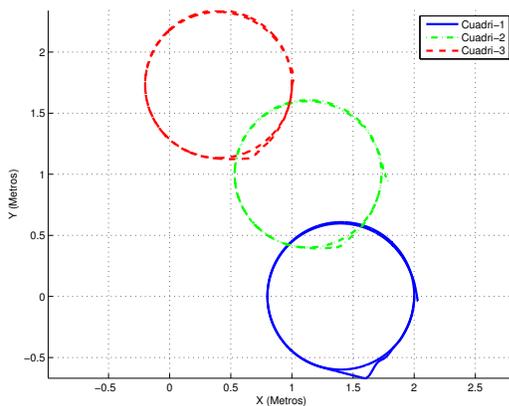


Figura 14. Plano X-Y

## VI. CONCLUSIONES

En el presente trabajo se presentó un esquema de control para la sincronización de cuadrirotos. El objetivo

de sincronización se cumple con un error pequeño de sincronización. En las simulaciones numéricas mostradas se puede observar que este error tuvo un valor máximo de 4 cm con la ley sincronizante cuando se quitó el control al cuadrirotor 1. Todas las ganancias son las mismas para los tres cuadrirotos por lo que el comportamiento será el mismo si, en lugar de quitar el control de sincronización al cuadrirotor 1, se quita el control al 2 o al 3. Si se mantiene la pérdida de la señal de control en cualquiera de los vehículos por un periodo de tiempo más grande, el control crecería demasiado, por eso, dependiendo de la aplicación podríamos saturar el control o decidir abandonar el vehículo si no responde después de cierto tiempo. Como trabajo futuro se plantea llevar a cabo los mismos experimentos en una plataforma experimental.

## REFERENCIAS

- Sun D., Wang C., Shang W. y Feng G. (2009), A Synchronisation Approach to Trajectory Tracking of Multiple Mobile Robots While Maintaining Time-Varying Formations. *IEEE Transactions on Robotics* **25**: 1074-1086.
- Bertrand S., Guénard N., Hamel T., Piet-Lahanier H. y Eck L. (2011), A hierarchical controller for miniature VTOL UAVs: Design and stability analysis using singular perturbation theory. *ELSEVIER Control Engineering Practice* **19**: 1099-1108.
- García L., Dzul A. y Espinoza T. (2012), Control de formación de helicópteros cuadri-rotor con evasión de colisiones. *1er Congreso Nacional de Ingeniería Electrónica y Electromecánica*. Lerdo, Durango, México, 28 al 30 de marzo (2012).
- Guerrero J. A., Castillo P., Salazar S., y Lozano R. (2012), Mini Rotorcraft Flight Formation Control Using Bounded Inputs. *Springer J Intell Robot Syst* **65**: 175-186.
- Guerrero J. A., Fantoni I., Salazar S., y Lozano R. (2012), Flight Formation of Multiple Mini Rotorcraft via Coordination Control. *IEEE International Conference on Robotics and Automation*. Anchorage, Alaska, USA, 3 al 8 de mayo (2010).
- Guerrero J. A., y Lozano R. (2010), Flight Formation of Multiple Mini Rotorcraft based on Nested Saturations. *The 2010 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*. Taipei, Taiwan, 18 al 22 de octubre (2010).
- Haider A. F. Almurib, Premeela T. Nathan, y T. Nandha Kumar. (2011), Control and Path Planning of Quadrotor Aerial Vehicles for Search and Rescue. *SICE Annual Conference 2011*. Tokio, Japón. 13 al 18 de septiembre (2011).
- Davidi A., Berman N. y Arogeti S. (2011), Formation Flight using Multiple Integral Backstepping Controllers. *IEEE 5th International Conference on Cybernetics and Intelligent Systems (CIS)*. Qingdao, República Popular de China, 17 al 19 de septiembre (2011).
- Kendoul F., Lara D., Fantoni I. y Lozano R. (2006), Nonlinear control for systems with bounded inputs: Real-time embedded control applied to UAVs. *Proceedings of the 45th IEEE Conference on Decision & Control*. San Diego, CA, USA, 13 al 15 de diciembre (2006).
- Rosales F., Velasco M. y Castro R. (2012), Sincronización de Robots Móviles Tipo (2,0) Mediante un Enfoque Discreto. *Congreso Nacional 2012 de la Asociación de México de Control Automático*. Ciudad del Carmen, Campeche, México, 17 al 19 de octubre (2012).
- Castro-Linares R., Álvarez-Gallegos Ja, y Puriel-Gil G. (2010), Sliding Mode Synchronization Control for Coordination of Mobile Robots. *7th International Conference on Electrical and Electronics Engineering Research, CIIIEE 2010*. Aguascalientes, Aguascalientes, México, 10 al 12 de noviembre (2010).