

Control de robots manipuladores con velocidad acotada

Ollin Peñaloza-Mejía^{‡,*}, Luis A. Márquez-Martínez[‡], Joaquín Álvarez[‡]

[‡]CICESE, Departamento de Electrónica y Telecomunicaciones

Carretera Ensenada-Tijuana No. 3918, Zona Playitas, 22860 Ensenada, B.C.

*TESE, División de Ingeniería Mecatrónica e Industrial

Av. Tecnológico s/n, Valle de Anáhuac, 55220 Ecatepec, México

openaloza@tese.edu.mx

Resumen—Se propone un esquema de control para robots manipuladores sujetos a restricciones en las velocidades articulares. La propuesta consiste de un controlador para seguimiento de trayectorias y de un controlador no-lineal que limita las velocidades a valores permitidos, previamente definidos por el usuario. Ambos controladores se combinan utilizando una estructura de conexión por retroalimentación negativa, y utilizando teoría de Lyapunov y pasividad, se prueba que el sistema en lazo cerrado logra seguimiento asintótico con velocidades acotadas. La efectividad del esquema propuesto se ilustra mediante simulaciones numéricas en un robot manipulador de dos grados de libertad.

Palabras Clave: Control de robots, pasividad, limitador de velocidad.

I. INTRODUCCIÓN

El control de robots manipuladores ha sido un tema activo de investigación, en donde varios esquemas con buen desempeño se han propuesto para el problema de regulación y seguimiento de trayectorias (vea por ejemplo (Kelly *et al.*, 2005) y (Spong *et al.*, 2006)). Los controladores, en general, han sido diseñados sin considerar algunas limitaciones físicas en los mecanismos, como las velocidades articulares máximas a desarrollar o los pares máximos que se pueden demandar de los actuadores. Además, algunas pruebas de estabilidad suponen el cumplimiento de cotas máximas (a veces demasiado restrictivas) sobre algunas variables del sistema, sin tener una garantía completa de esto. Debido a esto, la implementación real de estos controladores, bajo ciertas condiciones, puede resultar en desempeños pobres del sistema o incluso provocar inestabilidad (Álvarez *et al.*, 2008). Esto ha motivado el diseño de esquemas de control más apegados a la realidad.

Al respecto, algunos diseños interesantes de controladores con restricciones de par se reportan en (Loria *et al.*, 1997), (Huang *et al.*, 2008), (Santibañez *et al.*, 2010) y (Huashan *et al.*, 2011). Separadamente, y con menor atención, el diseño de controladores con restricciones en velocidad se reporta en (Antonelli *et al.*, 2003), (Kikuuwe *et al.*, 2006), (Garelli *et al.*, 2011) y (Flacco *et al.*, 2012). Una revisión de la literatura revela que hay pocos trabajos que consideran simultáneamente restricciones de par

y velocidad en un mismo esquema de control (vea (Ngo y Mahony, 2006) y (Omrčen *et al.*, 2007)), y que en éstos se aborda principalmente el problema de regulación. Una característica común en estos diseños es que están sujetos a diferentes consideraciones de operación, y que el desempeño del sistema se deteriora cuando las señales se saturan. A partir de esto, se ha considerado que un aspecto interesante a investigar es la posibilidad de rediseñar alguna clase de controladores para incluirles las características de restricción en par y/o velocidad, tal que el desempeño del sistema en lazo cerrado no se vea demasiado afectado.

En este artículo, se propone el rediseño de una clase de controladores para seguimiento de trayectorias en robots manipuladores, con el fin de incorporarles la característica de restricción en las velocidades articulares. El rediseño consiste en tomar un controlador de seguimiento y combinarlo con un controlador no-lineal pasivo mediante una conexión por retroalimentación negativa. El controlador pasivo se diseña para disipar el exceso de energía en el sistema y para mantener acotadas las velocidades articulares a valores permitidos, previamente definidos por el usuario. Utilizando teoría de Lyapunov y pasividad, se prueba que el sistema en lazo cerrado logra seguimiento asintótico con velocidades acotadas. Como ejemplo, se presenta el rediseño del control ‘par calculado’ y se realizan simulaciones numéricas para mostrar la efectividad de la propuesta.

El resto del documento está organizado de la siguiente manera. En la sección 2 se presenta la dinámica del sistema y sus propiedades, así como la formulación del problema. En la sección 3 se presentan los resultados principales del rediseño. En la sección 4 se presenta un ejemplo de rediseño algunas simulaciones numéricas. Finalmente, en la sección 5 se presentan algunas conclusiones y perspectivas de trabajo futuro.

II. FORMULACIÓN DEL PROBLEMA

II-A. Dinámica del robot manipulador

Considere un robot manipulador con n grados de libertad (GDL), eslabones rígidos, articulaciones rotacionales, y

totalmente actuado, cuya dinámica está descrita por

$$H : \quad M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + G(q) = U, \quad (1)$$

donde q es el vector de coordenadas generalizadas, $M(q)$ es la matriz de inercia, $C(q, \dot{q})\dot{q}$ es el vector de pares debidos a términos con fuerzas centrífugas y de Coriolis, $G(q)$ es el vector de pares gravitacionales, obtenido como el gradiente de la energía potencial (i.e. $G(q) = \partial\mathcal{V}(q)/\partial q$), y U es el vector de pares de control. Todas las matrices y vectores se definen con dimensiones apropiadas. El modelo H satisface las siguientes propiedades (Spong *et al.*, 2006).

Propiedad 1: La matriz de inercia $M(q)$ es simétrica y definida positiva. Para dos constantes positivas α_1 y α_2 , se satisface que $\alpha_1 \leq \|M(q)\| \leq \alpha_2$, para todo q .

Propiedad 2: La matriz $M(q)$ y la matriz $C(q, \dot{q})$ satisfacen $\dot{q}^\top \left[\frac{1}{2}\dot{M}(q) - C(q, \dot{q}) \right] \dot{q} = 0$, para todo q, \dot{q} .

Propiedad 3: El vector de pares debidos a fuerzas centrífugas y de Coriolis satisface $\|C(q, \dot{q})\dot{q}\| \leq \alpha_3 \|\dot{q}\|^2$, para todo q, \dot{q} , y alguna constante positiva α_3 .

Propiedad 4: El vector de pares gravitacionales $G(q)$ satisface $\|G(q)\| \leq \alpha_4$, para todo q y alguna constante positiva α_4 .

Observación 1: Diferenciando la energía total del robot

$$\mathcal{H} = \frac{1}{2}\dot{q}^\top M(q)\dot{q} + \mathcal{V}(q) \quad (2)$$

con respecto al tiempo, y utilizando (1) junto con la propiedad 2, se obtiene

$$\dot{\mathcal{H}} = \dot{q}^\top U, \quad (3)$$

que muestra que el incremento de energía en el sistema es igual al trabajo entregado. Entonces, para cualquier condición inicial en \mathcal{H} , el mapeo entrada-salida $U \mapsto \dot{q}$ (de los pares generalizados a las velocidades generalizadas) es pasivo (para definiciones y propiedades de sistemas pasivos, vea, por ejemplo, (Brogliato *et al.*, 2007))

II-B. Planteamiento del problema

Suponga que existe un controlador U_c para el sistema H , que haciendo $U = U_c$, se logra que q siga asintóticamente alguna referencia suave q_d . Tal controlador no ha sido diseñado considerando las restricciones de velocidad articular de H , por lo que estamos interesados en rediseñar cada una de las entradas de U , denotadas como u_i , para $i \in \{1, \dots, n\}$, tal que se cumplan los siguientes objetivos

$$\lim_{t \rightarrow \infty} [q_i - q_{d_i}] = 0, \quad (4)$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} [\dot{q}_i - \dot{q}_{d_i}] = 0, \quad (5)$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} |\dot{q}_i| < \bar{q}_i, \quad (6)$$

donde q_{d_i} y $\bar{q}_i > 0$ denotan, respectivamente, la i -ésima referencia deseada y la i -ésima cota máxima de la velocidad articular permitida, la cual es establecida por el usuario considerando

$$|\dot{q}_{d_i}| \leq \bar{q}_i \quad \forall \quad t \geq t_0. \quad (7)$$

Esto es, que la magnitud de la i -ésima velocidad deseada se encuentra dentro de la especificación de cota máxima.

En lo que sigue, se supondrá que todas las variables del sistema se pueden medir y que los parámetros son conocidos.

Para simplificar el análisis más adelante, se definen los siguientes conjuntos

$$\mathcal{I}_i = \{\dot{q}_i : -\bar{q}_i < \dot{q}_i < \bar{q}_i\}, \quad (8)$$

$$\mathcal{O}_i = \{\dot{q}_i : (\dot{q}_i \leq -\bar{q}_i) \vee (\dot{q}_i \geq \bar{q}_i)\}. \quad (9)$$

Con estas definiciones, se dice que la velocidad \dot{q}_i se encuentra dentro de especificaciones si y sólo si $\dot{q}_i \in \mathcal{I}_i$. Dado que $\mathcal{I}_i \cup \mathcal{O}_i = \mathbb{R}$, \dot{q}_i se encuentra fuera de especificaciones si $\dot{q}_i \in \mathcal{O}_i$.

III. ESQUEMA DE CONTROL

En esta sección se presentan los resultados principales para lograr en H seguimiento asintótico con velocidades acotadas. Un aspecto importante para lograrlo, además de contar con un controlador de seguimiento, es el diseño de un controlador que limite la magnitud de las velocidades articulares. Dicho controlador se basa en el uso de una función tipo saturación-zona muerta, la cual nos permitimos presentar primero.

III-A. Función tipo saturación-zona muerta

Sea $F(\dot{q})$ una función vectorial de dimensión n , de la forma

$$F(\dot{q}) = \begin{bmatrix} f_1(\dot{q}_1) \\ \vdots \\ f_n(\dot{q}_n) \end{bmatrix}, \quad (10)$$

en donde cada uno de sus elementos f_i están definidos como

$$f_i(\dot{q}_i) = \begin{cases} 1 & \text{si } \dot{q}_i \leq -\bar{q}_i \\ 0 & \text{si } -\bar{q}_i < \dot{q}_i < \bar{q}_i \\ -1 & \text{si } \dot{q}_i \geq \bar{q}_i \end{cases} \quad (11)$$

para $i \in \{1, \dots, n\}$. La figura 1 muestra la forma de la función f_i . Note que, por definición, se satisface

$$\dot{q}_i f_i(\dot{q}_i) \leq 0 \quad \forall \quad \dot{q}_i. \quad (12)$$

Proposición 1: Para el sistema H , tome la entrada de control $U = -U_L$, donde

$$D : \quad U_L = -A(\dot{q})F(\dot{q}), \quad (13)$$

siendo $F(\dot{q})$ la función definida en (10)-(11), y $A(\dot{q}) = \text{diag}\{a_i\} > 0$ (i.e. una matriz diagonal, definida positiva), descrita por

$$a_i = \beta_3 \|\dot{q}\|^2 + \beta_4, \quad (14)$$

con constantes positivas β_3 y β_4 elegidas tal que $\beta_3 > \sqrt{n}\alpha_3$ y $\beta_4 > \sqrt{n}\alpha_4$, (α_3 y α_4 están definidos por las propiedades 3 y 4). Entonces, \dot{q}_i converge a (o se mantiene dentro de) \mathcal{I}_i conforme $t \rightarrow \infty$.

Demostración: Para $i = 1, \dots, n$, y siempre que \dot{q}_i se encuentre dentro de especificaciones, note que $f_i(\dot{q}_i) =$

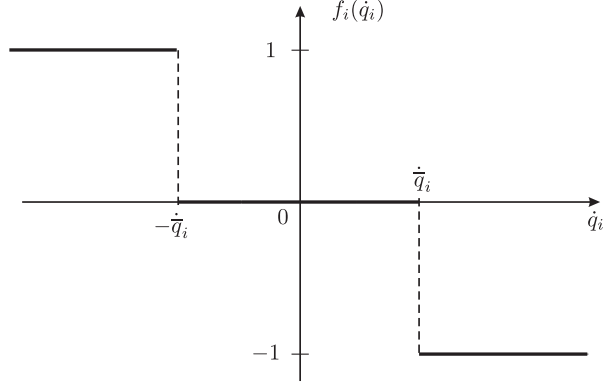


Figura 1. Forma de la función propuesta $f_i(\dot{q}_i)$.

0, por lo que \dot{q}_i no se acota por medio de la entrada de control propuesta (obvio, pues no lo requiere). Entonces, en lo que sigue, solamente se demostrará para el caso en que \dot{q}_i está fuera de especificaciones.

Colocando (13) en (1), la aceleración se escribe

$$\ddot{q} = \overline{M}(q)(A(\dot{q})F(\dot{q}) - (C(q, \dot{q})\dot{q} + G(q))), \quad (15)$$

donde

$$\overline{M}(q) = (M(q))^{-1} = \begin{bmatrix} \overline{m}_{11} & \dots & \overline{m}_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \overline{m}_{n1} & \dots & \overline{m}_{nn} \end{bmatrix}. \quad (16)$$

Definiendo

$$z_i = \text{col}(i, \overline{M}(q)) = \begin{bmatrix} \overline{m}_{1i} \\ \vdots \\ \overline{m}_{ni} \end{bmatrix}, \quad (17)$$

se muestra que el i -ésimo elemento de (15) es

$$\ddot{q}_i = z_i^\top (A(\dot{q})F(\dot{q})) - z_i^\top (C(q, \dot{q})\dot{q} + G(q)). \quad (18)$$

Ahora, por un lado, para $\dot{q}_i \in \mathcal{O}_i$, es sencillo mostrar que se satisface

$$\|z_i\|(\beta_3\|\dot{q}\|^2 + \beta_4) \leq \sqrt{n}\|z_i^\top A(\dot{q})F(\dot{q})\| \quad (19)$$

Por otro lado, considerando las propiedades 3 y 4, se satisface

$$\sqrt{n}\|z_i^\top (C(q, \dot{q})\dot{q} + G(q))\| \leq \|z_i\|(\sqrt{n}\alpha_3\|\dot{q}\|^2 + \sqrt{n}\alpha_4). \quad (20)$$

Dado que $\beta_3 > \sqrt{n}\alpha_3$ y $\beta_4 > \sqrt{n}\alpha_4$, a partir de (19) y (20), es cierto que

$$\|z_i^\top (C(q, \dot{q})\dot{q} + G(q))\| < \|z_i^\top (A(\dot{q})F(\dot{q}))\|, \quad (21)$$

por lo que el primer término del lado derecho de (18) domina al segundo, de manera que la aceleración se modifica de acuerdo con $F(\dot{q})$. Entonces, si $\dot{q}_i \in \mathcal{O}_i$, $A(\dot{q})F(\dot{q})$ hará que la aceleración tome el signo opuesto a la velocidad; es decir,

$$\dot{q}_i \ddot{q}_i < 0. \quad (22)$$

Entonces \dot{q}_i será llevado a (o mantenido dentro de) \mathcal{I}_i . ■

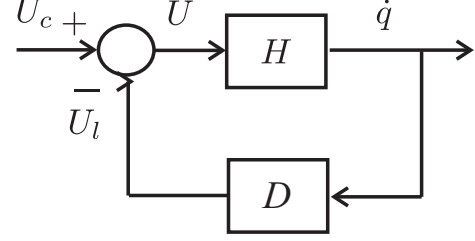


Figura 2. Conexión negativa propuesta para U_C y U_L .

Proposición 2: Sea U_C algún controlador diseñado para garantizar (4) y (5) solamente, y sea el controlador U_L dado en (13). Entonces, para cada GDL de H , el control híbrido

$$u_i = \begin{cases} u_{Ci} & \text{si } \dot{q}_i \in \mathcal{I}_i \\ -u_{Li} & \text{si } \dot{q}_i \in \mathcal{O}_i \end{cases} \quad (23)$$

satisface (4)-(6).

A pesar de que el controlador (23) satisface los objetivos de control, éste presenta algunos inconvenientes, como la presencia de componentes de alta frecuencia al tratar de satisfacer las restricciones de velocidad, y que el análisis de estabilidad puede no ser muy confiable considerando al sistema bajo el efecto de los controladores por separado. Debido a esto, se presentará una propuesta en donde ambos controladores se combinan en la estructura de retroalimentación negativa (figura 2)

$$U = U_C - U_L, \quad (24)$$

donde U_C es la señal de control con la que se lograrán los objetivos (4) y (5), y U_L es la señal de control que logrará el objetivo (6).

III-B. Control con velocidades acotadas

Proposición 3: Sea $A(\dot{q})$ la matriz definida en la proposición 1 y $F(\dot{q})$ la función definida en (10)-(11). Entonces, el mapeo $\dot{q} \mapsto -A(\dot{q})F(\dot{q})$ es pasivo.

Demostración: Note que el producto entrada-salida es

$$\dot{q}^\top (-A(\dot{q})F(\dot{q})) = -\sum_{i=1}^n \dot{q}_i a_i f_i(\dot{q}_i) \geq 0, \quad \forall \dot{q}_i \quad (25)$$

por lo que se concluye que el mapeo es pasivo. ■

Proposición 4: Sea $\dot{q} = \dot{q} - \dot{q}_d$ una señal de error en posición, $A(\dot{q})$ la matriz definida en la proposición 1 y $F(\dot{q})$ la función definida en (10)-(11). Entonces, el mapeo $\dot{q} \mapsto -A(\dot{q})F(\dot{q})$ es pasivo.

Demostración: Escribiendo el producto entrada-salida de la forma

$$\dot{q}^\top (-A(\dot{q})F(\dot{q})) = \sum_{i=1}^n (\dot{q}_{di} - \dot{q}_i) a_i f_i(\dot{q}_i), \quad (26)$$

se analiza si el i -ésimo elemento de la sumatoria es semi-definido positivo.

Primero consideramos $\dot{q}_{di} \neq 0$ y si \dot{q}_i se encuentra dentro de especificaciones o no.

TABLA I
POSITIVIDAD DEL i -ÉSIMO ELEMENTO DE (26) PARA $\dot{q}_i \in \mathcal{O}_i$.

\dot{q}_i	\dot{q}_{di}	$(\dot{q}_{di} - \dot{q}_i)$	$f_i(\dot{q}_i)$
-	-	+	+
-	+	+	+
+	-	-	-
+	+	-	-

- Si $\dot{q}_i \in \mathcal{I}_i$, entonces $f_i(\dot{q}_i) = 0$. Esto implica que para el i -ésimo elemento de (26) se tiene

$$(\dot{q}_{di} - \dot{q}_i)a_i f_i(\dot{q}_i) = 0. \quad (27)$$

- Si $\dot{q}_i \in \mathcal{O}_i$, entonces $f_i(\dot{q}_i) = -\text{sign}(\dot{q}_i) \neq 0$ y $|\dot{q}_i| > \bar{q}_i$. Considerando (7), se tiene que $|\dot{q}_i| > |\dot{q}_{di}|$, por lo que $(\dot{q}_{di} - \dot{q}_i) \neq 0$. Luego, con ayuda de la tabla I, el i -ésimo elemento de (26) es

$$(\dot{q}_{di} - \dot{q}_i)a_i f_i(\dot{q}_i) > 0. \quad (28)$$

Ahora, cuando $\dot{q}_{di} = 0$, no importa si \dot{q}_i se encuentra dentro de especificaciones o no, pues el i -ésimo elemento de (26) queda

$$-\dot{q}_i a_i f_i(\dot{q}_i) \geq 0. \quad (29)$$

A partir de este análisis, se concluye que para todo \dot{q}_{di} , \dot{q}_i , el i -ésimo elemento de (26) satisface (27), (28) o (29), por lo que siempre es semi-definido positivo. Por lo tanto, (26) es pasivo. ■

Observación 2: Como se describió, H define para cada condición inicial un mapeo entrada-salida pasivo (vea observación 3), mientras que D es un mapeo estático pasivo (vea proposición 1). Note que el balance completo de energía en la conexión negativa es

$$\dot{H} = \dot{q}^\top U_C - (-\dot{q}^\top A(\dot{q})F(\dot{q})) \leq \dot{q}^\top U_C, \quad (30)$$

por lo que la propiedad de pasividad se recupera para U_C . De aquí que D puede verse como el elemento que disipa el exceso de energía en el sistema, para asegurar que las velocidades permanezcan acotadas, mientras que U_C establece el desempeño de H .

Sean los errores de seguimiento

$$\tilde{q} = q - q_d, \quad \dot{\tilde{q}} = \dot{q} - \dot{q}_d, \quad \ddot{\tilde{q}} = \ddot{q} - \ddot{q}_d, \quad (31)$$

y considere un controlador no-lineal

$$U_C = U_C(\ddot{\tilde{q}}, \dot{\tilde{q}}, \tilde{q}, q, \dot{q}, k), \quad (32)$$

que hace que la dinámica de sistema en lazo cerrado quede descrita por

$$\ddot{\tilde{q}} + k_1 \dot{\tilde{q}} + k_0 \tilde{q} - A(\dot{q})F(\dot{q}) = 0. \quad (33)$$

donde k_0 y k_1 son ganancias positivas.

La dinámica de lazo cerrado (33) representa la conexión negativa H_1 - H_2 de la figura 3, haciendo $r_1 = 0$, $r_2 = \dot{q}_d$ y definiendo H_1 como

$$H_1 : \quad \ddot{\tilde{q}} + k_1 \dot{\tilde{q}} + k_0 \tilde{q} = v. \quad (34)$$

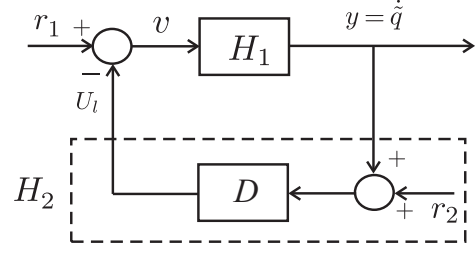


Figura 3. Conexión negativa H_1 - H_2 .

Para demostrar que bajo el esquema de control propuesto se cumplen los objetivos de control, se tienen los siguientes resultados.

Proposición 5: Tomando para H_1 la salida $y = \dot{\tilde{q}}$, el mapeo $v \mapsto \dot{\tilde{q}}$ es estrictamente pasivo.

Demostración: Defina

$$\begin{aligned} E &= \begin{bmatrix} \tilde{q} \\ \dot{\tilde{q}} \end{bmatrix}, \\ K &= \begin{bmatrix} k_0 & 0 \\ 0 & k_1 \end{bmatrix}, \\ P &= \begin{bmatrix} k_1 + k_0(I + k_1^{-1}) & I \\ I & I + k_1^{-1} \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (35)$$

Tomando la derivada de la función de almacenamiento de energía (definida positiva)

$$S = E^\top P E, \quad (36)$$

a lo largo de H_1 , se tiene

$$\dot{S} = y^\top v - E^\top K E, \quad (37)$$

por lo que H_1 es estrictamente pasivo. ■

Teorema 1: Considere la dinámica del robot manipulador (1), junto con las propiedades y consideraciones mencionadas en la sección 2. Entonces, bajo la acción del esquema de control (24), con U_C de la forma (32) y U_L dado en (13), se logra seguimiento asintótico con velocidades acotadas.

Demostración: Considere la dinámica de lazo cerrado (33) y la conexión negativa $H_1 - H_2$ de la figura 3. Note que H_1 es pasivo (proposición 5) y H_2 también es pasivo (proposición 4). Entonces la conexión negativa $H_1 - H_2$, con salida $\dot{\tilde{q}}$ y entrada r_1 , es pasiva. Observe que la derivada de la función de almacenamiento de energía queda descrita por

$$\dot{S} = \dot{\tilde{q}}^\top r_1 - (-\dot{\tilde{q}}^\top A(\dot{q})F(\dot{q})) - E^\top K E. \quad (38)$$

Ahora, evaluando la condición de detectabilidad, hacemos $y = \dot{\tilde{q}} = 0$, $r_1 = 0$, y entonces

$$\dot{S} \leq -E^\top K E = -\tilde{q}^\top k_0 \tilde{q} - \dot{\tilde{q}}^\top k_1 \dot{\tilde{q}} < 0, \quad (39)$$

por lo que $E = 0$ es asintóticamente estable, y en consecuencia, se satisfacen los objetivos (4)-(6). ■

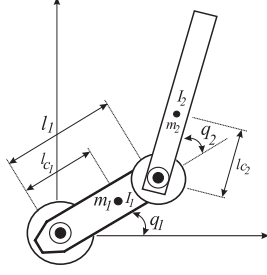


Figura 4. Manipulador planar de 2-GDL.

IV. EJEMPLO: CONTROL PAR CALCULADO CON LIMITADOR DE VELOCIDAD

Como ejemplo, hemos considerado el rediseño del control par calculado (PC), que se utiliza tanto para regulación como para seguimiento de trayectorias (Spong *et al.*, 2006), (Kelly *et al.*, 2005). Al controlador rediseñado lo denotaremos como PCLV (control par calculado con limitador de velocidad).

Considere para (1) la entrada de control (24), donde

$$U_C = M(q)[\ddot{q}_d - k_1\dot{\tilde{q}} - k_0\tilde{q}] + C(q, \dot{q})\dot{q} + G(q), \quad (40)$$

y

$$U_L = -A(\dot{q})F(\dot{q}), \quad (41)$$

que corresponden a las señales de control del par calculado y del limitador de velocidad, respectivamente.

Bajo la acción de estos controladores, la dinámica del sistema en lazo cerrado queda descrita por (33), e invocando el teorema 1, se tiene que se logra seguimiento asintótico de la referencia con velocidades acotadas.

Para ilustrar la efectividad del diseño, consideraremos simulaciones numéricas en un robot manipulador de 2-GDL (vea figura 4), cuya dinámica está descrita por la ecuación

$$\begin{bmatrix} a_1 + 2a_2C_2 & a_3 + a_2C_2 \\ a_3 + a_2C_2 & a_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{q}_1 \\ \ddot{q}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -2a_2\dot{q}_2S_2 & -a_2\dot{q}_2S_2 \\ a_2\dot{q}_1S_2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix}, \quad (42)$$

donde $S_2 := \sin(q_2)$ y $C_2 := \cos(q_2)$, y las constantes a_1 , a_2 y a_3 agrupan los parámetros del sistema (Block, 1996)

$$\begin{aligned} a_1 &= m_1l_{c1}^2 + m_2(l_1^2 + l_{c2}^2) + I_1 + I_2 = 0,05653 \text{ kg}\cdot\text{m}^2, \\ a_2 &= m_2l_1l_{c2} = 0,01081 \text{ kg}\cdot\text{m}^2, \\ a_3 &= m_2l_{c2}^2 + I_2 = 0,01341 \text{ kg}\cdot\text{m}^2. \end{aligned}$$

Se han considerado dos escenarios de simulación. Por un lado, se tiene la dinámica del manipulador (42) bajo la acción del PC (40) solamente. Por el otro lado, se tiene la dinámica del manipulador (42) junto con el rediseño propuesto PCLV (40)-(41), el cual sí considera las restricciones de velocidad. La idea es comparar ambos controladores para el mismo sistema. Con este propósito, se realizan simulaciones numéricas en Matlab/Simulink, con un método de integración Runge-Kutta paso fijo a 1ms, y

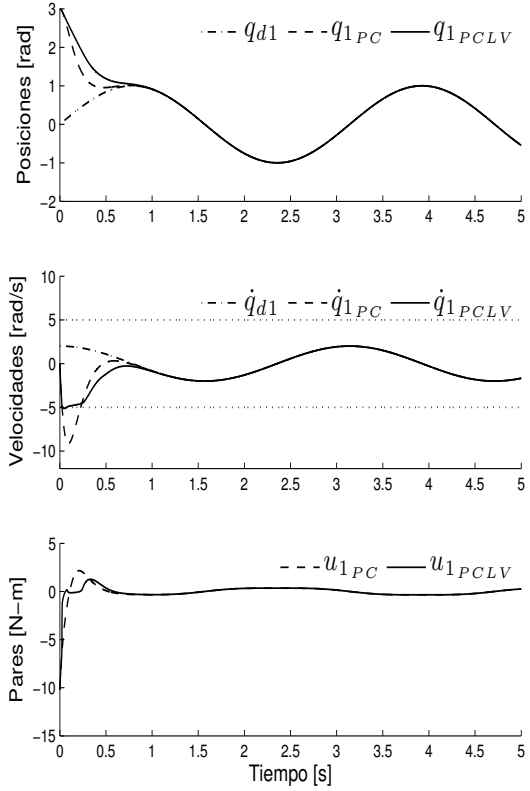


Figura 5. Resultados de seguimiento para la articulación 1.

con los siguientes parámetros y condiciones: $q_1(t_0) = 3$ [rad], $q_2(t_0) = -2$ [rad], $\dot{q}_1(t_0) = \dot{q}_2(t_0) = 0$ [rad/s], $\bar{q}_i = \pm 5$ [rad/s], $k_0 = \text{diag}\{100, 100\}$ [1/s] y $k_1 = \text{diag}\{20, 20\}$ [1/s²]. Además, se consideró una tarea de seguimiento de trayectorias $(q_{d1}(t) = q_{d2}(t) = \sin(2t))$ [rad].

Para las simulaciones, con el fin de tener señales de control suaves, se diseñó la siguiente aproximación continua de la función $f_i(\dot{q}_i)$

$$f_i(\dot{q}_i) = -\frac{1}{2} \tanh\left(\frac{\dot{q}_i + \bar{q}_i}{\epsilon}\right) - \frac{1}{2} \tanh\left(\frac{\dot{q}_i - \bar{q}_i}{\epsilon}\right), \quad (43)$$

para alguna constante positiva ϵ , suficientemente pequeña. Los resultados de simulación se muestran en las figuras 5 y 6. En el caso del PC (líneas discontinuas), se observa que los valores máximos de todas las velocidades articulares se encuentran cercanos a ± 10 rad/s. Para las restricciones de velocidad impuestas por el usuario, de ± 5 rad/s (líneas punteadas), es claro que el PC no permite que estas se cumplan. Sin embargo, bajo los mismos parámetros y condiciones de simulación, el rediseño propuesto PCLV (líneas continuas) sí asegura que las restricciones de velocidad se cumplan durante el desarrollo de la tarea deseada.

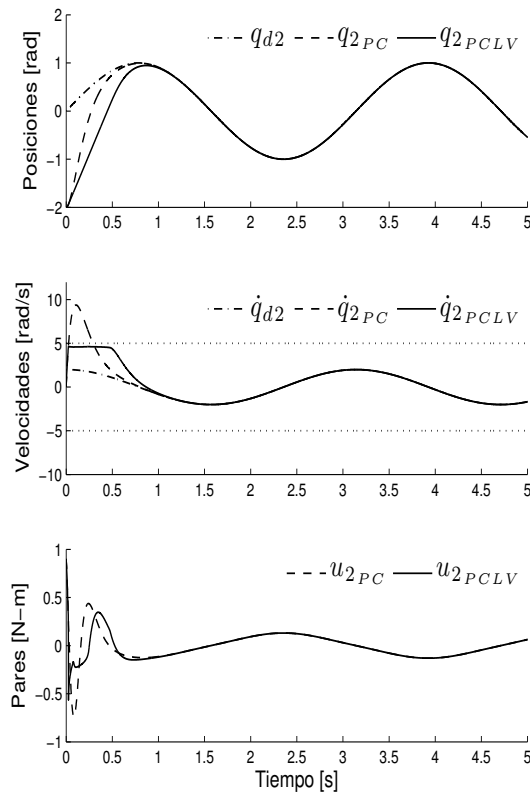


Figura 6. Resultados de seguimiento para la articulación 2.

V. CONCLUSIONES

Se propuso un esquema de control para robots manipuladores sujetos a restricciones de velocidad. Usando teoría de Lyapunov y pasividad, se demostró que el sistema en lazo cerrado logra seguimiento asintótico de la referencia con velocidades acotadas. La propuesta puede verse como el rediseño de una clase de controladores para incluir la característica de restricción de velocidad articular. Esto se ha logrado al diseñar un elemento de control que disipa el exceso de energía en el sistema para mantener a las velocidades dentro de las cotas máximas establecidas por el usuario. Las ideas presentadas podrían ser de utilidad para acotar otros elementos importantes del sistema, como los desplazamientos o las magnitudes de los pares de control, o para asegurar cotas máximas sobre ciertos términos de interés en la dinámica del sistema. Estos son aspectos que han de investigarse en un trabajo futuro.

REFERENCIAS

- Antonelli, G., S. Chiaverini y G. Fusco (2003). A new online algorithm for inverse kinematics of robot manipulators ensuring path tracking capability under joint constraints, *IEEE Trans. on Robotics and Automation*, **9**, 162-167.
- Alvarez-Ramirez, J., V. Santibanez y R. Campa (2008). Stability of robot manipulators under saturated PID compensation, *IEEE Trans. on Control Syst. Technology*, **16**, 1333-1341.
- Block, D. (1996). *Mechanical design and control of the Pendubot*. Msc. Thesis, University of Illinois at Urbana-Champaign, USA, 1996.
- Brogliato, B., R. Lozano, B. Maschke y O. England (2007). *Dissipative systems analysis and control: theory and applications*. Springer-Verlag, 2007.
- Flacco, F., A. de Luca y O. Khatib (2012). Motion control of redundant robots under joint constraints: saturation in the null-space, *Proc. of the IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation*, Saint Paul, USA.
- Garelli, F., L. García, A. Sala y P. Albertos (2011). Sliding mode speed auto-regulation technique for robotic tracking. *Robotics and Autonomous Systems*, **59**, 1519-1529.
- Huang, C.Q., X.F. Peng, C.Z. Jia y J.D. Huang (2008). Guaranteed robustness-performance adaptive control with limited torque for robot manipulators, *Mechatronics*, **18**, 641-652.
- Huashan, L., L. Xiaoli y Z. Shiqiang (2011). A class of fuzzy output feedback tracking controllers for robot manipulators with bounded torque inputs, *Proc. of the Chinese Control Conference*, Yantai, China.
- Kelly, R., V. Santibañez y A. Loria (2005). *Control of robot manipulators in joint space*, Springer-Verlag, London.
- Khalil, H.K. (2002). *Nonlinear systems*. Prentice Hall, New Jersey.
- Kikuuwe, R., T. Yamamoto y H. Fujimoto (2006). Velocity-bounding stiff position controller, *Proc. of the IEEE Int. Conf. on Intelligent Robots and Systems*, Beijing, China.
- Loria, A., R. Kelly, R. Ortega, y V. Santibañez (1997). On global output feedback regulation of Euler-Lagrange systems with bounded inputs, *IEEE Trans. on Automatic Control*, **42**, 1138-1143.
- Ngo, B.K. y R. Mahony (2006). Bounded torque control for robot manipulators subject to joint velocity constraints, *Proc. of the IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation*, Orlando, USA.
- Omrnen, D., L. Zlajpah y B. Nemeč (2007). Compensation of velocity and or acceleration joint saturation applied to redundant manipulators. *Robotics and Autonomous Systems*, **55**, 337-344.
- Santibañez, V., K. Camarillo, J. Moreno y R. Campa (2010). A practical PID regulator with bounded torques for robot manipulators, *Int. Journal of Control Automation and Systems*, **8**, 544-555.
- Spong, M.W., S. Hutchinson y M. Vidyasagar (2006). *Robot modeling and control*. John Wiley & Sons, New Jersey.