

Formación de Robots Móviles en Tiempo Discreto Basado en Distancias Relativas

R. D. Cruz-Morales*, M. Velasco-Villa*, R. Castro-Linares* y E. Palacios**
Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del I.P.N.
Departamento de Ingeniería Eléctrica, Sección Mecatrónica
Av. I.P.N. No. 2508, Col. San Pedro Zacatenco 07360, México, D.F., México.
(rdcruz, velasco, rcastro)@cinvestav.mx
Universidad Autónoma de San Luis Potosí, Facultad de Ciencias
Av. Salvador Nava S/N, Zona Universitaria, CP 78290, San Luis Potosí, México.
epalacios@fciencias.uaslp.mx.

Resumen—Se presenta un controlador para la formación líder-seguidor de robots móviles no holonómicos. El diseño de este control es en tiempo discreto y está basado en la estimación de la distancia con respecto al robot líder, por medio de un sensor Kinect a bordo del robot seguidor, garantizando que éste último seguirá al robot líder a una distancia preestablecida. Se establece formalmente la convergencia de los errores de posición relativa entre los dos robots. Se presentan simulaciones numéricas y resultados experimentales para verificar el desempeño de la estrategia de control.

Palabras clave: Robots móviles, líder-Seguidor, tiempo discreto.

I. INTRODUCCIÓN

La Formación y cooperación de robots móviles puede establecerse en diferentes ambientes como aéreos para tareas de exploración (Edwards et al., 2004); en ambientes acuáticos para navegación (Zhong-Hai et al., 2012) o en tareas terrestres como seguimiento de trayectorias y evasión de obstáculos (Orqueda and Fierro, 2006), (Dierks and Jagannathan, 2007), (Basilico et al., 2009). En general, para llevar a cabo las tareas mencionadas se requiere contar con un dispositivo de medición a bordo (Gopalakrishnan et al., 2005), (Min et al., 2009) (usualmente un sistema láser o una cámara de vídeo) para la detección del líder (Wu and Jiang, 2009) o del objetivo a alcanzar montado en el vehículo líder. (Carelli et al., 2005).

Para el control de un grupo de robots existen diversos enfoques, como el basado en el comportamiento, sincronización (Rosales-Hernández et al., 2012), estructura virtual, seguimiento (Sun et al., 2009) y el enfoque líder-seguidor, (Consolini et al., 2007), son de los más utilizados.

El enfoque líder-seguidor es el usado en el presente trabajo, en el cual se busca mantener una distancia entre el robot líder y el seguidor, utilizando un sensor Kinect, en lugar de una cámara convencional a bordo de éste último y con éste poder medir la distancia relativa que hay con el líder y la posición relativa que tienen ambos robots. El problema de formación líder-seguidor ha sido abordado mediante diferentes estrategias de control principalmente considerando técnicas de linealización por retroalimentación (Mariottini et al., 2005), (Orqueda and Fierro, 2006), (Orqueda et al., 2007), estrategias de control difuso (Ghommam et al., 2011), teoría de juegos (Basilico et al., 2009) o *backstepping* (Castro

et al., 2009), (Yang and Gu, 2007), (Li et al., 2005), (Kristiansen et al., 2006).

El objetivo de este trabajo es presentar un control de formación líder-seguidor que sea independiente de mediciones absolutas de posiciones o velocidades y considere tan solo mediciones relativas entre los dos vehículos. Para resolver el problema se considera una transformación de coordenadas propuesta en (Li et al., 2005) combinada con la representación en tiempo discreto de la evolución de las distancias relativas entre los dos vehículos. El presente trabajo está basado en la configuración presentada en (González-Ramírez et al., 2012) la cual se utiliza para resolver el problema en tiempo continuo mediante técnicas de pasividad y *backstepping*.

Este trabajo está organizado de la siguiente manera: La sección II muestra el tipo de robot utilizado, su modelo cinemático y la discretización del mismo. En la sección III se muestra la relación geométrica que hay entre el robot líder y el seguidor, la cual sirve para obtener los errores de seguimiento. La sección IV está dedicada a mostrar la estrategia de control que se utiliza en tiempo discreto. Se presenta la plataforma experimental en la sección V junto con una simulación numérica en la cual se observa el comportamiento de la formación líder-seguidor. Además se muestran experimentos en tiempo real donde se comprueba la efectividad de la estrategia de control. Por último en la sección VI se mencionan las conclusiones a las que se llega después de haber realizado los experimentos y las simulaciones.

II. PRELIMINARES

El robot móvil utilizado es del tipo (2,0), cuyo modelo cinemático está dado por (Campion et al., 1996),

$$\begin{aligned}\dot{x} &= V \cos(\theta) \\ \dot{y} &= V \sin(\theta) \\ \dot{\theta} &= W\end{aligned}\quad (1)$$

donde x , y , son las posiciones a lo largo del eje X e Y y θ es el ángulo de orientación del robot. V y W son la velocidad lineal y angular del robot. En la Figura 1 se muestra la representación en el plano de las coordenadas de un robot del tipo unicycle junto con las coordenadas del punto (α_x, α_y) colocado en la parte delantera del robot sobre el eje longitudinal del mismo.

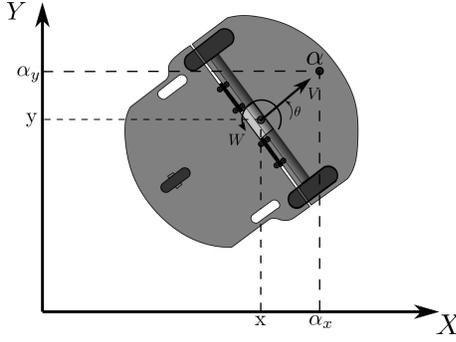


Figura 1. Representación de un robot móvil (2,0) en el plano.

Las coordenadas del punto (α_x, α_y) con respecto a los ejes X e Y , están dadas por,

$$\begin{aligned}\alpha_x &= x + l \cos(\theta) \\ \alpha_y &= y + l \sin(\theta) \\ \alpha_\theta &= \theta\end{aligned}\quad (2)$$

donde l representa la distancia del eje de las ruedas al punto de adelante que se ha considerado. A partir de las nuevas coordenadas (2) es posible obtener directamente,

$$\begin{aligned}\dot{\alpha}_x &= V \cos(\alpha_\theta) - lW \sin(\alpha_\theta) \\ \dot{\alpha}_y &= V \sin(\alpha_\theta) + lW \cos(\alpha_\theta) \\ \dot{\alpha}_\theta &= W.\end{aligned}\quad (3)$$

Introduciendo la notación,

$$\sigma^+ = \sigma(kT + T), \sigma = \sigma(kT), \sigma^{\pm i} = \sigma(kT \pm iT).$$

Aplicando el procedimiento de discretización a las ecuaciones (3) es fácil obtener las siguientes ecuaciones que representan la discretización exacta del robot tipo uniciclo,

$$\begin{aligned}\alpha_x^+ &= \alpha_x + TV\psi(W) \cos(\alpha_\theta + \frac{T}{2}W) \\ &\quad - TlW\psi(W) \sin(\alpha_\theta + \frac{T}{2}W) \\ \alpha_y^+ &= \alpha_y + TV\psi(W) \sin(\alpha_\theta + \frac{T}{2}W) \\ &\quad + TlW\psi(W) \cos(\alpha_\theta + \frac{T}{2}W) \\ \alpha_\theta^+ &= \alpha_\theta + TW.\end{aligned}\quad (4)$$

III. PROBLEMA DE FORMACIÓN LÍDER-SEGUIDOR

En este trabajo se considera el problema de formación líder-seguidor el cual se describe geométricamente en la Figura 2. Este tipo de formación es complejo ya que es necesario conocer exactamente la posición, orientación, velocidad lineal y angular del robot líder para realizar un correcto seguimiento por parte del seguidor. En el presente trabajo se realiza el seguimiento, obteniendo las posiciones relativas entre el líder y el seguidor por medio del sensor Kinect a bordo del robot seguidor.

El objetivo de la formación es que el robot seguidor se mantenga detrás del robot líder a una distancia constante y con un ángulo deseado entre ellos, es decir

$$\begin{aligned}\lim_{kT \rightarrow \infty} l_0(kT) &= \bar{l}_0, c \in R \\ \lim_{kT \rightarrow \infty} \varphi(kT) &= \varphi^d(kT)\end{aligned}$$

donde $\bar{l}_0 = cte$ y $\varphi^d(kT)$ es el ángulo deseado entre los dos robots. Los modelos discretos de los robots líder ($i = L$)

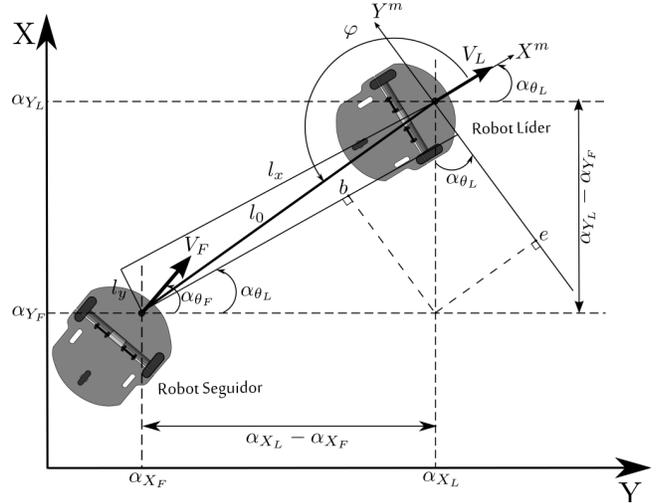


Figura 2. Representación de la formación líder-seguidor de robots móviles tipo (2,0) en el plano

y seguidor ($i = F$) toman entonces la forma dada en las ecuaciones (4), esto es,

$$\begin{aligned}\alpha_{x_i}^+ &= \alpha_{x_i} + TVi\psi(W_i) \cos(\alpha_{\theta_i} + \frac{T}{2}W_i) \\ &\quad - TlW_i\psi(W_i) \sin(\alpha_{\theta_i} + \frac{T}{2}W_i) \\ \alpha_{y_i}^+ &= \alpha_{y_i} + TVi\psi(W_i) \sin(\alpha_{\theta_i} + \frac{T}{2}W_i) \\ &\quad + TlW_i\psi(W_i) \cos(\alpha_{\theta_i} + \frac{T}{2}W_i) \\ \alpha_{\theta_i}^+ &= \alpha_{\theta_i} + TW_i\end{aligned}\quad (5)$$

donde

$$\psi(W_i) = \frac{\sin(\frac{T}{2}W_i)}{\frac{T}{2}W_i}.$$

A partir de la Figura 2 es posible obtener las relaciones geométricas entre el robot líder y el robot seguidor. Nótese primero que el error entre las orientaciones de los vehículos puede definirse como

$$e_\theta = \alpha_{\theta_F} - \alpha_{\theta_L}.\quad (6)$$

Por otra parte las distancias l_x, l_y pueden escribirse como

$$\begin{aligned}l_x &= -(\alpha_{x_L} - \alpha_{x_F}) \cos \alpha_{\theta_L} - (\alpha_{y_L} - \alpha_{y_F}) \sin \alpha_{\theta_L} \\ l_y &= (\alpha_{x_L} - \alpha_{x_F}) \sin \alpha_{\theta_L} - (\alpha_{y_L} - \alpha_{y_F}) \cos \alpha_{\theta_L}.\end{aligned}$$

La evolución en el tiempo de l_x, l_y puede obtenerse al considerar sus adelantos, esto es

$$\begin{aligned}l_x^+ &= -(\alpha_{x_L}^+ - \alpha_{x_F}^+) \cos \alpha_{\theta_L}^+ - (\alpha_{y_L}^+ - \alpha_{y_F}^+) \sin \alpha_{\theta_L}^+ \\ l_y^+ &= (\alpha_{x_L}^+ - \alpha_{x_F}^+) \sin \alpha_{\theta_L}^+ - (\alpha_{y_L}^+ - \alpha_{y_F}^+) \cos \alpha_{\theta_L}^+.\end{aligned}\quad (7)$$

Considerando la ecuación (5), es posible escribir (7) como

$$\begin{aligned}l_x^+ &= l_x \cos(TW_L) + l_y \sin(TW_L) \\ &\quad - TV_L\psi(W_L) \cos(\frac{T}{2}W_L) \\ &\quad - TlW_L\psi(W_L) \sin(\frac{T}{2}W_L) \\ &\quad + TV_F\psi(W_F) \cos(\gamma) - TlW_F\psi(W_F) \sin(\gamma),\end{aligned}\quad (8)$$

$$\begin{aligned}l_y^+ &= -l_x \sin(TW_L) + l_y \cos(TW_L) \\ &\quad + TV_L\psi(W_L) \sin(\frac{T}{2}W_L) \\ &\quad - TlW_L\psi(W_L) \cos(\frac{T}{2}W_L) \\ &\quad + TV_F\psi(W_F) \sin(\gamma) + TlW_F\psi(W_F) \cos(\gamma),\end{aligned}\quad (9)$$

donde

$$\gamma = e_\theta + T \left(\frac{W_F - 2W_L}{2} \right).$$

A. Errores relativos entre los robots

La evolución del error de orientación entre los robots, puede obtenerse al considerar adelantos de la ecuación (6), más precisamente

$$e_\theta^+ = e_\theta + T(W_F - W_L).$$

La posición del robot seguidor con respecto al robot líder puede entonces variarse en el tiempo ya que φ es también variante en el tiempo. Nótese, en particular, que

$$l_x^d = \bar{l}_0 \cos(\varphi^d), \quad l_y^d = \bar{l}_0 \sin(\varphi^d)$$

donde l_x^d y l_y^d son los valores deseados de las distancias relativas.

Los errores de la posición relativa entre los dos robots pueden entonces definirse como,

$$e_x = l_x^d - l_x, \quad e_y = l_y^d - l_y.$$

Por lo tanto, la evolución del error e_x toma la forma,

$$\begin{aligned} e_x^+ &= l_x^{d+} - l_x \cos(TW_L) - l_y \sin(TW_L) \\ &\quad + TV_L \psi(W_L) \cos\left(\frac{T}{2}W_L\right) \\ &\quad + TlW_L \psi(W_L) \sin\left(\frac{T}{2}W_L\right) \\ &\quad - TV_F \psi(W_F) \cos(\gamma) + TlW_F \psi(W_F) \sin(\gamma). \end{aligned}$$

Mediante la utilización de relaciones trigonométricas es posible reescribir el sistema anterior como

$$\begin{aligned} e_x^+ &= l_x^{d+} + e_x \cos(TW_L) + e_y \sin(TW_L) \\ &\quad + TV_L \psi(W_L) \cos\left(\frac{T}{2}W_L\right) \\ &\quad + TlW_L \psi(W_L) \sin\left(\frac{T}{2}W_L\right) \\ &\quad - TV_F \psi(W_F) \cos(\gamma) + TlW_F \psi(W_F) \sin(\gamma) \\ &\quad - l_x^d \cos(TW_L) - l_y^d \sin(TW_L). \end{aligned} \quad (10)$$

El error para l_y puede obtenerse de manera similar al caso anterior, produciendo la ecuación,

$$\begin{aligned} e_y^+ &= l_y^{d+} - e_x \sin(TW_L) + e_y \cos(TW_L) \\ &\quad - TV_L \psi(W_L) \sin\left(\frac{T}{2}W_L\right) \\ &\quad + TlW_L \psi(W_L) \cos\left(\frac{T}{2}W_L\right) \\ &\quad - TV_F \psi(W_F) \sin(\gamma) - TlW_F \psi(W_F) \cos(\gamma) \\ &\quad + l_x^d \sin(TW_L) - l_y^d \cos(TW_L). \end{aligned} \quad (11)$$

IV. ESTRATEGIA DE CONTROL

Nótese que, de acuerdo al objetivo de control, el robot seguidor debe ser capaz de seguir cualquier trayectoria descrita por el robot líder, por lo tanto, la estrategia debe estar basada en las señales de control del robot seguidor. Para simplificar la obtención de las señales de retroalimentación V_F , W_F , las ecuaciones (10), (11) pueden reescribirse en la forma,

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} e_x^+ \\ e_y^+ \end{bmatrix} &= A_1(W_L) \begin{bmatrix} e_x - l_x^d \\ e_y - l_y^d \end{bmatrix} \\ &\quad + T\psi(W_L)A_2(W_L) \begin{bmatrix} V_L \\ W_L \end{bmatrix} \\ &\quad + T\psi(W_F)A_3(\gamma) \begin{bmatrix} V_F \\ W_F \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} l_x^{d+} \\ l_y^{d+} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (12)$$

donde se ha considerado,

$$\begin{aligned} A_1(W_L) &= \begin{bmatrix} \cos(TW_L) & \sin(TW_L) \\ -\sin(TW_L) & \cos(TW_L) \end{bmatrix} \\ A_2(W_L) &= \begin{bmatrix} \cos\left(\frac{T}{2}W_L\right) & l \sin\left(\frac{T}{2}W_L\right) \\ -\sin\left(\frac{T}{2}W_L\right) & l \cos\left(\frac{T}{2}W_L\right) \end{bmatrix} \\ A_3(\gamma) &= \begin{bmatrix} -\cos(\gamma) & l \sin(\gamma) \\ -\sin(\gamma) & -l \cos(\gamma) \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

Definiendo adicionalmente,

$$\begin{aligned} \xi_1 &= T\psi(W_F)V_F, \quad \xi_2 = T\psi(W_F)W_F \\ e &= \begin{bmatrix} e_x \\ e_y \end{bmatrix}, \quad l^d = \begin{bmatrix} l_x^d \\ l_y^d \end{bmatrix} \\ \xi &= \begin{bmatrix} \xi_1 \\ \xi_2 \end{bmatrix}, \quad u_L = \begin{bmatrix} V_L \\ W_L \end{bmatrix}, \end{aligned}$$

la ecuación (12) puede reescribirse como

$$e^+ = A_1(W_L)e - A_1(W_L)l^d + T\psi(W_L)A_2(W_L)u_L + A_3(\gamma)\xi + l^{d+}. \quad (13)$$

Una solución al problema de formación líder-seguidor puede ahora proponerse, en función de los controles virtuales ξ , como

$$\xi = A_3(\bar{\gamma})^{-1} [v - A_1(W_L)e + A_1(W_L)l^d - T\psi(W_L)A_2(W_L)u_L - l^{d+}] \quad (14)$$

donde v es una nueva señal de control y $\bar{\gamma}$ está dada por

$$\bar{\gamma} = e_\theta + \frac{T}{2}(W_F^- - 2W_L).$$

Las señales de control originales V_F , W_F pueden entonces obtenerse en función de ξ_1 y ξ_2 en la forma,

$$\begin{aligned} V_F &= \frac{\xi_1}{T\psi(W_F)} \\ W_F &= \frac{2}{T} \sin^{-1}\left(\frac{\xi_2}{2}\right). \end{aligned} \quad (15)$$

Nótese que $\bar{\gamma}$ se define en términos de $W_F^- = W_F(kT - T)$ con el fin de poder sintetizar la señal de control $W_F(kT)$ a partir de las ecuaciones (14)-(15).

A. Análisis de los errores de seguimiento.

Considerando el sistema (12) en lazo cerrado con la retroalimentación (14), se obtiene,

$$\begin{aligned} e^+ &= A_1(W_L)e - A_1(W_L)l^d + T\psi(W_L)A_2(W_L)u_L \\ &\quad + A_3(\gamma)A_3(\bar{\gamma})^{-1} [v - A_1(W_L)e \\ &\quad + A_1(W_L)l^d - T\psi(W_L)A_2(W_L)u_L - l^{d+}] + l^{d+}. \end{aligned} \quad (16)$$

Nótese que el término $A_3(\gamma)A_3(\bar{\gamma})^{-1}$ produce,

$$A_3(\gamma)A_3(\bar{\gamma})^{-1} = \begin{bmatrix} \cos(\gamma - \bar{\gamma}) & -\sin(\gamma - \bar{\gamma}) \\ \sin(\gamma - \bar{\gamma}) & \cos(\gamma - \bar{\gamma}) \end{bmatrix},$$

donde se tiene además que,

$$\gamma - \bar{\gamma} = \frac{T}{2}(W_F - W_F^-). \quad (17)$$

Considerando la aproximación de la aceleración angular en función de la velocidad angular W_F dada por,

$$a_{W_F} \approx \frac{(W_F - W_F^-)}{T},$$

se puede reescribir la ecuación (17) de la forma,

$$\gamma - \bar{\gamma} \approx \frac{T^2}{2} a_{W_F}.$$

Por lo cual, considerando una baja aceleración angular junto con un periodo de muestreo suficientemente pequeño es posible asegurar que $\gamma - \bar{\gamma} \approx 0$. Nótese además que,

$$\cos(x) = 1 - 2\sin^2\left(\frac{x}{2}\right),$$

por lo tanto se puede decir que,

$$A_3(\gamma)A_3(\bar{\gamma})^{-1} = I - \Delta = I - \begin{bmatrix} \partial_1 & \partial \\ -\partial & \partial_1 \end{bmatrix}$$

donde $\partial = \sin(\gamma - \bar{\gamma}) \approx 0$ y $\partial_1 = 2\sin^2(\gamma - \bar{\gamma}) \approx 0$. Por lo tanto, la ecuación (16) toma la forma,

$$e^+ = A_1(W_L)e - A_1(W_L)l^d + T\psi(W_L)A_2(W_L)u_L + [I - \Delta][v - A_1(W_L)e + A_1(W_L)l^d - T\psi(W_L)A_2(W_L)u_L - l^{d+}] + l^{d+}.$$

Por lo tanto,

$$e^+ = v - \Gamma$$

donde

$$\Gamma = \Delta[v - A_1(W_L)e + A_1(W_L)l^d - T\psi(W_L)A_2(W_L)u_L - l^{d+}].$$

Considerando los valores de velocidad lineal y angular para el robot líder, así como valores acotados de las distancias relativas deseadas l_x^d y l_y^d , es posible mostrar después de algunos cálculos que,

$$\|\Gamma\| \leq p_1 \|e\| + p_2$$

donde $p_1, p_2 \in R$. Por lo tanto, definiendo,

$$v = \begin{bmatrix} k_1 & 0 \\ 0 & k_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_x \\ e_y \end{bmatrix} \quad (18)$$

con $k_1, k_2 \in R$ constantes que se encuentran dentro del círculo unitario.

Siguiendo resultados de sistemas perturbados en tiempo discreto (Gil, 2007), es posible garantizar que el error tenderá exponencialmente a una vecindad del origen que depende de las ganancias y los valores asignados al sistema.

V. EVALUACIÓN EXPERIMENTAL

La ley de control propuesta en (13)-(15) se evalúa inicialmente mediante experimentos en simulación numérica y posteriormente mediante la implantación de la retroalimentación propuesta en tiempo real en un par de robots móviles del tipo Pioneer3-DX de la marca MobileRobots como el mostrado en la Figura 3. Estos robots, están diseñados para soportar cargas de hasta 21 kg. lo cual permite que se coloque un sensor Kinect y una laptop a bordo del robot seguidor.

El robot líder lleva un patrón gráfico de reconocimiento como se muestra en la Figura 3 con lo cual el robot seguidor podrá identificar la posición y orientación del robot líder.



Figura 3. Robot líder y patrón gráfico de reconocimiento.

A. Sistema de visión basado en el sensor Kinect

El sistema de visión que se monta sobre el robot seguidor consiste en un sensor Kinect de la marca Microsoft. También se coloca una laptop donde se realizan los cálculos de la ley de control programada en C++.

El sensor cuenta con una cámara RGB la cual permite capturar imágenes a color; un sensor de profundidad el cual consta de una cámara infrarroja y un emisor de luz infrarroja, además de 4 micrófonos y un motor para mover verticalmente el sensor, algunas características están dadas en la Tabla I.

Ángulo de visión	43° vertical × 57° horizontal.
Frames por segundo	30 frames por segundo (fps).
Resolución (color)	640 × 480 píxeles.
Resolución (profundidad)	640 × 480 píxeles.

TABLA I
CARACTERÍSTICAS DEL SENSOR KINECT.

En la Figura 4 se muestra la forma en que se realiza el reconocimiento del robot líder y el cálculo del error de orientación e_θ . Por medio de la cámara RGB del sensor Kinect es posible conocer los centroides de los rectángulos blancos. Con la cámara de profundidad se obtiene la distancia de cada centroide al robot seguidor. El cálculo de D provee la distancia lineal entre los robots y el calcular A y B sirve para conocer el ángulo de orientación θ , que representa la diferencia de las orientaciones angulares entre el robot líder y el robot seguidor, por lo tanto corresponde al error e_θ . Este error se calcula utilizando trigonometría básica ya que la distancia C se conoce del patrón gráfico y con el sensor Kinect se calculan las distancias A y B , obteniendo entonces de manera simple el error de orientación e_θ . Tomando en cuenta que cuando la distancia A sea mayor a la distancia B el error se toma como positivo, en caso contrario, si A es menor que B , entonces el error resulta negativo.

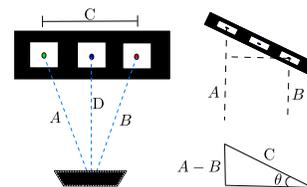


Figura 4. Reconocimiento de distancia del patrón gráfico y su orientación con respecto al sensor.

B. Simulación Numérica.

La estrategia líder-seguidor propuesta se evalúa mediante simulaciones numéricas considerando que el robot líder describe una trayectoria circular con un diámetro de 1.8 m. centrada en $(x, y) = (3, 3)$. Se considera que el robot seguidor permanece a una distancia constante de un metro ($\bar{l}_0 = 1m$) del robot líder. Las condiciones iniciales consideradas en el experimento se muestran en la Tabla II. Para la realización del experimento se consideró un periodo de muestreo $T = 0.1seg.$ y las ganancias de la ecuación (18) se asignaron como $k_1 = 0.4$ y $k_2 = 0.4$.

	$x_0(m)$	$y_0(m)$	$\theta_0(rad)$
Robot Líder	3	1	0
Robot Seguidor	2	1.5	0

TABLA II
CONDICIONES INICIALES.

A partir de la Figura 5 se puede observar que con los parámetros considerados se realiza un correcto seguimiento del líder a una distancia constante de un metro.

La respuesta de las señales de control es mostrada en la Figura 6, las cuales después de un transitorio inicial convergen a valores apropiados de velocidad.

Los errores de seguimiento e_x , e_y , e_θ se muestran en la Figura 7 donde se aprecia que e_x y e_y tienden correctamente a una vecindad del origen como lo establece la propuesta de control presentada. Es importante resaltar que el error e_θ no está siendo controlado pero, presenta un comportamiento adecuado.

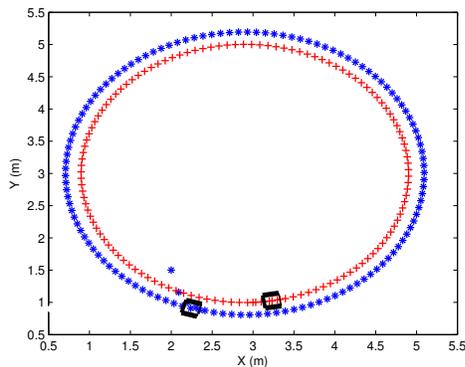


Figura 5. Simulación de la formación líder(+)-seguidor(*).

C. Resultados en tiempo real.

La evaluación experimental de la estrategia de control líder-seguidor se llevó a cabo considerando que el robot líder sigue una trayectoria recta. El robot seguidor debe realizar el seguimiento a una distancia de un metro ($\bar{l}_0 = 1m$) y un ángulo φ^d de 180° . Como condición inicial del experimento se consideró que el seguidor estaba colocado a una distancia de 1.5 metros y un ángulo φ de 193° .

Para evaluar una posible robustez del esquema de control, en el segundo 11 del experimento, el robot seguidor es

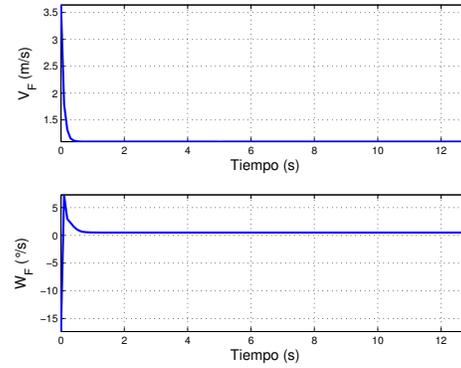


Figura 6. Señales de control V_F y W_F .

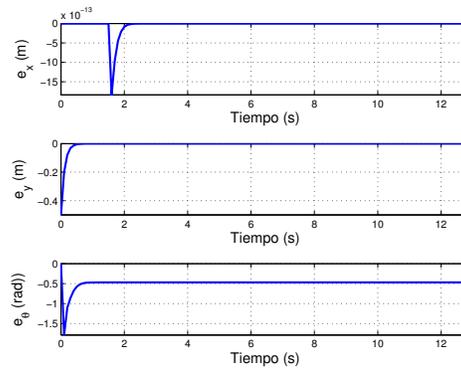


Figura 7. Comportamiento de los errores e_x , e_y y e_θ .

cambiado manualmente de posición provocando errores instantáneos en las señales de seguimiento l_x , l_y que repercuten a su vez en las señales controladas e_x , e_y .

La regulación de las distancias de seguimiento l_x , l_y se presentan en la Figura 8 donde es posible ver la convergencia a los valores deseados aún en el caso de la perturbación considerada. Sus respectivos errores de convergencia e_x , e_y así como e_θ se presentan en la Figura 9 donde se observa un comportamiento acorde a la Figura 8. Finalmente, la Figura 10 muestra la evolución en el tiempo de las señales de control consideradas.

VI. CONCLUSIONES

En el presente trabajo, se consideró una estrategia de control para resolver el problema de formación líder-seguidor, el cual es abordado utilizando posiciones y orientación relativa entre ambos robots. Esto se logra gracias a la utilización de un sensor Kinect a bordo del robot seguidor. La estrategia de control líder-seguidor considera la representación en tiempo discreto de los modelos cinemáticos de los robots y se prueba formalmente la convergencia de los errores relativos de seguimiento a una vecindad del origen. La estrategia de control propuesta es evaluada mediante experimentos en simulación numérica y experimentos en tiempo real mostrando una adecuada respuesta del sistema.

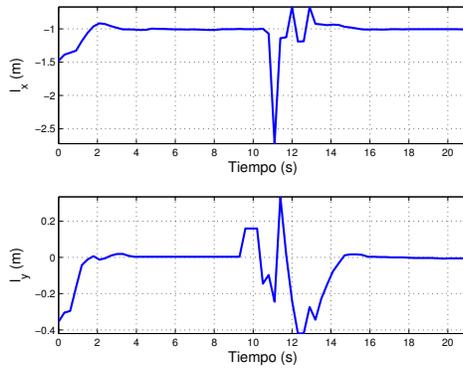


Figura 8. Comportamiento de la distancia en l_x y l_y .

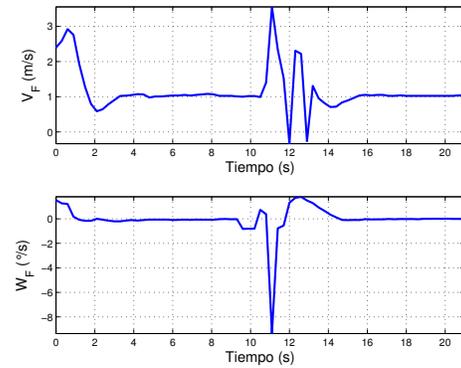


Figura 10. Señales de control V_F y W_F .

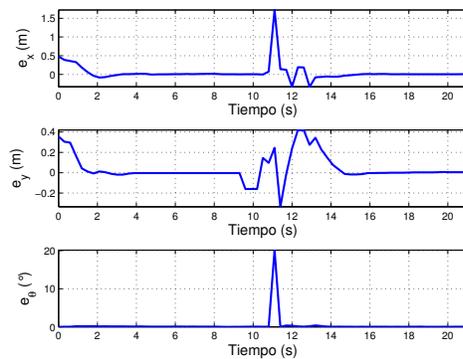


Figura 9. Comportamiento de los errores e_x , e_y y e_θ .

REFERENCIAS

- Basilico, N., Gati, N. and Amigoni, F. (2009). Leader-follower strategies for robotic patrolling in environments with arbitrary topologies, *8th International Conference on Autonomous and Multiagent Systems*, Budapest, Hungary, pp. 57–64.
- Campion, G., Bastin, G. and D'Andréa-Novel, B. (1996). Structural properties and classification of kinematics and dynamics models of wheeled mobile robots, *IEEE Transactions on Robotics and Automation* **12**(1): 47–61.
- Carelli, R., Soria, C. and Morales, B. (2005). Vision-based tracking control for mobile robots, *Advanced Robotics, 2005. ICAR '05. Proceedings, 12th International Conference on*, pp. 148–152.
- Castro, R., Alvarez, J. and Martinez, J. (2009). Robot formation control using backstepping and sliding mode techniques, *2009 6th International Conference on Electrical Engineering, Computing Science and Automatic Control, CCE, Toluca, Mexico*, pp. 1–6.
- Consolini, L., Morbidi, F., Prattichizzo, D. and Tosques, M. (2007). A geometric characterization of leader-follower formation control, *Robotics and Automation, 2007 IEEE International Conference on*, pp. 2397–2402.
- Dierks, T. and Jagannathan, S. (2007). Control of nonholonomic mobile robot formations: Backstepping kinematics into dynamics, *16th IEEE International Conference on Control Applications Part of IEEE Multi-conference on Systems and Control*, Singapore, pp. 94–99.
- Edwards, D., Bean, T., Odell, D. and Anderson, M. (2004). A leader-follower algorithm for multiple auv formations, *Autonomous Underwater Vehicles, 2004 IEEE/OES*, pp. 40–46.
- Ghomam, J., Mehrjerdi, H. and Saad, M. (2011). Leader-follower formation control of nonholonomic robots with fuzzy logic based approach for obstacle avoidance, *2011 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, San Francisco, CA, USA, pp. 2340–2345.
- Gil, M. I. (2007). *Difference equations in normed spaces : stability and oscillations*, Elsevier, The Netherlands.

- González-Ramírez, M., Castro-Linares, R. and Velasco-Villa, M. (2012). Control de formación líder-seguidor usando técnicas de backstepping y modos deslizantes, *Congreso Mexicano de Robótica*, Puebla, México, pp. 887–892.
- Gopalakrishnan, A., Greene, S. and Sekmen, A. (2005). Vision-based mobile robot learning and navigation, *Robot and Human Interactive Communication, 2005. ROMAN 2005. IEEE International Workshop on*, pp. 48–53.
- Kristiansen, R., Niclasson, P. J. and Gravdahl, J. T. (2006). Quaternion-based backstepping control of relative attitude in a spacecraft formation, *Proceedings of the 45th IEEE Conference on Decision and Control*, San Diego, CA, USA, pp. 5724–5729.
- Li, X., Xiao, J. and Cai, Z. (2005). Backstepping based multiple mobile robots formation control, *IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, Edmonton, Alberta, Canada, pp. 887–892.
- Mariottini, G. L., Pappas, G., Prattichizzo, D. and Daniilidis, K. (2005). Vision-based localization of leader-follower formations, *IEEE Conference on Decision and Control and the European Control Conference*, Seville, Spain, pp. 635–640.
- Min, H. J., Drenner, A. and Papanikolopoulos, N. (2009). Vision-based leader-follower formations with limited information, *Robotics and Automation, 2009. ICRA '09. IEEE International Conference on*, pp. 351–356.
- Orqueda, O. A. A. and Fierro, R. (2006). A vision-based nonlinear decentralized controller for unmanned vehicles, *2006 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, Orlando, Florida, pp. 1–6.
- Orqueda, O. A. A., Zhang, X. T. and Fierro, R. (2007). An output feedback nonlinear decentralized controller for unmanned vehicle co-ordination, *International Journal of Robust and Nonlinear Control* **1**(7): 1106–1128.
- Rosales-Hernández, F., Castro-Linares, R. and Velasco-Villa, M. (2012). Sincronización de robot móviles tipo (2,0) mediante un enfoque discreto, *AMCA*, pp. 1239–1245.
- Sun, D., Wang, C., Shang, W. and Feng, G. (2009). A synchronization approach to trajectory tracking of multiple mobile robots while maintaining time-varying formations, *Robotics, IEEE Transactions on* **25**(5): 1074–1086.
- Wu, J. and Jiang, Z. (2009). On the switching control of multiple mobile robots formation, *Robotics and Automation, 2009. ICRA '09. IEEE International Conference on*, pp. 2711–2716.
- Yang, E. and Gu, D. (2007). Nonlinear formation-keeping and mooring control of multiple autonomous underwater vehicles, *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics* **12**(2): 164–178.
- Zhong-Hai, Z., Jian, Y., Wen-Xia, Z. and Jin-Ping, Z. (2012). Virtual-leader-follower structure and finite-time controller based cooperative control of multiple autonomous underwater vehicles, *Control and Decision Conference (CCDC), 2012 24th Chinese*, pp. 3670–3675.