

Regulación de posición/fuerza en un manipulador con restricción de posición utilizando control PID- H_∞

R. Rascón¹, Joaquin Alvarez² y Luis T. Aguilar³

¹ Universidad autónoma de Baja California UABC, Departamento de ingeniería aeroespacial, Blvd. Benito Juárez y calle de la Normal s/n, Mexicali, México 21280; raul.rascon@uabc.edu.mx

² Centro de Investigación CICESE, Departamento de Electrónica y Telecomunicaciones, P.O. BOX 434944, San Diego, CA 92143-4944; jqalvar@cicese.mx

³ Instituto Politécnico Nacional, Centro de Investigación y Desarrollo de Tecnología Digital, Avenida del parque 1310, Tijuana 22510 México; luis.aguilar@ieee.org

Resumen—Se diseña y sintetiza un controlador H_∞ combinado con un controlador PID para regulación de posición y fuerza en un robot manipulador de 3 g.d.l. (grados de libertad), donde su espacio de operación se encuentra restringido por un muro. El objetivo de control consiste en lograr que el efector final del robot manipulador tenga contacto con la restricción, y una vez logrado ésto, se mantenga presionando el muro con una fuerza determinada. Se consideran presentes en el robot manipulador fricción viscosa más fricción dinámica de Dahl para cada una de las articulaciones. De igual forma se consideran perturbaciones periódicas acopladas para cada una de las articulaciones. Las únicas mediciones disponibles para ser retroalimentadas al controlador son las posiciones de las articulaciones y fuerza en el efector final. La velocidad y fricción para cada articulación se obtienen a través de un filtro, el cual se deriva utilizando la metodología de control H_∞ . El desempeño y robustez del controlador propuesto es ilustrado con experimentos en un robot manipulador con una restricción de posición.

Palabras clave: control H_∞ , control de fuerza, regulación de salida, restricciones.

I. INTRODUCCIÓN

Un problema de interés en el área de ingeniería de control es diseñar un control retroalimentado robusto que estabilice la planta nominal en forma asintótica, al mismo tiempo que atenúa perturbaciones externas, a pesar de las restricciones mecánicas que se presentan. Este problema fue intensamente estudiado en la última década y se hicieron esfuerzos de investigación para controlar sistemas con restricciones (Mansard, N. y Khatib, 2008; Potini, A. et al., 2006; Perez, M. et al., 2010). Sin embargo, la presencia de perturbaciones externas no han sido considerados en algunos trabajos anteriores. Algunas referencias importantes al respecto están dadas en (Brogliato, B., 1999; Leine, Remco I. y Van de Wouw, Nathan, 2010).

La metodología de control H_∞ ha probado ser efectiva para controlar sistemas afectados por perturbaciones desconocidas y sistemas donde las mediciones de estados son incompletas e imperfectas. Un estudio sobre la metodología H_∞ es dada en (Isidori A., 2000).

El problema abordado en el presente artículo es el de regulación de posición a través de medición de salida en

un robot manipulador sujeto a una restricción de posición, establecida por un muro. Algunas referencias sobre trabajos previos de sistemas mecánicos con restricciones pueden ser encontradas en (Mansard, N. y Khatib, 2008; Menini, L. y Tornambe, A., 2001). Otro aspecto a considerar en el robot manipulador de 3 g.d.l. es que utiliza una transmisión de engranes y cadenas para transmitir el par generado por los actuadores hacia cada uno de los eslabones, lo que dificulta lograr el objetivo de control debido a la incertidumbre paramétrica generada por este efecto, así como las no linealidades introducidas.

Se han hecho algunos esfuerzos para controlar sistemas mecánicos con restricciones utilizando una amplia gama de metodologías, tales como modos deslizantes (Sabanovic A. et al., 2008), control predictivo (Adetola, V. et al., 2009) y control óptimo (Christophersen F.J., 2007). Existe poca literatura enfocada al control de sistemas mecánicos con restricciones sujetos a perturbaciones e incertidumbres paramétricas. Por ejemplo, el problema de restricciones unilaterales en la posición es considerado en (Brogliato, B. et al., 1997). En (Tseng, C-S., 2005) se considera un control H_2/H_∞ para robots con restricciones, el cual atenúa la influencia de perturbaciones e incertidumbre paramétrica. En (Chiu, C-S. et al., 2004) es diseñado un controlador robusto para seguimiento de trayectoria/fuerza aplicado a robots con restricciones. Por otra parte, en (Chang, Y.-C. et al., 1999) se propone un controlador dinámico para regulación de posición/fuerza en un robot con restricción actuado por motores de CD.

Las fuerzas de fricción, especialmente fricción seca, la cual es escasamente tomada en consideración en el diseño de controladores para sistemas mecánicos con restricciones, puede producir efectos negativos como errores de seguimiento, ciclos límite o movimiento de atascamiento y desatascamiento, reduciendo considerablemente el desempeño del sistema controlado (véase por ejemplo (Canudas de Wit et al., 1995)).

Algunos trabajos seminales sobre la metodología de control H_∞ se pueden encontrar en (Doyle, J.C. et al., 1989; Ravi, R. et al., 1991; Basar, T. et al., 1990; Van der Schaft, A.J., 1992; Isidori, A. et al., 1992; Aguilar, L.T. et al., 2003).

Estas estrategias para encontrar controladores H_∞ se utilizan hasta la fecha, y ellas tienen en común que las dinámicas

suaves no se encuentran restringidas. En el presente trabajo se muestra que la teoría de control H_∞ no lineal con restricciones se puede aplicar a sistemas no lineales invariantes en el tiempo. Como planta experimental se utiliza un robot manipulador con una restricción en la posición.

El controlador H_∞ que se diseña y sintetiza es capaz de sobrellevar los factores no deseados en el sistema, como son perturbaciones e incertidumbres, y aún así tener un buen desempeño en el sistema aplicado, el cual tiene una restricción de posición. Por otro lado, se llevan a cabo experimentos para ilustrar la validez del análisis teórico.

El resto del artículo se desarrolla de la siguiente manera: En la Sección II se describe modelo dinámico del manipulador Pegasus con la restricción. El diseño de control por retroalimentación de salida se presenta en la Sección III, en la subsección III-A se presenta un cambio de variables en el modelo mecánico basado en el error de posición, que facilita el desarrollo del controlador y en la subsección III-B se presenta la solución local al problema H_∞ y el filtro para tener acceso a los estados sin medición. Después en la Sección IV se presentan simulaciones numéricas de la planta considerando un resorte como sensor de fuerza en el efector final. En la Sección V se presentan resultados experimentales y finalmente en la Sección VI se dan algunos comentarios.

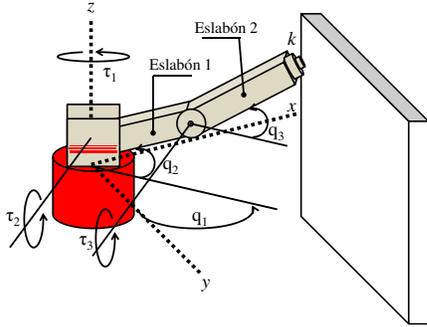


Figura 1. Robot PEGASUS con 3 g.d.l. y restricción en la posición

II. MODELO DINÁMICO

El modelo dinámico del sistema mecánico de tres articulaciones con restricción llamado Pegasus, como se muestra en la Figura 1, se puede expresar en coordenadas de espacio de estado como

$$M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + G(q) + F(\dot{q}) = \tau + \tau_c(q) + w(t). \quad (1)$$

$q(t)$, $\dot{q}(t)$, $\ddot{q}(t) \in \mathbb{R}^3$ denotan el desplazamiento, velocidad, y aceleración articular de los eslabones del sistema mecánico; $M(q) \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ es la matriz de inercia, la cual es simétrica y definida positiva para cada $q \in \mathbb{R}^3$; $C(q, \dot{q})\dot{q}$ es el vector de fuerzas centrífugas y de Coriolis; $G(q) \in \mathbb{R}^3$ es el vector de fuerzas gravitacionales; $\tau_c(q) \in \mathbb{R}^3$ es el par generado al hacer contacto con la restricción; $w(t) \in \mathbb{R}^3$ son las perturbaciones externas desconocidas y $F(\dot{q}) \in \mathbb{R}^3$ es el vector de fuerzas de fricción, las cuales son representadas CNCA 2013, Ensenada B.C. Octubre 16-18

como una combinación

$$F_i = \sigma_{0i}\dot{q}_i + F_{di}, \quad i = 1, 2, 3 \quad (2)$$

de fricción viscosa $\sigma_{0i}\dot{q}_i$ y fricción de Dahl F_{di} que es gobernado por el siguiente modelo dinámico:

$$\dot{F}_{di} = \sigma_{1i}\dot{q}_i - \sigma_{1i}|\dot{q}_i|\frac{F_{di}}{F_{ci}} + w_{2i}. \quad (3)$$

$\sigma_{0i} > 0$, $\sigma_{1i} > 0$ y $F_{ci} > 0$ son los coeficientes de fricción viscosa, coeficiente de rigidez y nivel de fricción de Coulomb, correspondientes a la i -ésima articulación del manipulador; w_{2i} es una perturbación externa agregada para lidiar con discrepancias en el modelo de fricción.

El modelo de Dahl (3) describe el comportamiento en un resorte con fricción estática. Este modelo representa esencialmente la fricción de Coulomb con un retraso en el cambio de la fuerza de fricción cuando la dirección del movimiento cambia. Como la fricción de Coulomb es solamente una amplitud y el signo de la velocidad, este modelo dinámico es no suave.

El modelo (3) puede reescribirse en su forma vectorial

$$F = \sigma_0\dot{q} + F_d, \quad (4)$$

$$\dot{F}_d = \sigma_1\dot{q} - \sigma_1\text{diag}\{|\dot{q}_i|\}F_c^{-1}F_d + w_2, \quad (5)$$

donde $F = \text{col}\{F_i\}$, $F_d = \text{col}\{F_{di}\}$, $x = \text{col}\{q_i\}$, $\sigma_0 = \text{diag}\{\sigma_{0i}\}$, $\sigma_1 = \text{diag}\{\sigma_{1i}\}$, $F_c = \text{diag}\{F_{ci}\}$, $w_2 = \text{col}\{w_{2i}\}$, la notación diag y col es utilizada para denotar una matriz diagonal y un vector columna, respectivamente.

Para hacer los experimentos se monta un transductor de fuerza en el efector final, por lo que se genera un impacto entre el efector final del robot y la restricción cuando la fuerza de impacto actuando sobre los eslabones produce un par, denotado por $\tau_c(q) \in \mathbb{R}^3$, con la siguiente forma

$$\tau_c = -F_c \begin{bmatrix} [l_1 \cos(q_2) + l_2 \cos(q_3)] \cos(q_1) \\ [l_1 \cos(q_2) + l_2 \cos(q_3)] \text{sen}(q_1) \\ l_2 \cos(q_3) \text{sen}(q_1) \end{bmatrix}. \quad (6)$$

Donde $F_c \in \mathbb{R}$ es la fuerza de impacto medida por el transductor. Con este término se completa el modelo (1) para el robot Pegasus de 3 g.d.l. con restricción en la posición.

III. DISEÑO DEL CONTROL

Sea $q_d = \text{col}\{q_{di}\}$ el vector de posiciones deseadas. Entonces si no hay perturbaciones iniciales y externas, la posición deseada será el punto de equilibrio del sistema en lazo cerrado actuado por τ . Nuestro objetivo es diseñar un regulador de la forma

$$\tau = G(q) + \phi \left(\int_0^t (q - q_d, F_c - F_d) dt, q - q_d, F_c - F_d, \dot{q}, F(\dot{q}) \right) + u \quad (7)$$

con el cual aseguramos estabilidad asintótica hacia la referencia q_d a la vez que se atenúan localmente los efectos de perturbaciones.

Por otro lado, la salida a ser controlada está dada por

$$z = \rho \begin{bmatrix} 0_{3 \times 1} \\ q - q_d \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} I_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} \end{bmatrix} u \quad (8)$$

con un coeficiente de peso positivo ρ . La salida del sistema está dada por

$$y = q + w_0, \quad (9)$$

donde solo se tiene acceso a la medición de posiciones y son afectadas por el vector de error $w_0(t) \in \mathbb{R}^3$.

El problema de H_∞ para regulación de posición para el robot Pegasus con fricción puede ser considerado de la siguiente manera. Dado el sistema mecánico (1)-(9), una posición deseada $q_d \in \mathbb{R}^3$ y un número real $\gamma > 0$, se busca encontrar (si existe) un regulador dinámico causal con estados internos $\xi \in \mathbb{R}^{12}$, de tal forma que el sistema en lazo cerrado sin perturbaciones sea asintóticamente estable hacia el punto de equilibrio y su ganancia \mathcal{L}_2 sea localmente menor a γ .

III-A. Control H_∞

El objetivo de control es encontrar un control $\tau \in \mathbb{R}^3$, que dependa de la fuerza deseada en el sensor F_d , las posiciones articulares (q_1, q_2, q_3) , las velocidades articulares $(\dot{q}_1, \dot{q}_2, \dot{q}_3)$, y las posiciones articulares deseadas (q_{d1}, q_{d2}, q_{d3}) tal que el sistema en lazo cerrado satisfaga

$$\begin{aligned} \lim_{t \rightarrow \infty} |q_1(t) - q_{d1}| &= 0, & \lim_{t \rightarrow \infty} |F_c - F_d| &= 0, \\ \lim_{t \rightarrow \infty} |q_3(t) - q_{d3}| &= 0, \end{aligned} \quad (10)$$

Se puede trasladar el punto de equilibrio de (1) en lazo cerrado al origen a través del siguiente cambio de variables, que incluye la integral del error de posición, error de posición, velocidad y fricción de Dahl, respectivamente

$$\begin{aligned} x_1 &= \int_0^t x_2(t) dt', & x_2 &= [q_1 - q_{d1}, q_2 - q_{d2}, q_3 - q_{d3}]^T, \\ x_3 &= [\dot{q}_1, \dot{q}_2, \dot{q}_3]^T, & x_4 &= [F_{d1}, F_{d2}, F_{d3}]^T, \end{aligned} \quad (11)$$

quedándonos las ecuaciones de estado de la siguiente manera

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= x_3 \\ \dot{x}_3 &= M^{-1}(x_2 + q_d)[-C(x_2 + q_d, x_3)x_3 - \sigma_0 x_3 - x_4 \\ &\quad + \tau_c(x_2 + q_d) + \phi + u + w_1] \\ \dot{x}_4 &= \sigma_1 x_3 - \sigma_1 \text{diag}\{|x_{3i}|\} F_c^{-1} x_4 + w_2, \end{aligned} \quad (12)$$

donde $\text{diag}\{q_d\}$, $\text{diag}\{\sigma_0\}$, $\text{diag}\{\sigma_1\}$, $\text{diag}\{w_1\}$, $\text{diag}\{w_2\}$ y $\text{diag}\{F_c\} \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$. El problema de H_∞ en cuestión es el problema de control H_∞ para sistemas no lineales y no suaves, donde el sistema tiene la forma

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f_1(x) + f_2(x) + g_1(x)w + g_2(x)u \\ z &= h_1(x) + k_{12}(x)u \\ y &= h_2(x) + k_{21}(x)u \end{aligned} \quad (13)$$

donde $x \in \mathbb{R}^n$ es el vector de espacio de estados, $u \in \mathbb{R}^m$ es la entrada de control, $w = [w_0, w_1, w_2]^T \in \mathbb{R}^r$ son perturbaciones desconocidas, $z \in \mathbb{R}^l$ es la salida a controlar, $y \in \mathbb{R}^p$ son las mediciones del sistema. Adecuando (12) a la forma (13) tenemos que

$$f_1(x) = \begin{bmatrix} x_2 \\ x_3 \\ M^{-1}(x_2 + q_d)[-C(x_2 + q_d, x_3)x_3, \\ -\sigma_0 x_3 - x_4 + \tau_c(x_2 + q_d) + \phi] \\ \sigma_1 x_3 \end{bmatrix}, \quad (14)$$

$$f_2(x) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -\sigma_1 \text{diag}\{|x_{3i}|\} F_c^{-1} x_4 \end{bmatrix}, \quad (15)$$

$$g_1(x) = \begin{bmatrix} 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & M^{-1}(x_2 + q_d) & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & I_{3 \times 3} \end{bmatrix}, \quad (16)$$

$$g_2(x) = \begin{bmatrix} 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} \\ M^{-1}(x_2 + q_d) \\ 0_{3 \times 3} \end{bmatrix},$$

$$\begin{aligned} h_1(x) &= \rho \begin{bmatrix} 0_{3 \times 1} \\ x_2 \end{bmatrix}, & h_2(x) &= x_2 + q_d, \\ k_{12}(x) &= \begin{bmatrix} I_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} \end{bmatrix}, & k_{21}(x) &= [I_{3 \times 3} \quad 0_{3 \times 6}] \end{aligned} \quad (17)$$

Definimos la siguiente variable para efectos de control

$$\hat{x}_2 = [q_1 - q_{d1}, F_c - F_d, q_3 - q_{d3}]^T, \quad (18)$$

y proponemos $\phi(x) \in \mathbb{R}^3$ como

$$\phi = \sigma_0 x_3 + x_4 - k_i x_1 - k_p \hat{x}_2 - k_d x_3 \quad (19)$$

quedándonos de esta forma τ de (7) como

$$\tau = G(x_2 + q_d) + \sigma_0 x_3 + x_4 - k_i x_1 - k_p \hat{x}_2 - k_d x_3 + u \quad (20)$$

donde k_i , k_p y $k_d \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ son matrices diagonales definidas positivas y u es el control H_∞ cuyo desarrollo se presenta a continuación.

III-B. Solución local al problema H_∞

El siguiente análisis local involucra el problema de control lineal H_∞ para el sistema

$$\begin{aligned} \dot{x} &= A_1 x + B_1 w + B_2 u \\ z &= C_1 x + D_{12} u \\ y &= C_2 x + D_{21} w \end{aligned} \quad (21)$$

Dado que el punto de equilibrio para el sistema (12) es el origen podemos aseverar que

$$\begin{aligned} A_1 &= \frac{\partial f_1(0)}{\partial x} + \frac{\partial f_2(0)}{\partial x}, & B_1 &= g_1(0) & B_2 &= g_2(0) \\ C_1 &= \frac{\partial h_1(0)}{\partial x}, & D_{12} &= K_{12}(0) \\ C_2 &= \frac{\partial h_2(0)}{\partial x}, & D_{21} &= K_{21}(0). \end{aligned} \quad (22)$$

De acuerdo con el lema citado en (Aguilar, L.T., Orlov, Y. y Acho, L., 2003), se puede asegurar que existe una constante positiva ε_0 tal que las ecuaciones perturbadas de Riccati

$$P_\varepsilon A_1 + A_1^T P_\varepsilon + C_1^T C_1 + P_\varepsilon \left[\frac{1}{\gamma^2} B_1 B_1^T - B_2 B_2^T \right] P_\varepsilon + \varepsilon I = 0 \quad (23)$$

$$\begin{aligned} A_\varepsilon Z_\varepsilon + Z_\varepsilon A_\varepsilon^T + B_1 B_1^T + Z_\varepsilon \left[\frac{1}{\gamma^2} P_\varepsilon B_2 B_2^T P_\varepsilon \right. \\ \left. - C_2 C_2^T \right] Z_\varepsilon + \varepsilon I = 0 \end{aligned} \quad (24)$$

tienen una única solución definida positiva $(P_\varepsilon, Z_\varepsilon)$ para cada $\varepsilon \in (0, \varepsilon_0)$ donde $A_\varepsilon = A_1 + (1/\gamma^2) B_1 B_1^T P_\varepsilon$.

Las ecuaciones (23) y (24) son subsecuentemente utilizadas para obtener una solución local para el problema de control no lineal como en (13). Sean $(P_\varepsilon, Z_\varepsilon)$ soluciones positivas definidas de (23) y (24) con un $\varepsilon > 0$. Entonces la salida a retroalimentar está dada por

$$\dot{\xi} = f_1(\xi) + f_2(\xi) + \left[\frac{1}{\gamma^2} g_1(\xi) g_1^T(\xi) - g_2(\xi) g_2^T(\xi) \right] P_\varepsilon \xi + Z_\varepsilon C_2^T [y - h_2(\xi)] \quad (25)$$

$$u = -B_2^T(\xi) P_\varepsilon \xi \quad (26)$$

es una solución local del problema de control H_∞ .

IV. EXPERIMENTOS EN EL ROBOT PEGASUS

El controlador H_∞ propuesto (26), el cual está implícito en el regulador (7), utilizando el filtro (25) para tener acceso a los estados sin medición, es probado en experimentos en la plataforma del robot Pegasus; esta plataforma experimental, diseñada en el laboratorio de CITEDIP-IPN y mostrada en la Figura 2, involucra un robot manipulador industrial de 5 g.d.l. manufacturado por Amatrol. La base del robot mecánico tiene una articulación rotacional en forma horizontal q_1 , mientras dos uniones tienen articulaciones rotacionales verticales q_2 y q_3 . Los grados de libertad restantes corresponden a la orientación del efector final, que no se utilizan en esta prueba experimental. Los parámetros nominales del manipulador mecánico se resumen en la Tabla I. Un conjunto de engranes tornillo sin fin, engranes helicoidales y cadenas de rodillos es utilizado para transmitir el par hacia las articulaciones q_1 , q_2 y q_3 , respectivamente; existe un motor de corriente directa para cada articulación con una relación de reducción de 19.7:1 para q_1 y q_2 , y 127.8:1 para q_3 . Los engranes y cadenas son la principal fuente de fricción. Se utiliza la tarjeta de adquisición de datos multifuncional PCI modelo 626 de Sensoray Co., Inc. para control en tiempo real, dicha tarjeta contiene cuatro salidas analógicas (resolución de 13 bits), 20 canales entrada/salida digitales. El controlador se implementa utilizando Simulink de Matlab®, el cual se ejecuta en una computadora Pentium. Las mediciones de posición para cada articulación se obtienen utilizando los canales de los encoders de cuadratura, disponibles para cada motor de corriente directa; la medición de fuerza se adquiere de un sensor de la serie FC22 de measurement specialties® con un rango de medición de 222 N; tanto las señales de los encoders como del sensor de fuerza se conectan a la tarjeta de adquisición de datos que ha sido programada para adquirir las señales cada milisegundo. La resolución de los encoders es 52×10^{-3} rad, 62×10^{-3} rad, y 34×10^{-3} rad para q_1 , q_2 , y q_3 , respectivamente. Se instalaron amplificadores de potencia lineales en cada servomotor, los cuales aplican un par variable para cada articulación. Estos amplificadores permiten entradas de control del convertidor digital/analógico dentro del rango de ± 10 V.

Las condiciones iniciales, parámetros del control y perturbaciones están contenidos en la Tabla II. CNCA 2013, Ensenada B.C. Octubre 16-18

Notación	Descripción	Valor	Unidades
l_1	Longitud del eslabón 1	0.297	m
l_2	Longitud del eslabón 2	0.297	m
m_1	Masa del eslabón 1	0.38	kg
m_2	Masa del eslabón 2	0.34	kg
I_1	Inercia 1	0.243×10^{-3}	kg m^2
I_2	Inercia 2	0.068×10^{-3}	kg m^2
I_3	Inercia 3	0.015×10^{-3}	kg m^2
g	Gravedad	9.80665	m/s^2
k	Constante de rigidez del resorte	100	N/m
l_{c1}	Longitud al centro de masa: Eslabón 1	0.1485	m
l_{c2}	Longitud al centro de masa: Eslabón 2	0.1485	m

TABLA I
PARÁMETROS DEL MANIPULADOR DE 3 G.D.L.

Notación	Descripción	Valor	Unidades
$q_1(0)$	Posición articular 1	22.5	grad
$\dot{q}_1(0)$	Velocidad articular 1	0	grad/s
$q_3(0)$	Posición articular 3	45	grad
$\dot{q}_3(0)$	Velocidad articular 3	0	rad/s
F_d	Fuerza deseada en el efector final	25	N
q_{d1}	Posición articular deseada de la articulación 1	0	rad
q_{d3}	Posición articular deseada de la articulación 3	0	rad
k_i	Ganancias Integrales	[3,3,6]	N/s
k_p	Ganancias Proporcionales	[3,3,12]	N
k_d	Ganancias Derivativas	[1,1,8]	N.s
γ	Constante de control H_∞	1.1	
ε	Constante de ec. perturbada de Riccati	500	
ρ	Coefficiente de peso en diseño de control	1	
w_1	Perturbación en articulación 1	$0,1 \sin(t)$	N.m
w_2	Perturbación en articulación 2	$0,1 \cos(t)$	N.m
w_3	Perturbación en articulación 3	$0,1 \cos(t)$	N.m

TABLA II
CONDICIONES INICIALES, GANANCIAS DEL CONTROLADOR (7) Y
PERTURBACIONES EXTERNAS DE LA PLANTA, CONTROL PID- H_∞
(EXPERIMENTOS)



Figura 2. Plataforma experimental desarrollada con el Robot pegasus.

V. COMENTARIOS

Con el propósito de ilustrar el controlador propuesto, se llevan a cabo experimentos en el robot Pegasus fabricado por la compañía Amatrol. Podemos resaltar la importancia de los experimentos debido a que representan un escenario más apegado a aplicaciones industriales, de esta manera el controlador tiene que compensar incertidumbres paramétricas, fricción y perturbaciones externas presentes en el robot Pegasus, algunos de estos factores son generados y amplificados debido a que el robot Pegasus utiliza una transmisión de engranes y cadenas para transmitir el par generado por los

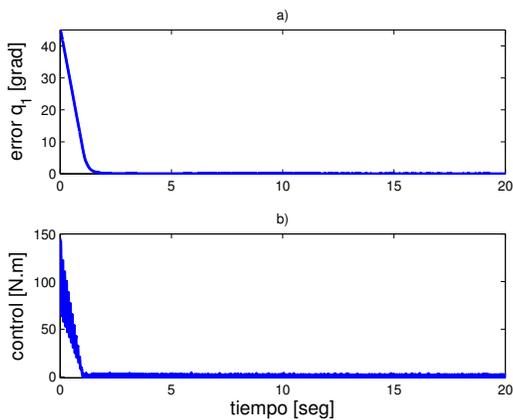


Figura 3. Valores para la articulación q_1 (experimento).

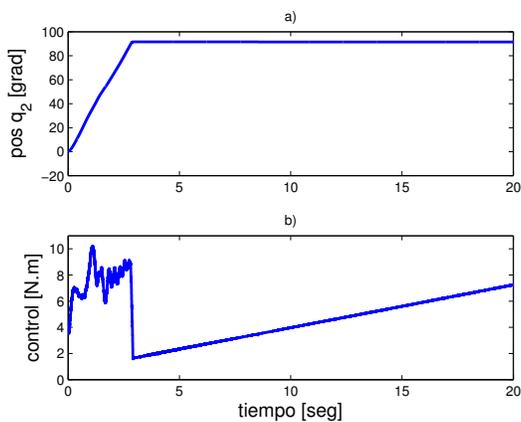


Figura 4. Valores para la articulación q_2 (experimento).

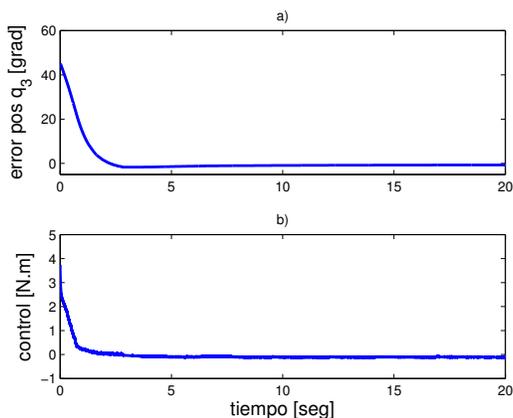


Figura 5. Valores para la articulación q_3 (experimento).

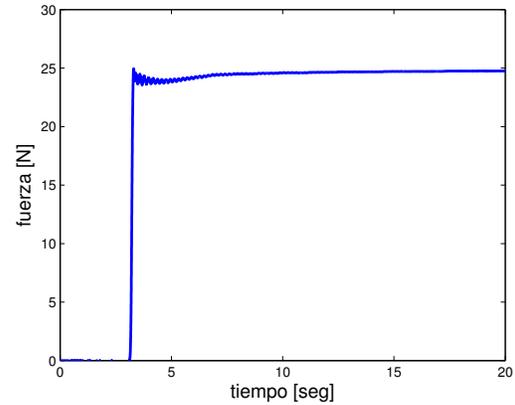


Figura 6. Fuerza medida por el sensor (experimento).

actuadores hacia cada uno de los eslabones.

Por otro lado se consideran en el diseño del controlador algunos elementos reales que no son completamente conocidos en la planta como perturbaciones externas y fricción donde utilizamos fricción viscosa más fricción de Dahl.

Las ganancias de los controladores fueron seleccionadas heurísticamente; por lo tanto, es posible que otros valores en los parámetros de los controladores arrojen mejores resultados. La robustez y desempeño esperados en el controlador fueron alcanzados al realizarse los experimentos en el robot manipulador Pegasus.

Para resolver el problema de seguimiento de trayectorias en el robot pegasus sobre la superficie de contacto tanto en posición como en fuerza se podría diseñar un controlador con ese fin, el controlador presentado en este trabajo no está diseñado con ese propósito. Una de las dificultades al aplicar este tipo de control es que el margen de operación del robot es limitado, esto es debido a que tiene unas pinzas en el efector final lo cual dificulta montarle adecuadamente un sensor de fuerza con el fin de seguir una trayectoria sobre la superficie. Las pinzas en el efector final son más grandes que el sensor de fuerza, de tal modo que al intentar seguir una trayectoria sobre la superficie es posible que se tenga contacto con la esquina de las pinzas antes de que se tenga contacto con el sensor de fuerza. Una de las opciones para abordar el problema de seguimiento de trayectoria sería desmontar las pinzas del robot pegasus y montar en su lugar un sensor de fuerza que tenga una esfera como punto de contacto. Actualmente existen en el mercado este tipo de sensores, sin embargo no son aptos para esta aplicación debido a que los sensores en el mercado tienen una esfera de contacto pequeña y un encapsulado grande comparado con el tamaño de la esfera, lo que puede ocasionar en ciertas circunstancias que se genere un contacto entre la superficie y el encapsulado del sensor.

AGRADECIMIENTOS

L.T. Aguilar agradece el apoyo financiero del CONACYT (Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología) bajo el subsidio 127575.

REFERENCIAS

- Mansard, N. y Khatib, O. ICRA (2008). Continuous control law from unilateral constraint. in *Proc. IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation*. 3359–3364.
- Potini A., Tornambe A., Menini L., Abdallah C. y Dorato P. CMCA (2006). Finite-time control of linear mechanical systems subject to nonsmooth impacts. in *Proc. IEEE Conf. 14th Mediterranean Control and Automation*. 1–5.
- Perez, M., Jimenez, E. y Camacho, E.F. IET (2010). Design of an explicit constrained predictive sliding mode controller. *Control Theory Applications, IET*. **4**, 552–562.
- Brogliato, B. (1999). *Nonsmooth Mechanics*. Springer. London. 2da. edición.
- Leine, Remco I. y Van de Wouw, Nathan (2010). *Stability and convergence of mechanical systems with unilateral constraints*. Springer. Berlin.
- A. Isidori, IEEE (2000). A tool for semiglobal stabilization of uncertain non minimum-phase nonlinear systems via output feedback. *Transactions on Automatic Control, IEEE*. **48**, 1817–1827.
- Menini, L. y Tornambe, A., IET (2001). Dynamic position feedback stabilisation of multidegrees-of-freedom linear mechanical systems subject to nonsmooth impacts. *IEE Proceedings - Control Theory and Applications*. **148**, 488–496.
- Sabanovic A., Elitas M. y Ohnishi K., IEEE (2008). Sliding modes in constrained systems control. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*. **55**, 3332–3339.
- Adetola, V., DeHaan, D. y Guay, M., (2009). Adaptive model predictive control for constrained nonlinear systems. *Systems & Control Letters*. **58**, 320–326.
- Christophersen F.J., (2007). Optimal control of constrained piecewise affine systems. *Lectures notes in control and information sciences*.
- Brogliato, B., Niculescu, S-I. y Orhant, P., (1997). On the control of finite-dimensional mechanical systems with unilateral constraints. *IEEE Transactions on Automatic Control*. **42**, 200–215.
- Tseng, C-S., (2005). Mixed $\mathcal{H}_2/\mathcal{H}_\infty$ adaptive tracking control design for uncertain constrained robots. *Asian Journal of Control*. **7**, 296–309.
- Chiu, C-S., Lian, K-Y. y Wu, T-C., (2004). Robust adaptive motion/force tracking control design for uncertain constrained robot manipulators. *Automatica*. **40**, 2111–2119.
- Chang, Y.-C. y Lee, C.-H., (1999). Robust tracking control for constrained robots actuated by DC motors without velocity measurements. *IEE Proc. Control Theory and Applications*. **146**, 147–156.
- Canudas de Wit, C. and Olsson, H., Astrom, K.J. y Lischinsky, P., (1995). A new model for control of systems with friction. *IEEE Transactions on Automatic Control*. **40**, 419–425.
- Doyle, J.C., Glover, K., Khargonekar, P.P. y Francis, B.A., (1989). State space solutions to standard H_2 and H_∞ control problems. *IEEE Transactions on Automatic Control*. **34**, 831–846.
- Ravi, R. and Nagpal, K. y Khargonekar, P., (1991). H-infinity control of linear time-varying systems: A state-space approach. *SIAM Journal Control and Optimization*. **29**, 1394–1413.
- Basar, T. y Bernhard, P., (1990). H-infinity optimal control and related minimax design problems: A dynamic game approach. *Birkhauser, Boston*.
- Van der Schaft, A.J., (1992). L_2 -gain analysis of nonlinear systems and nonlinear state-feedback \mathcal{H}_∞ control. *IEEE Transactions on Automatic Control*. **37**, 770–784.
- Isidori, A. and Astolfi, A., (1992). Disturbance Attenuation and \mathcal{H}_∞ -Control via Measurement Feedback in Nonlinear Systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*. **37**, 1283–1293.
- Aguilar, L.T. and Orlov, Y. y Acho, L., (2003) Nonlinear \mathcal{H}_∞ control of nonsmooth time varying systems with application to friction mechanical manipulators. *Automatica*. **39**, 1531–1542.