

# Identificación del modelo dinámico de un Turbo-Reactor

G.A. Sosa, M. P. Torres, L. Amézquita-Brooks, E. Liceaga-Castro, O. García  
Centro de Investigación e Innovación en Ingeniería Aeronáutica (CIIIA)

Facultad de Ingeniería Mecánica y Eléctrica - Universidad Autónoma de Nuevo León

**Resumen**—En este artículo se desarrolla experimentalmente el modelo dinámico de la relación de flujo de combustible contra empuje de un turbo-reactor de laboratorio. Inicialmente se determinaron las características estáticas del turbo-reactor como resultado de este análisis se concluyó que el sistema presenta un lazo de histéresis. Después se identificó una serie de modelos lineales correspondientes a diferentes condiciones de operación por medio de la aplicación del método mínimos cuadrados. Estos modelos fueron combinados para formar un modelo dinámico no lineal del turbo-reactor. El modelo no lineal resultante captura adecuadamente las dinámicas de la planta en todo el rango de operación del motor. Los resultados se validaron a través de una serie de experimentos en tiempo real. Cabe mencionar que a pesar de que existen diversos reportes que tratan con la identificación de dinámicas de turbo-reactores, comúnmente estos no contemplan el modelo dinámico de la relación de flujo de combustible a empuje.

Palabras claves: Modelo dinámico, identificación, turbo-reactor, mínimos cuadrados, lazo de histéresis.

## I. INTRODUCCIÓN

Los motores de turbo-reacción de alto rendimiento usados en aplicaciones aeroespaciales, requieren de la utilización de diversos lazos de control para los subsistemas del motor. Como se indica en (Pérez, 1994), las aeronaves modernas requieren cumplir con misiones diversas, lo cual demanda un desarrollo en la capacidad de los sistemas de propulsión. Como resultado, los motores de turbo-reacción en la actualidad son más complejos y por ende también los sistemas de control asociados a estos (Pérez, 1994). Para diseñar sistemas de control que cumplan con especificaciones de alto nivel de rendimiento se requieren modelos precisos.

La identificación de los turbo-reactores ha sido un factor clave para la mejora de su rendimiento y de sus capacidades bajo esquemas de control en lazo cerrado. Los modelos más usados y efectivos, están basados en funciones de transferencia en el dominio de la frecuencia (Evans, 1998). En la actualidad modelos más sofisticados han sido propuestos. Por ejemplo, en (Eveker, 1991) se propone y valida un modelo para el control de “aumento activo” del motor. En dicho artículo se proponen parámetros lineales por regiones con el fin de definir un modelo dinámico no lineal. Un procedimiento similar, relacionado con la naturaleza termodinámica del sistema, es presentado en (Khaleghi, 2006). En (Arkov, 2000) una importante contribución es presentada. En dicho artículo diferentes técnicas de identificación son aplicadas con el objetivo de mejorar la eficiencia y reducir los costos. Para lograrlo los autores

proponen la utilización de mediciones del nivel de ruido del proceso, un método basado en el algoritmo de mínimos cuadrados modificado, métodos de análisis en el dominio de la frecuencia, y métodos de programación genética multi-objetivos. La disponibilidad de altos niveles de potencia computacional también permite la aplicación de algoritmos genéticos y técnicas de lógica difusa (Nayyer 2012, Treviño 2003, Wantanabe 2004).

Por otro lado, la importancia de un modelo preciso es fundamental para el diseño de sistemas de control robustos aún si se utilizan técnicas de control que consideran incertidumbre, tal y como se destacada en (Baniassadi 2012).

La mayoría de los trabajos de identificación reportados consisten en encontrar la representación dinámica del flujo de combustible como entrada y la velocidad angular de la flecha como salida. En ocasiones los cambios de temperatura y presiones a lo largo del ciclo también son reportados. La principal razón por la cual el modelo del empuje no es reportado, a pesar que es el objetivo principal del turbo-reactor, se debe a que es una variable difícil de medir durante el vuelo. En consecuencia, la mayoría de los modelos se enfocan en las variables internas del sistema: temperaturas y presiones.

El propósito de este artículo es identificar el modelo dinámico de un motor tomando como entrada el flujo de combustible y como salida el empuje del motor. En este caso, se utilizó una turbina de gas desarrollada por Turbine Technologies LTD modelo ML-401(SR-30) como plataforma experimental. La configuración de este motor permite medir el flujo de combustible y el empuje mediante una celda de carga. Además el banco de pruebas del motor permite medir otras variables como la velocidad angular de la flecha, las temperaturas y las presiones en la relación entrada-salida del compresor y la turbina, además de la temperatura de los gases en la salida del motor. Este trabajo se enfoca en la dinámica del flujo de combustible contra el empuje generado. Esta relación no es comúnmente reportada en otras investigaciones y puede ser utilizada con la finalidad de validar el modelo de los procesos termodinámicos internos del motor y para generar estimaciones del empuje.

Para obtener los datos para el análisis se realizó una serie de experimentos con diferentes condiciones operativas. Con esta información se aplicó un algoritmo de mínimos cuadrados recursivos. La estructura del sistema, esto es, el número de ceros y polos, fue seleccionada mediante el error cuadrático medio y un proceso de caracterización del ancho de banda del proceso. Así mismo, se estudió la relación estática de flujo de combustible y empuje del sistema. Esta caracterización resultó en la identificación de un lazo de histéresis no lineal. El modelo final es una combinación de las aproximaciones lineales de la dinámica y una ganancia no lineal.

Finalmente, el modelo fue validado a través de la comparación de la respuesta obtenida en la simulación numérica del modelo y la respuesta obtenida en el experimento. Esta comprobación muestra que el modelo contiene las principales características del motor y puede ser usado para el diseño de controladores de lazo cerrado, así como para estimar el empuje generado midiendo sólo el flujo de combustible. El funcionamiento del proceso en presencia de altos niveles de ruido, ocasionado por factores eléctricos y vibraciones del motor, hace de este método una opción viable para la identificación de turbo-reactores con dispositivos de medición de bajo costo.

## II. BANCO DE PRUEBAS DEL TURBO-REACTOR

El motor de turbo-reacción usado para este trabajo es el modelo SR-30 desarrollado por Turbine Technologies Ltd. El motor está equipado con sensores de presión y temperatura, un tacómetro, un sistema para medir el flujo de combustible y una celda de carga para la medición del empuje. El empuje máximo generado por el motor es de 89N a 87000 RPM, con un flujo másico de aire administrado de 0.5 kg/s. La longitud del motor es de 0.273 m y el diámetro de escape de los gases es de 5.715 cm.

El motor incluye transductores de presión y termopares tipo K en la entrada y salida del compresor y turbina; así como en la salida de los gases de la tobera.

La adquisición de datos se realizó por medio de una tarjeta PCI-435-A/D con resolución de 24bit, 16 canales de entrada, capacidad de 60 mediciones multiplexadas por segundo y un programa de adquisición de datos para monitorear las variables medidas desde una PC. En la práctica, la máxima frecuencia de medición que se podría utilizar fue de 13.15Hz. Esto es importante, ya que la vibración inducida en la celda de carga es mucho mayor a los 13.15Hz. Esto produce problemas importantes de ruido en las mediciones del empuje. Aunque sería posible utilizar una interfaz A/D con mayores tasas de muestreo para reducir este problema, esto no sería rentable. Por ende, en este artículo se desarrolla un procedimiento para reducir el efecto del ruido de alta frecuencia que no dependa de la utilización de mayores frecuencias de muestreo.

Para arrancar el motor, se requiere de una fuente externa de aire con una presión de 689kPa que hace girar al compresor a 10000 RPM. Una vez alcanzada esta velocidad, el combustible es inyectado para comenzar la ignición. El inyector de combustible es controlado manualmente mediante una palanca que ajusta una válvula de restricción de flujo.

Debido a que el sistema de adquisición de datos realiza un muestreo multiplexado no es posible tomar mediciones de todas las variables a la máxima velocidad. Por lo tanto, la mejor opción para evaluar el comportamiento dinámico del sistema es reducir el número de variables medidas. En este caso las variables de interés son el flujo de combustible y el empuje.

## III. CARACTERIZACIÓN ESTÁTICA

La condición de operación más común para una turbina de gas es en estado estacionario. Por ende, es importante modelar con exactitud el empuje total en dichas condiciones de operación. Para poder estimar la ganancia en estado estacionario, se varió el flujo de combustible en una secuencia de escalones, como se muestra en la Fig. 1. El empuje resultante de este experimento es medido mediante la celda de carga (Fig. 2).

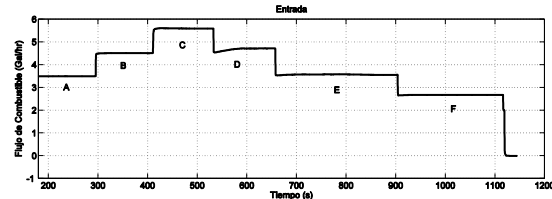


Fig. 1. Flujo de combustible medido.

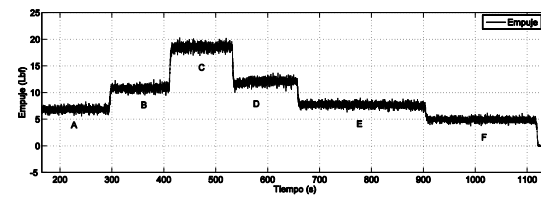


Fig. 2. Empuje medido en el experimento de la Fig. 1.

Utilizando estos datos se calculó el empuje promedio en estado estacionario para cada nivel de entrada. Una representación gráfica de la relación entre el empuje promedio y el flujo de combustible se muestra en la Fig. 3. En esta gráfica se puede observar lo siguiente:

- **Existe una relación no lineal entre el flujo de combustible y el empuje.** Al aumentar el flujo de combustible la no linealidad provoca un incremento en la tasa de empuje/combustible.
- **El sistema presenta un lazo de histéresis.** Esto indica que la dinámica del empuje opera bajo lazos de histéresis, esto no se había reportado anteriormente. Es bien sabido que la caracterización de lazos de histéresis es un factor clave para diseñar sistemas de control de alto rendimiento. No obstante, se observó que los efectos del lazo de histéresis pueden ser despreciados cuando se manipula al proceso en pequeños rangos de operación.

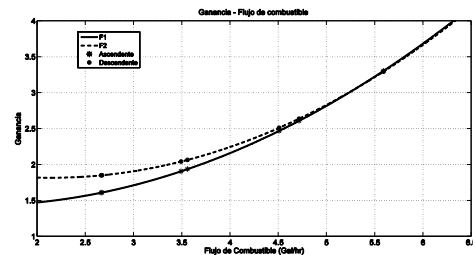


Fig. 3. Relación estática empuje/combustible.

Utilizando el método de mínimos cuadrados es posible obtener una aproximación de la relación empuje-estático/combustible para las curvas del lazo de histéresis. Las funciones resultantes, denotadas como  $F1$  y  $F2$  para la curva ascendente y descendente respectivamente son (Fig. 3):

$$\begin{aligned} F1 &= 0.12446521F_f^2 - 0.53414906F_f + 2.388926 \\ F2 &= 0.10462328F_f^2 - 0.28420749F_f + 1.6220854 \end{aligned} \quad (1)$$

Donde  $F_f$  es la entrada de flujo de combustible en *Gal/hr*.

Como se mencionó anteriormente, se observó que para rangos pequeños de operación el lazo de histéresis es despreciable. En estos casos es posible utilizar una ganancia media de empuje/flujo de combustible, que dada por el promedio de  $F1$  y  $F2$ :

$$F_m = 0.10942528F_f^2 - 0.3723699F_f + 1.9401707 \quad (2)$$

#### IV. CARACTERIZACIÓN DINÁMICA

El comportamiento dinámico de la respuesta del empuje es importante cuando se utiliza un sistema de control automático con alto ancho de banda. En estos casos un controlador con retroalimentación podría operar el turbo-reactor en condiciones de operación no estáticas.

##### A. Análisis de las Señales

Los datos experimentales iniciales indican que una estimación precisa de las características transitorias del proceso mediante el cálculo de factores típicos, como el tiempo de establecimiento y el sobretiro, sería difícil debido a la cantidad de ruido en las señales de entrada/salida (M. Verhaegen 2007). Es decir, una estimación directa mediante el uso de la respuesta al escalón del sistema, no es apropiada debido a las condiciones de medición. En estos casos el primer paso consistiría en el uso de filtros lineales que podrían mejorar la relación señal/ruido. No obstante, esto es posible sólo si el ruido se encuentra en frecuencias claramente distintas que las dinámicas del proceso (Keesman 2011).

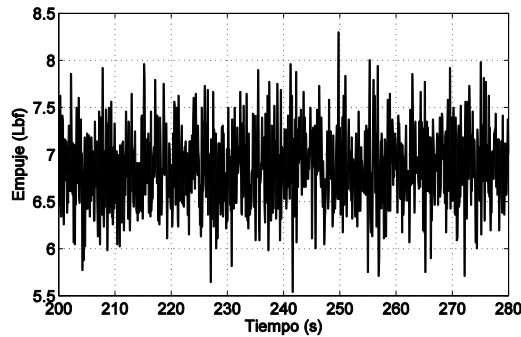


Fig. 4. Empuje medido en el experimento de flujo de combustible constante.

Con el fin de analizar las frecuencias de las señales de ruido, se realizó un experimento en el cual el motor se operó con un flujo de combustible constante y el sistema de adquisición se operó a la mayor frecuencia de muestreo permitida. En este experimento se midió el empuje (Fig. 4) y se calcula su espectro por medio de la transformada rápida de Fourier (FFT). Los componentes de baja frecuencia (CD) de la señal fueron descartados, de modo que el análisis se enfocó solamente en los componentes de alta frecuencia de la señal. El espectro resultante (Fig. 5) no reveló componentes significativos de alta frecuencia (mayores a 0.5 rad/s) que

podrían ser distinguidas como componentes de ruido. Por lo tanto, no fue posible reducir el ruido por medio de un filtro lineal; puesto que no se pudo determinar la frecuencia de corte de dicho filtro.

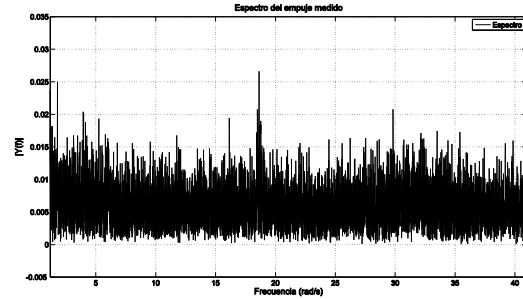


Fig. 5. Espectro de la señal de empuje en estado estacionario (frecuencias menores a 0.5 rad/s son omitidas).

##### B. Identificación utilizando mínimos cuadrados.

Ya que no fue posible utilizar un filtro directamente, el siguiente paso consistió en estimar la dinámica de la planta usando un algoritmo capaz de rechazar altos niveles de ruido. En este caso se eligió el algoritmo recursivo de mínimos cuadrados para la identificación de las dinámicas transitorias. El algoritmo recursivo de mínimos cuadrados se define de la siguiente forma. Sea el modelo de regresión  $y(t) = \theta^T \Phi_{i-1}$  donde  $\theta$  es el vector de parámetros desconocidos y  $\Phi$  el vector de regresión:

$$\begin{aligned} \theta^T &= [\theta_1 \quad \dots \quad \theta_{n+m}] \\ \Phi_{i-1} &= [y(i-1) \quad \dots \quad y(i-m) \quad u(i-1) \quad \dots \quad u(i-n)]^T \end{aligned} \quad (3)$$

Se define la función de costo como:

$$\begin{aligned} J &= \frac{1}{2} \sum_{i=1}^l \left[ \left( Y_i - \hat{\theta}_{i-1}^T \Phi_{i-1} \right)^2 \right] \\ \hat{\theta} &= \text{Parámetros Esperados} \end{aligned} \quad (4)$$

Es posible mostrar que los parámetros que minimizan  $J$  pueden ser calculados de forma recursiva con (M. Verhaegen 2007):

$$\begin{aligned} \hat{\theta}_i &= \hat{\theta}_{i-1} + F_{i+1} \Phi_{i-1} (Y_i - \hat{\theta}_{i-1}^T \Phi_{i-1}) \\ F_{i+1} &= \left[ F_i - \frac{F_i \Phi_{i-1} \Phi_{i-1}^T F_i}{1 + \Phi_{i-1}^T F_i \Phi_{i-1}} \right] \end{aligned} \quad (5)$$

Usando este algoritmo la función de transferencia discreta  $g(z) = n(z)/d(z)$  puede ser estimada.

Un problema con el algoritmo de mínimos cuadrados que se describió previamente es que se necesita conocer la estructura del modelo de regresión, en este caso el número de polos/ceros. Una forma para conocer esta estructura es a través de modelos teóricos. No obstante también es posible utilizar métodos de identificación para la propia estructura del proceso. Esto abre la posibilidad de identificar dinámicas

no modeladas. A continuación se propone un proceso experimental para determinar la estructura del proceso.

Primero una serie de modelos con diferentes combinaciones de ceros y polos fue identificada. Particularmente todas las combinaciones posibles de ceros/polos hasta 14 ceros y 15 polos fueron identificadas. La mejor estructura fue definida como aquella que tiene el menor error cuadrático. Es decir, se propuso un esquema de identificación de la estructura del proceso que representase al sistema con el mínimo error, de manera similar al algoritmo de “correlación en cascada” utilizado en redes neuronales (Hammer 2005).

Por otro lado, la identificación del empuje estático reveló que el sistema tiene una ganancia estática no lineal, lo cual puede interferir con el proceso de identificación de mínimos cuadrados lineal. Con el fin de reducir este efecto, el procedimiento de identificación de mínimos cuadrados que se describe en párrafo anterior se aplicó en rangos limitados de operación. Estos rangos están asociados con los rangos de combustible **A,B,C,D,E,F** de la Fig.2. Considerando el mínimo error cuadrático promedio de todos los rangos, la estructura seleccionada de polos/ceros es de 15 polos/1 cero.

La Fig. 6, muestra el diagrama de Bode de las funciones de transferencia discretas identificadas para cada rango de operación. A partir de esta figura es posible hacer dos observaciones. La primera observación confirma que la ganancia en estado estacionario es no lineal y depende del rango de operación del flujo de combustible. La segunda observación, se relaciona con el fenómeno de sobre-aprendizaje que aparece comúnmente en los métodos de identificación “auto-construidos”, como en las redes neuronales “auto-construidas” (G. Panchal 2011, J. Särelä 2001).

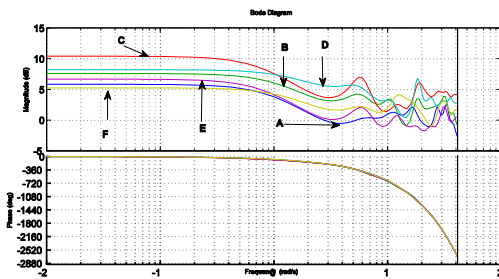


Fig. 6. Diagrama de Bode de las funciones de transferencia discretas calculadas.

El fenómeno de sobre-aprendizaje aparece cuando el método de identificación incrementa incorrectamente la complejidad de la estructura del sistema para compensar el ruido presente en las señales, es decir se “identifica” al ruido como parte de la dinámica real del proceso. En este caso la estructura de 15 polos, que tiene el menor error cuadrático, no está necesariamente completamente relacionada con el proceso dinámico. Algunos de los modos de este modelo pueden estar relacionados con el alto nivel de ruido presente en las señales. Se hace notar que el ancho de banda de las mediciones de ruido no pudo ser determinado a través del análisis del espectro. En la Fig. 6 este efecto se puede

observar en las respuestas irregulares que tienen las plantas identificadas en alta frecuencia.

En la Fig.7 se muestran los polos de todas las funciones de transferencia obtenidas para los rangos de operación considerados con el proceso de identificación de mínimos cuadrados. Esta figura muestra agrupaciones de polos claramente definidas para bajas frecuencias. Se encontró que todas las funciones de transferencia comparten polos pertenecientes, al menos, a los primeros 5 grupos de polos. Estos polos se pueden definir como aquellos con argumento menor a  $60^\circ$  y sus complejos conjugados asociados.

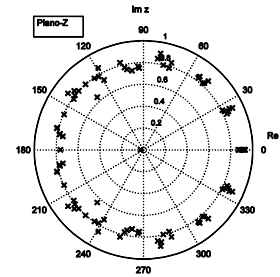


Fig. 7. Lugar geométrico de los polos de las funciones de transferencia en tiempo discreto.

Esta observación permite proponer una reducción de modelos basada en la frecuencia (aunque no equivalente a un filtro lineal). El argumento de los polos discretos puede ser escrito como  $\theta = \omega T$  donde  $\omega$  es la frecuencia de amortiguamiento natural de oscilación en rad/s y  $T$  es el periodo de muestreo. Por lo tanto, definiendo un máximo argumento se puede seleccionar que grupo de polos se conserva en el modelo reducido. En particular, si se selecciona  $\theta = 30^\circ$  se conservan un par de polos complejos y un polo real. Por otro lado, si se selecciona  $\theta = 60^\circ$  se conservan dos pares de polos complejos y un polo real. La Tabla I muestra los modelos reducidos resultantes en estos casos para el rango B de la Fig. 2 mientras que la Fig. 8 muestra las respuestas al escalón.

Tabla I

$\theta$	Función de Transferencia Discreta, Nivel B
$30^\circ$	$\frac{1.302}{z^3 - 2.459z^2 + 2.134z - 0.6575}$
$60^\circ$	$\frac{1.302}{z^5 - 3.645z^4 + 5.8z^3 - 5.03z^2 + 2.377z - 0.4923}$

En la Fig.8 se observa que el modelo que considera una reducción de polos con argumento menor a  $\theta = 30^\circ$  es suficiente para modelar las dinámicas más importantes. El mismo método de reducción se puede aplicar a todos los modelos lineales identificados en los rangos **A,B,C,D,E,F** de la Fig.2. El lugar geométrico de los polos de los modelos reducidos considerando (con argumento menor a  $\theta = 30^\circ$ ) se muestra en la Fig. 9.

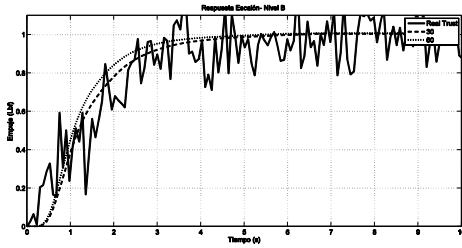


Fig. 8. Respuesta escalón con filtro para 60° y 30° grados.

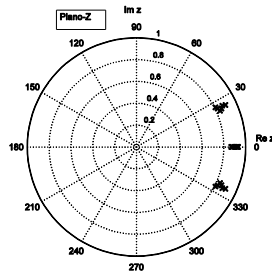


Fig. 9. Lugar geométrico de los polos de las funciones de transferencia discretas reducidas.

Los efectos de la reducción del modelo se pueden observar más claramente en la Fig. 10 donde se muestra el diagrama de Bode de los modelos reducidos, el cual puede ser comparado directamente con los sistemas originales (Fig. 6).

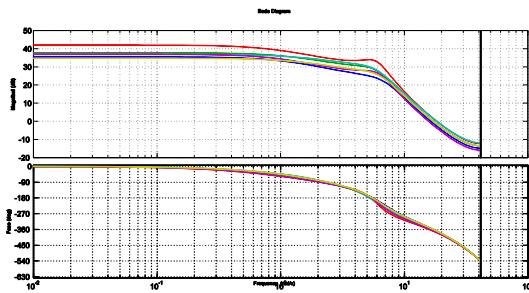


Fig. 10. Diagrama de Bode de las funciones de transferencia discretas reducidas.

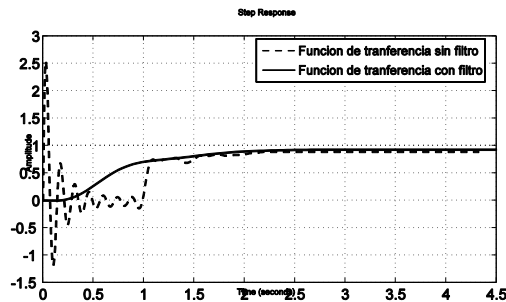


Fig. 11. Respuesta escalón de la función reducida y no reducida.

Así mismo la Fig. 11 muestra la comparación entre la respuesta al escalón de una de las funciones de transferencia reducida y una sin reducir. Es claro que el sistema original tiene oscilaciones producto del sobre-aprendizaje debido al ruido en la medición del empuje, Fig. 6. Por otro lado el

sistema reducido mantiene las características de tiempo de establecimiento sin presentar las oscilaciones no deseadas.

Aplicando el método de reducción de modelo anteriormente discutido con se obtuvo una serie de sistemas lineales. Estos sistemas, junto con la histéresis no lineal de las ecuaciones (1), pueden ser considerados como el modelo que representa proceso en el rango de operación funcional (Fig.2). En la Tabla II se encuentran las funciones de transferencia equivalentes en tiempo continuo de los sistemas identificados. Estas funciones de transferencia se calcularon considerando la transformada-z con retenedor de orden cero.

Tabla II

Nivel	Gasto de Combustible (Gal/hr)	Función de transferencia discreta T= 0.076s	Función de transferencia S normalizada
A	2.662-3.492	1.068	$7.103s^2 - 252.7s + 3190$
		$59.65z^3 - 140.8z^2 + 118z - 35.71$	$59.65s^3 + 402.7s^2 + 3085s + 3190$
B	3.492-4.509	1.302	$8.025s^2 - 291.1s + 3702$
		$77.32z^3 - 190.1z^2 + 165z - 50.84$	$77.32s^3 + 426.6s^2 + 3163s + 3702$
C	4.509-5.594	1.617	$9.021s^2 - 334.8s + 4306$
		$126.2z^3 - 323z^2 + 293.6z - 95.19$	$126.2s^3 + 468.7s^2 + 4812s + 4306$
D	5.594-4.715	1.51	$9.906s^2 - 354.1s + 4473$
		$69.42z^3 - 166.5z^2 + 140.5z - 41.88$	$69.42s^3 + 461.5s^2 + 3061s + 4473$
E	4.715-3.573	1.014	$5.97s^2 - 218.8s + 2797$
		$70.91z^3 - 177z^2 + 156.9z - 49.83$	$70.91s^3 + 329.1s^2 + 2965s + 2797$
F	3.573-2.673	1.243	$8.278s^2 - 294.6s + 3717$
		$54.51z^3 - 129z^2 + 108.2z - 32.45$	$51.51s^3 + 372.1s^2 + 2683s + 3717$

Por último, es posible obtener una aproximación global utilizando el promedio de todos los rangos de operación calculados para el sistema. Además, se puede utilizar la media de las curvas de histéresis, ecuación (2). Esto se traduce en el siguiente modelo global:

$$\frac{\bar{T}_h(s)}{F_f(s)} = \frac{8.052s^2 - 291.2s + 3700}{72.75s^3 + 412.2s^2 + 3176s + 3700} \quad (6)$$

$$T_h(t) = F_m(F_f)t_h(t)$$

donde  $\bar{T}_h(s)$  es la transformada de Laplace de  $t_h(t)$ , el cual es el empuje normalizado,  $F_m(F_f)$  es la ecuación (2),  $F_f(s)$  es la transformada de Laplace del gasto de combustible y  $T_h(t)$  es el empuje resultante.

## V. VALIDACIÓN

El modelo global (6) modela de forma compacta y completa el comportamiento del motor en su rango de operación. Para validar este modelo se realizaron las siguientes comparaciones.

El modelo fue validado comparando los resultados de la simulación del modelo obtenido, ecuación (6), con los resultados obtenidos experimentalmente. El modelo y el turbo-reactor fueron sometidos a entradas tipo escalón. Esta comparación se muestra en la Fig. 12. Dicha figura muestra que el modelo emula tanto las características en el estado

estacionario como en los transitorios. No obstante, es necesario hacer una comparación con un experimento diferente para verificar que el sobre-aprendizaje fue eliminado satisfactoriamente.

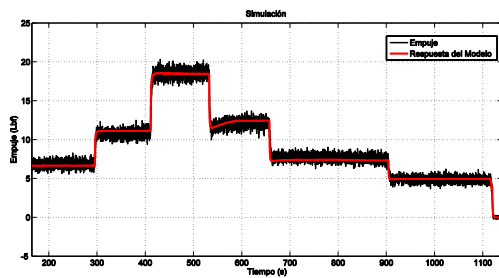


Fig. 12. Validación del modelo (6).

Se realizó un experimento adicional con un alto grado de operaciones transitorias para completar la validación del modelo. Los resultados de esta validación se muestran en la Fig. 13. Es claro que el modelo global es apropiado para todos los rangos de operación.

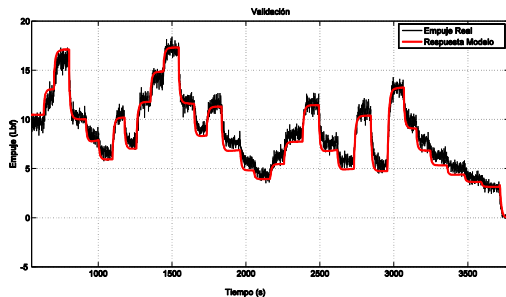


Fig. 13. Validación del modelo (6).

## VI. CONCLUSIÓN

Se identificó y validó un modelo dinámico que relaciona el flujo de combustible con el empuje de un turbo-reactor de laboratorio usando datos en tiempo real. El proceso de identificación conjuntó la estimación de las características estáticas y dinámicas del proceso.

La identificación estática consistió en la recolección de datos en diversos niveles de operación. Se observó que el comportamiento estático del sistema incluía un lazo de histéresis no lineal, el cual fue caracterizado.

Durante la identificación dinámica se observaron altos niveles de ruido comúnmente relacionados con las mediciones con celdas de carga. Las características del ruido en las mediciones fueron investigadas y se determinó que no era posible definir un filtro lineal para eliminar dicho ruido.

Una serie de modelos lineales fueron estimados utilizando el método de mínimos cuadrados recursivos. Estos modelos fueron obtenidos en diversos rangos de operación. Además, se propuso un algoritmo para determinar la estructura del proceso basado en el error cuadrático medio.

Los análisis posteriores mostraron que la estructura seleccionada por dicho algoritmo es sensible al ruido, el cual induce el fenómeno de sobre-aprendizaje. Por lo tanto, un

método para reducir el orden del sistema identificado fue propuesto.

Finalmente se obtuvo un modelo global simplificado que conjunta una ganancia no lineal, obtenida a partir de la histéresis de estado estacionario, con un modelo dinámico lineal promedio.

Validaciones experimentales mostraron que el modelo global simplificado es capaz de generar predicciones del empuje con muy alta precisión tanto en regímenes de estado estacionario como en transitorios.

## VII. AGRADECIMIENTO

Esta investigación fue apoyada por los siguientes proyectos PAICYT 2011-2013 (UANL, México) y IT-843-11 and PROMEP 103.5/12/7884. (SEP, México).

## REFERENCIAS

- Arkov, V.C. Evans, P.J. Fleming, D.C. Hill, J.P. Norton, I. Pratt, D. Rees, K. Rodríguez-Vázquez. *Annual Reviews in Control*. Elsevier, Vol. 4, pp 67-81 2000.
- Baniassadi, A. H. D. Markazi and M. Karami. Robust Control of a Gas Turbine with Wiener Model Uncertainty. *Indian Journal of Science and technology*, Vol. 5, Issue: 11, pp 3584-3592, November 2012.
- Evans, C. Testing and Modelling of Aircraft gas Turbines: An Introduction and Overview. *UKACC International Conference on CONTROL '98, 1-4 September 1998, Conference Pub. No. 455, IEE*, 1998.
- Eveker, K.M. and C.N. Nett. Model Development for Active Surge Control/Rotating Stall Avoidance in Aircraft Gas Turbine Engines. *Proc. ACC. 26-28 June 1991 pp 3166-3172*.
- Hammer, B. Micheli, A. Sperduti, A. Universal approximation capability of cascade correlation for structures, *Neural Computation* Vol:17, Iss: 5, May 2005
- Keesman, Karel J., *System Identification: an introduction*, Springer 2011.
- Khaleghi, H., M. Boromand and A.M. Tousei. Surge Avoidance in Gas Turbines. *Mechanical Aerospace Engineering Journal*. Vol. 2, No. 2, November 2006.
- Nayyer, H. and Khorasani. Modeling Aircraft Jet Engine and System Identification by Using Genetic Programming. *25<sup>th</sup> IEEE Canadian Conference on Electrical and Computer Engineering* pp 1-4, 2012.
- G. Panchal, et-al., Determination Of Over-Learning And Over-Fitting Problem In Back Propagation Neural Network, *International Journal on Soft Computing (IJSC)*, Vol.2, No.2, May 2011
- Pérez, R.A. and K-N Lou. Decentralised Multivariable Control and Stability of a Gas Turbine Engine. *IEE, Proc.-Control Theory Appl.* Vol. 141, No. 6, Nov. 1994.
- J. Särelä, R. Vigário, The Problem of Overlearning in High-Order ICA Approaches: Analysis and Solutions, *Proceedings of the 6th International Work-Conference on Artificial and Natural Neural Networks: Bio-inspired Applications of Connectionism-Part II*, 2001
- Treviño, L.C., S. Olmec, M. Polites. Use of Soft Computing Technologies for Rocket Engine Control. *The IEEE 22<sup>nd</sup> Digital Avionics Systems Conference, DASC'03*. 2003
- M. Verhaegen, V. Verdult, *Filtering and System Identification: a least squares approach*, Cambridge University Press 2007, USA
- Watanabe A., Ölcmen, R. Leland and K. W. Whitaker. Soft Computing Applications on SR30 Turbojet Engine. *AIAA Intelligent Systems, Technical Conference Chicago USA September 20-22, 2004*.